This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**A propos de ce livre**

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

**Consignes d'utilisation**

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

**À propos du service Google Recherche de Livres**

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

$\alpha v, \beta$

# DUPARC & PEARCE

## PREMIÈRE PARTIE

# TRAITÉ
DE
# TECHNIQUE MINÉRALOGIQUE ET PÉTROGRAPHIQUE

PAR LE

DR. LOUIS DUPARC

PROFESSEUR DE MINÉRALOGIE ET DE PÉTROGRAPHIE ET DIRECTEUR DES LABORATOIRES DE MINÉRALOGIE ET DE CHIMIE ANALYTIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE GENÈVE

ET LE

DR. FRANCIS PEARCE

ASSISTANT CHEF DE TRAVAUX AU LABORATOIRE DE MINÉRALOGIE DE L'UNIVERSITÉ, PROFESSEUR DE PHYSIQUE AU TECHNICUM DE GENÈVE

## PREMIÈRE PARTIE
## LES MÉTHODES OPTIQUES

AVEC 516 FIGURES DANS LE TEXTE ET UNE PLANCHE

LEIPZIG
VEIT & COMP. ÉDITEURS
1907

104408

# AVANT-PROPOS.

Le but que nous avons poursuivi en écrivant un traité de technique minéralogique et pétrographique, est de donner un aperçu aussi complet que possible des procédés modernes qui sont en usage pour la détermination des minéraux et des roches. Comme ces procédés sont empruntés à la physique et à la chimie, il nous a paru logique de diviser notre ouvrage en deux parties. La première, qui fait l'objet de ce volume, est exclusivement dévolue aux méthodes optiques; la seconde, qui contiendra l'exposé des méthodes chimiques qualitatives et quantitatives, ainsi que l'interprétation des analyses par les formules et les graphiques, paraîtra à une date ultérieure.

La connaissance des applications exige celle préalable de la théorie, et pour pouvoir suivre l'enchaînement logique des opérations que nécessite la détermination des constantes optiques d'un minéral, il est indispensable de connaître d'une manière suffisante les principaux chapitres de l'optique physique. Ceci nous a engagés à donner, dès le début, un exposé succinct mais suffisamment complet de la théorie du mouvement vibratoire, ainsi que de la propagation des ondes et des interférences. Nous avons également, dans le même but, développé aussi complètement que possible la théorie générale de la double réfraction dont la connaissance exacte nous paraît être absolument indispensable à la compréhension entière des phénomènes, et avons pris comme base l'ellipsoïde inverse, dont l'usage est courant parmi les minéralogistes et les pétrographes. D'autre part, comme il devient de jour en jour plus nécessaire de connaître dans leurs plus petits détails les nombreux appareils qui servent aux différentes manipulations de la pratique quotidienne, nous avons pensé réserver un chapitre entier à l'étude des instruments d'optique; l'expérience nous ayant conduits à modifier quelques-uns d'entre eux, la Société genevoise pour la construction des instruments de physique a bien voulu les exécuter, sur nos indications, de façon à nous permettre d'en reproduire les clichés dans notre ouvrage.

Nous nous sommes toujours attachés à choisir les procédés d'explication les plus simples, et pour rendre les démonstrations aussi claires que possible, nous n'avons pas craint de multiplier les figures qui, grâce à la libéralité de notre éditeur, ont été toutes reproduites. Nous avons cherché également à donner à chaque chapitre un développement proportionné à son importance, et avons notamment longuement insisté sur les applications de la lumière parallèle à la détermination des biréfringences ainsi qu'à l'étude des variations des angles d'extinction des sections appartenant à une même zone. En cours de travail, nous avons eu l'occasion de trouver quelques nouvelles démonstrations et constructions graphiques permettant de discuter plus aisément certaines propriétés; on les trouvera exposées dans ce volume. Un chapitre entier a été consacré à l'examen des méthodes proposées par Mr de Fédorow, basées comme l'on sait sur l'emploi de la platine théodolite; ces méthodes sont encore assez peu en usage, et nous avons pensé qu'il serait peut-être avantageux de les donner in extenso, en complétant par des observations personnelles certaines petites lacunes que nous avons rencontrées dans l'exposé qu'en a fait leur auteur. Nous avons également accordé une grande importance au chapitre de la mesure des indices de réfraction, que nous avons traité aussi bien au point de vue minéralogique que pétrographique. Cette mesure a en effet une importance d'autant plus considérable que les appareils se perfectionnent davantage; elle représente, pour le diagnostic des minéraux, un critère de tout premier ordre, et jouera dans la technique pétrographique de l'avenir un rôle qui est destiné à devenir prépondérant.

En revanche nous avons été assez brefs sur certains chapitres tels que la polarisation rotatoire par exemple qui, pour le but à atteindre, ont une importance moins grande que les autres; le lecteur pourra cependant y trouver sinon une théorie complète des phénomènes, tout au moins un exposé suffisant des faits d'observation et des méthodes d'étude.

Nous pensons également qu'un traité de technique pétrographique doit nécessairement donner d'une manière précise la marche à suivre pour effectuer la détermination d'un minéral; aussi avons nous en conséquence exposé avec détail les procédés que nous employons dans les différents cas qui peuvent se présenter, pour résoudre le problème. Le débutant trouvera de la sorte dans la lecture du chapitre réservé à cette détermination, le fil conducteur qui trop souvent lui manque pour guider ses premiers pas.

Enfin nous avons terminé ce volume par un appendice relatif à la projection stéréographique et aux constructions diverses que

l'on peut avoir à effectuer au moyen de celle-ci. L'emploi de ce procédé de représentation si commode est devenu presque indispensable aujourd'hui pour figurer les propriétés optiques des minéraux.

Sans doute bien des choses encore nous auront échappé, et en écrivant ce traité, nous n'avons pas un seul instant songé à faire une encyclopédie; si toutefois il peut contribuer à rendre quelques services à ceux qui s'intéressent à une science qui nous est chère, nous aurions alors la satisfaction de n'avoir point perdu nos efforts. Nous tenons en terminant à remercier Mr le Dr H. Hauswaldt pour l'amabilité avec laquelle il nous a autorisé à reproduire dans notre livre les magnifiques photographies des figures d'interférence en lumière convergente que nous avons tiré de son ouvrage intitulé: Interferenz-Erscheinungen im polarisierten Licht.

Genève, Février 1907.

L. Duparc et F. Pearce

## Principales abréviations bibliographiques.

| | |
|---|---|
| Amer. j. of sc. | = American Journal of Science. New Haven. |
| Ann. d. chim. et phys. | = Annales de chimie et de physique. Paris. |
| Ann. d. min. | = Annales des mines. Paris. |
| Ann. d. l'Éc. norm. | = Annales de l'École normale. Paris. |
| Archiv. d. sc. phys. et nat. Genève | = Archives des sciences physiques et naturelles de Genève. |
| Bull. d. l'acad. royal. d. Belgique | = Bulletin de l'Académie royale de Belgique. |
| Bull. soc. géol. Fr. | = Bulletin de la Société géologique de France. Paris. |
| Bull. soc. minér. d. Fr. | = Bulletin de la Société minéralogique de France. Paris. |
| Centralb. f. Min. | = Centralblatt für Mineralogie, Geologie etc. Stuttgart. |
| Comp. rend. acad. scienc. Paris | = Comptes rendus de l'Académie des sciences. Paris. |
| Denks. d. K. K. Akad. d. Wiss. Wien | = Denkschriften der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Wien. |
| N. Jahrb. f. Min. | = Neues Jahrbuch für Mineralogie. Stuttgart. |
| Phil. Magaz. | = Philosophical Magazine. |
| Pogg. Ann. | = Poggendorffs Annalen der Physik. |
| Proceed. Royal. soc. | = Proceedings of the Royal Society. London. |
| Sitz. Ber. d. K. preuß. Akad. | = Sitzungsberichte der K. preuß. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. |
| Sitz. Ber. d. K. K. Akad. | = Sitzungsberichte der Kaiserl. Akademie de Wissenschaften zu Wien. |
| Min. u. petr. Mitt. | = Mineralogische und petrographische Mitteilungen. Herausgegeben von G. Tschermak. Wien. |
| Zeitschr. f. Instrum. | = Zeitschrift für Instrumentenkunde. |
| Zeitschr. f. Kryst. | = Zeitschrift für Krystallographie. Herausgegeben von P. Groth. Leipzig. |
| Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie | = Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie. |
| Zeitschr. f. phys. Chem. | = Zeitschrift für physikalische Chemie. Herausgegeben von W. Ostwald u. J. H. van't Hoff. |
| Wied. Ann. | = Wiedemanns Annalen der Physik. |

# TABLE DES MATIÈRES.

Page

**Chapitre I. Le mouvement vibratoire et les interférences** . . . . . 1

§ 1. Le mouvement vibratoire en général . . . . . 1

1. Ether lumineux. — 2. Mouvement vibratoire. — 3. Equation du mouvement vibratoire. — 4. Intensité du mouvement.

§ 2. Propagation du mouvement vibratoire . . . . . 4

5. Longueur d'onde. — 6. Vitesse de propagation. — 7. Lumières blanche et monochromatique. — 8. Vitesse de propagation des radiations dans divers milieux.

§ 3. Lumière naturelle et polarisée. . . . . 7

9. Transversalité des vibrations. — 10. Plans de vibration et de polarisation.

§ 4. Composition de deux mouvements vibratoires . . . . . 8

11. Cas des mouvements perpendiculaires. — 12. Cas des mouvements parallèles, interférences. — 13. Construction graphique et calcul des interférences.

§ 5. Coloration de la lumière par le phénomène des interférences . . . . 12

14. Interférence en lumière blanche. — 15. Ordres de Newton et blanc d'ordre supérieur.

§ 6. Franges de Fresnel et d'Young . . . . . 14

16. Théorie des franges. — 17. Dispositifs expérimentaux.

**Chapitre II. Ondes lumineuses, propagation, réflexion et réfraction** 16

§ 1. Surface d'onde et onde plane . . . . . 16

18. Principe de la plus prompte arrivée. — 19. Principe d'Huygens. — 20. Surface d'onde. — 21. Onde plane.

§ 2. Propagation des ondes dans les milieux isotropes et anisotropes . . 18

22. Cas des milieux isotropes. — 23. Cas des milieux anisotropes. — 24. Vitesse normale. — 25. Surface des vitesses normales.

§ 3. Réflexion des ondes . . . . . 20

26. Incidence oblique, construction d'Huygens. — 27. Incidence normale, ondes stationnaires.

§ 4. Réfraction des ondes . . . . . 22

28. Propagation à travers deux milieux isotropes. — 29. Construction d'Huygens. — 30. Indice de réfraction. — 31. Cas des milieux anisotropes.

§ 5. Réfraction dans les prismes. . . . . 25

32. Formules du prisme. — 33. Déviation minima. — 34. Incidence normale.

§ 6. Dispersion de la lumière . . . . . 27

35. Origine de la dispersion. — 36. Formules de la dispersion.

§ 7. Phénomène de la réflexion totale . . . . . 29

37. Définition expérimentale. — 38. Construction d'Huygens. — 39. Observation du phénomène. — 40. Incidence rasante.

Page

Chapitre III. **De la double réfraction** . . . . . 32

§ 1. Phénomènes expérimentaux relatifs à la double réfraction . . . . . 32

41. Double réfraction du spath. — 42. Expérience des deux spaths, polarisation des vibrations. — 43. Conséquences du phénomène de la double réfraction.

§ 2. Ellipsoïde inverse et surface des vitesses normales . . . . . 37

44. Hypothèses de Fresnel. — 45. Expression de la force élastique. — 46. Ellipsoïde inverse d'élasticité. — 47. Vitesse de propagation des ondes dans une direction donnée. — 48. Axes principaux. — 49. Sections cycliques. — 50. Construction de la surface des vitesses normales. — 51. Surface des indices à deux nappes.

§ 3. Ellipsoïde direct des vitesses et surface d'onde . . . . . 45

52. Construction de l'ellipsoïde direct. — 53. Construction de la surface d'onde.

§ 4. Autres surfaces à une et deux nappes utilisées en optique . . . . . 46

54. Ovaloïde des vitesses normales et surface à deux nappes des indices des ondes planes. — 55. Ovaloïde inverse des vitesses des rayons et surface d'onde réciproque. — 56. Tableau résumant les relations entre les diverses surfaces à une et à deux nappes.

§ 5. Direction des rayons réfractés chez les corps biréfringents . . . . . 50

57. Construction d'Huygens.

Chapitre IV. **Double réfraction chez les cristaux uniaxes** . . . . . 50

§ 1. Ellipsoïdes des cristaux uniaxes . . . . . 50

58. Ellipsoïdes direct et inverse. — 59. Signe optique. — 60. Sections principales.

§ 2. Propagation des ondes et surface des vitesses normales . . . . . 52

61. Propagation des ondes. — 62. Surface des vitesses normales.

§ 3. Propagation des rayons lumineux et surface d'onde . . . . . 54

63. Propagation des rayons lumineux. — 64. Surface d'onde. — 65. Polarisation des rayons et des ondes.

§ 4. Réfraction et construction d'Huygens . . . . . 56

66. Cas général. — 67. Cas particuliers.

§ 5. Réfraction dans les prismes . . . . . 59

68. Prisme d'orientation quelconque. — 69. Prismes d'orientation déterminée. — 70. Incidence normale. — 71. Dispersion.

§ 6. Réflexion totale . . . . . 62

72. Section quelconque. — 73. Sections orientées.

Chapitre V. **Double réfraction chez les cristaux biaxes** . . . . . 68

§ 1. Ellipsoïde inverse . . . . . 68

74. Ellipsoïde inverse. — 75. Sections cycliques. — 76. Signe optique.

§ 2. Propagation des ondes et surface des vitesses normales . . . . . 70

77. Propagation des ondes. — 78. Surface des vitesses normales.

§ 3. Propagation des rayons lumineux et surface d'onde . . . . . 73

79. Ellipsoïde direct. — 80. Surface d'onde. — 81. Relations entre la surface d'onde et celle des vitesses normales.

§ 4. Polarisation des ondes et des rayons . . . . . 76

82. Théorème de Fresnel. — 83. Polarisation des rayons.

§ 5. Axes optiques et axes de réfraction conique . . . . . 78

84. Relation entre les angles des axes optiques et de réfraction conique.

§ 6. Réfraction et construction d'Huygens . . . . . 81

85. Cas général. — 86. Cas particuliers. — 87. Réfraction conique interne. — 88. Réfraction conique externe.

Page

§ 7. Réfraction dans les prismes . . . . . 84

89. Prisme d'orientation quelconque. — 90. Prismes d'orientation déterminée. — 91. Incidence normale.

§ 8. Réflexion totale . . . . . 86

92. Section d'orientation quelconque. — 93. Section voisine du point ombilical. — 94. Sections d'orientation déterminée.

§ 9. Orientation de l'ellipsoïde optique et dispersion cristalline . . . . . 91

95. Dispersion des axes optiques et des indices principaux. — 96. Orientation optique et dispersion dans le système orthorhombique. — 97. Orientation optique et dispersion dans le système monoclinique. — 98. Orientation optique et dispersion dans le système triclinique.

Chapitre VI. **Lentilles et instruments d'optique** . . . . . 94

§ 1. Réfraction à travers les lentilles . . . . . 94

99. Réfraction à travers une surface courbe. — 100. Construction de Weierstrass et points aplanétiques. — 101. Réfraction à travers deux surfaces courbes, lentilles. — 102. Divers types de lentilles. — 103. Lentilles épaisses. — 104. Construction des images. — 105. Association de lentilles. — 106. Aberration sphérique. — 107. Aplanétisme des systèmes optiques. — 108. Astigmatisme. — 109. Courbure du champ. — 110. Distorsion. — 111. Aberration de réfrangibilité.

§ 2. Loupes et oculaires . . . . . 109

112. Loupes simple et composée. — 113. Grossissement de la loupe. — 114. Oculaire positif de Ramsden. — 115. Oculaire négatif d'Huygens. — 116. Oculaires à trois verres.

§ 3. Lunettes et collimateurs . . . . . 114

117. Collimateur. — 118. Lunette. — 119. Mise au point de la lunette. — 120. Champ des lunettes, diaphragmes. — 121. Mesure des grossissement de la lunette.

§ 4. Microscope . . . . . 117

122. Marche des rayons. — 123. Diaphragmes. — 124. Objectifs, ouverture numérique. — 125. Oculaires. — 126. Grossissement. — 127. Chambre claire et mesure du grossissement.

§ 5. Opérations que l'on peut effectuer au moyen du microscope ordinaire. . 124

128. Mesure des longueurs. — 129. Mesure des surfaces et des épaisseurs. — 130. Mesure des angles plans. — 131. Mesure des angles de cristaux microscopiques.

Chapitre VII. **Les appareils de polarisation** . . . . . 130

§ 1. Moyens d'obtenir de la lumière polarisée et polariseurs divers . . . 130

132. Polarisation par réflexion. — 133. Polarisation par double réfraction. — 134. Prisme de Nicol. — 135. Prisme de Foucault. — 136. Prisme de Hartnack-Prazmowsky et Thompson. — 137. Prisme de Glan. — 138. Prismes de Feussner. — 139. Prisme d'Ahrens. — 140. Tableau résumant les propriétés des divers polariseurs.

§ 2. Marche de la lumière à travers deux prismes de Nicol. . . . . 138

141. Cas où les sections principales font entre elles un angle quelconque. — 142. Sections principales parallèles ou perpendiculaires.

§ 3. Microscopes polarisants . . . . . 139

143. Microscope à lumière parallèle ou orthoscope. — 144. Microscope à lumière convergente ou conoscope.

§ 4. Microscopes polarisants utilisés pour les recherches pétrographiques 145

145. Généralités. — 146. Microscope (type n° 1) à centrage facultatif. — 147. Microscope (type n° 2) à centrage permanent, avec rotation de l'objectif. — 148. Microscope (type n° 3) à nicols tournants.

Page

§ 5. Systèmes optiques employés dans les microscopes polarisants pour recherches pétrographiques . . . . . 160

149. Polariseur et analyseur. — 150. Condensateur à lumière convergente. — 151. Objectifs. — 152. Oculaires. — 153. Oculaires micrométriques à échelle graduée et à fil mobile. — 154. Oculaire planimétrique. — 155. Oculaire goniométrique. — 156. Lamelles optiques et accessoires divers. — 157. Repéreur. — 158. Chambre claire.

§ 6. Réglage du microscope polarisant . . . . . 165

159. Conditions auxquelles doit satisfaire un microscope réglé. — 160. Réglage des nicols. — 161. Réglage du réticule. — 162. Centrage du microscope.

Chapitre VIII. **Examen des cristaux en lumière parallèle** . . . . . 169

§ 1. Action d'une lame biréfringente en lumière polarisée monochromatique . . . . . 169

163. Trajet et vitesse des rayons traversant la lame. — 164. Retard. — 165. Rôle de l'analyseur, aux nicols croisés ou parallèles. — 166. Extinctions.

§ 2. Intensité de la lumière transmise . . . . . 174

167. Expression de l'intensité. — 168. Discussion de la formule. — 169. Vérification expérimentale.

§ 3. Action d'une lame biréfringente en lumière blanche. Polarisation chromatique . . . . . 179

170. Coloration de la lumière transmise. — 171. Teintes sensibles et ordres de Newton. — 172. Tableau des teintes des divers ordres de Newton. — 173. Analyse de la lumière transmise, oculaire spectroscopique d'Abbe. — 174. Extinctions et rôle de la dispersion cristalline. — 175. Intensité de la lumière transmise.

§ 4. Superposition de deux lames cristallines . . . . . 187

176. Directions d'élasticité parallèles. — 177. Directions d'élasticité croisées; compensation. — 178. Influence de la dispersion sur la compensation. — 179. Effet de deux lames superposées, orientées d'une manière quelconque.

Chapitre IX. **Applications des phénomènes de polarisation chromatique** . . . . . 196

§ 1. Recherche des directions $n_g'$ et $n_p'$ d'une lame . . . . . 196

180. Généralités. — 181. Emploi du mica quart d'ondulation. — 182. Emploi du quartz ou gypse teinte sensible. — 183. Emploi de biseaux compensateurs de quartz ou de gypse. — 184. Lame de M. Wright.

§ 2. Détermination de l'ordre de polarisation d'une teinte . . . . . 198

185. Compensation.

§ 3. Mesure des biréfringences . . . . . 200

186. Définitions. — 187. Détermination de l'épaisseur. — 188. Mesure du retard. — 189. Compensateur de Babinet. — 190. Graduation du compensateur. — 191. Emploi du compensateur. — 192. Influence de la dispersion. — 193. Compensateur de M. Chroustschoff. — 194. Compensateur à teinte plate de Bravais. — 195. Biréfractomètre de M. Amann. — 196. Compensateur à lames de mica de M. de Fédorow. — 197. Comparateur de M. Michel-Lévy. — 198. Mesure du retard par la méthode de Fizeau et Foucault. — 199. Tableau des biréfringences de M. Michel-Levy.

§ 4. Orientation des sections d'égale biréfringence . . . . . 218

200. Calcul de la biréfringence d'une section quelconque. — 201. Surface d'égal retard des ondes de Bertin. — 202. Sections d'égale biréfringence. — 203. Utilisation de la projection stéréographique.

Page

Chapitre X. **Des extinctions** . . . . . 230

§ 1. Considérations générales sur les extinctions . . . . . 230

204. Définitions, extinctions droites et obliques. — 205. Lignes directrices.

§ 2. Mesure des angles d'extinction . . . . . 232

206. Méthode usuelle. — 207. Stauroscope de Kobell. — 208. Emploi de la teinte sensible — 209. Lame de M. Klein. — 210. Lame de Bravais. — 211. Oculaire de Bertrand. — 212. Oculaire de M. Caldéron. — 213. Réglage des oculaires stauroscopiques.

§ 3. Extinctions dans les zones . . . . . 236

214. Généralités. — 215. Courbes d'extinction. — 216. Méthode expérimentale pour construire les courbes d'extinction. — 217. Enoncé sommaire de la méthode de M. Michel-Levy pour le calcul des angles d'extinction des faces d'une zone.

§ 4. Méthode graphique pour évaluer les angles d'extinction . . . . . 241

218. Principe de la méthode, utilisation de la projection stéréographique. — 219. Canevas stéréographiques. — 220. Applications aux zones. — 221. Courbes d'égales extinctions.

§ 5. Étude particulière des propriétés des courbes d'extinction par la projection stéréographique et formules nouvelles des auteurs pour leur calcul . . . . . 249

222. Courbes d'extinction en projection stéréographique. — 223. Axe de zone occupant une position quelconque. — 224. Résumé général des résultats de la discussion. — 225. Axe de zone situé dans le plan de $n_m$ et de la bissectrice aiguë. — 226. Axe de zone situé dans le plan de $n_m$ et de la bissectrice obtuse. — 227. Axe de zone situé dans le plan des axes optiques.

§ 6. Extinction dans les différents systèmes cristallins . . . . . 260

228. Système cubique. — 229. Système quadratique. — 230. Systèmes hexagonal et rhomboèdrique. — 231. Système orthorhombique. — 232. Système monoclinique. — 233. Système triclinique.

§ 7. Extinctions des cristaux maclés . . . . . 266

234. Généralités sur les macles. — 235. Cas des hémitropies normales. — 236. Moyen de reconnaître les sections normales au plan de jonction. — 237. Cas des hémitropies parallèles. — 238. Hémitropies normale et parallèle simultanées.

Chapitre XI. **De l'éclairement commun** . . . . . 274

§ 1. Éclairement commun des lames juxtaposées . . . . . 274

239. Lames juxtaposées placées en lumière monochromatique. — 240. Cas de la lumière blanche.

§ 2. Éclairement commun des lames juxtaposées se recouvrant en partie. . 278

241. Intensité lumineuse des plages complexes. — 242. Positions d'égale intensité lumineuse du système.

§ 3. Applications pratiques des éclairements communs . . . . . 280

243. Résumé relatif aux éclairements communs. — 244. Applications pratiques.

Chapitre XII. **Méthodes de M. de Fédorow** . . . . . 281

§ 1. But à atteindre et instruments nécessaires. . . . . 281

245. Généralités sur les méthodes. — 246. Platine à deux axes de rotation. — 247. Platine à trois axes de rotation.

§ 2. Méthodes basées sur l'emploi de la platine à deux axes de rotation . . 283

248. Réglage de l'instrument. — 249. Principe de la méthode. — 250. Recherche du premier axe optique. — 251. Recherche du deuxième axe optique. — 252. Cas des sections voisines du plan des axes optiques.

Page

§ 3. Méthodes basées sur l'emploi de la platine à trois axes de rotation. . 293

253. Réglage de l'instrument. — 254. Principe de la méthode. — 255. Recherche d'une section principale. — 256. Recherche des deux autres sections principales. — 257. Fixation de la position des indices principaux. 258. Détermination de l'angle des axes optiques. — 259. Abaque pour la correction de la réfraction.

Chapitre XIII. **Examen des cristaux en lumière convergente** . . . 300

§ 1. Généralités sur les phénomènes en lumière convergente . . . . . 300

260. Observation du phénomène et nature des figures obtenues. — 261. Courbes isochromatiques. — 262. Isogyres. — 263. Isotaques ou ellipses des vitesses. — 264. Skiodromes. — 265. Dérivation des isogyres à l'aide des skiodromes.

§ 2. Cristaux uniaxes . . . . . 312

266. Surface d'égal retard. — 267. Isotaques. — 268. Section normale à l'axe optique. — 269. Section parallèle à l'axe optique. — 270. Section oblique sur l'axe optique.

§ 3. Cristaux à deux axes optiques . . . . . 319

271. Surface d'égal retard. — 272. Isotaques. — 273. Sections perpendiculaires à la bissectrice aiguë. — 274. Section perpendiculaire à la bissectrice obtuse. — 275. Section parallèle au plan des axes optiques. — 276. Section normale à l'un des axes optiques. — 277. Section quelconque. — 278. Rôle de l'épaisseur de la lame, figures données par les coupes minces. — 279. Remarques relatives à l'observation des phénomènes en lumière convergente.

§ 4. Rôle de la dispersion cristalline. . . . . 334

280. Généralités. — 281. Système orthorhombique. — 282. Système monoclinique. — 283. Système triclinique.

Chapitre XIV. **Application de la lumière convergente à la détermination du signe optique** . . . . . 338

§ 1. Détermination du signe optique des cristaux uniaxes. . . . . 338

284. Généralités. — 285. Emploi des sections normales à l'axe optique. — 286. Emploi des sections parallèles à l'axe optique. — 287. Emploi d'une section quelconque.

§ 2. Détermination du signe optique des cristaux biaxes . . . . . 342

288. Généralités. — 289. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice aiguë. — 290. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice obtuse. — 291. Emploi des sections parallèles au plan des axes optiques. — 292. Emploi des sections perpendiculaires à un axe optique.

Chapitre XV. **Mesure de l'angle des axes optiques** . . . . . 347

§ 1. Relation entre les angles réel et apparent. Principe des méthodes . 347

293. Angles réel et apparent. — 294. Principe des méthodes.

§ 2. Méthodes directes. . . . . 348

295. Emploi d'une section normale à la bissectrice aiguë. — 296. Cas d'une section inclinée sur la bissectrice aiguë. — 297. Cas où l'arête d'une zone est perpendiculaire au plan des axes optiques. — 298. Méthode de M. E. A. Wülfing.

§ 3. Appareils servant à la mesure de l'angle des axes optiques par les méthodes directes . . . . . 354

299. Appareil de M. Th. Liebisch. — 300. Appareil de M. Wülfing. — 301. Appareil d'Adams. — 302. Petit goniomètre adaptable au microscope polarisant.

§ 4. Méthodes indirectes. . . . . 359

303. Méthode de Mallard. — 304. Méthode de M. F. Becke.

Page

**Chapitre XVI. Mesure des indices de réfraction** . . . . . 367

§ 1. Considérations générales, cas des gros et petits fragments . . . . . 367

305. Principe et classement des méthodes.

§ 2. Méthodes utilisant la réfraction dans les lames . . . . . 367

306. Méthode du duc de Chaulnes.

§ 3. Emploi des prismes . . . . . 369

307. Goniomètre de Babinet. — 308. Réglage du goniomètre. — 309. Réglage du prisme. — 310. Méthode de la déviation minimum. — 311. Dispersion. — 312. Méthode par sortie normale du rayon. — 313. Méthode par sortie normale, avec retour du rayon sur lui-même. — 314. Mesure des indices des corps biréfringents par les prismes.

§ 4. Méthodes et appareils basés sur la réflexion totale . . . . . 380

315. Généralités. — 316. Réfractomètre de M. Kohlrausch. — 317. Mesure des indices des corps biréfringents avec l'appareil de M. Kohlrausch. — 318. Réfractomètre d'Abbe. — 319. Mesure des indices des corps biréfringents.

**Chapitre XVII. Mesure des indices de réfraction dans le cas des petits fragments** . . . . . 392

§ 1. Méthodes approximatives exigeant seulement l'emploi du microscope. . 392

320. Généralités. — 321. Indice évalué par le relief d'un minéral ou par son aspect chagriné. — 322. Méthode de M. Schroeder von der Kolk. 323. Méthode de M. F. Becke. — 324. Extension de la méthode de Becke.

§ 2. Réfractomètres à réflexion totale. . . . . 402

325. Généralités sur les instruments à réflexion totale. — 326. Réfractomètre de M. Wallerant. — 327. Réfractomètre de M. Pulfrich. — 328. Réfractomètre de M. Klein. — 329. Réfractomètre de M. F. Pearce. — 330. Réglage de l'instrument. — 331. Marche d'une mesure.

**Chapitre XVIII. Absorption et pléochroïsme**. . . . . 415

§ 1. Origine de la couleur des corps . . . . . 415

332. Définition de l'absorption. — 333. Origine de la coloration.

§ 2. Absorption dans les cristaux. Pléochroïsme . . . . . 416

334. Absorption chez les cristaux du système cubique. — 335. Absorption chez les corps biréfringents. — 336. Pléochroïsme chez les cristaux uniaxes. — 337. Pléochroïsme chez les cristaux biaxes. — 338. Phénomène des houppes. — 339. Auréoles polychroïques.

§ 3. Procédés d'observation des phénomènes . . . . . 420

340. Utilisation de la loupe dichroscopique ou du microscope polarisant. — 341. Analyse de la couleur produite. — 342. Spectrophotomètre de Glan. 343. Microphotomètre de M. Königsberger.

**Chapitre XIX. Polarisation rotatoire** . . . . . 427

§ 1. Faits expérimentaux . . . . . 427

344. Définition du phénomène. Lois de Biot. — 345. Observation en lumière blanche. — 346. Teinte sensible.

§ 2. Mesure des rotations . . . . . 430

347. Généralités. — 348. Polarimètre de Wild. — 349. Polarimètre de Laurent. — 350. Polarimètre de Lippich. — 351. Polarimètre de Soleil. — 352. Observations relatives aux polarimètres. — 353. Méthode de Broch.

§ 3. Cristaux doués de polarisation rotatoire, examinés en lumière convergente . . . . . 435

354. Forme des figures d'interférence.

§ 4. Théorie de la polarisation rotatoire . . . . . 436

355. Explication de Fresnel. — 356. Vérification expérimentale. — 357. Conditions qui entraînent la polarisation rotatoire.

Page

§ 5. Énoncé sommaire des corps cristallisés qui possèdent la polarisation rotatoire . . . . . 440

358. Cristaux cubiques. — 359. Cristaux uniaxes. — 360. Reproduction expérimentale de la polarisation rotatoire.

Chapitre XX. **Détermination des minéraux en coupes minces** . . . 441

§ 1. Préparation des coupes microscopiques de roches et de minéraux. . 441

361. Procédés applicables pour obtenir des coupes minces. — 362. Taille des sections orientées. — 363. Taille des prismes.

§ 2. Détermination des divers minéraux contenus dans une coupe mince. . 450

364. Nature du problème à résoudre. — 365. Méthodes utilisées pour fixer le nombre des minéraux différents contenus dans une préparation. — 366. Détermination d'un minéral cubique. — 367. Détermination d'un minéral uniaxe. — 368. Détermination d'un minéral biaxe. — 369. Principe de la construction des tables servant aux déterminations. — 370. Détermination des minéraux opaques.

Chapitre XXI. **Photographie des préparations microscopiques** . . . . 465

§ 1. Appareils servant à la photographie . . . . . 465

371. Chambre noire et systèmes optiques. — 372. Sources de lumière.

§ 2. Méthodes d'opération . . . . . 466

373. Mise au point. — 374. Plaques sensibles et temps de pose. — 375. Développement des négatifs.

Chapitre XXII. **Sources lumineuses** . . . . . 468

376. Généralités. — 377. Filtres à lumière. — 378. Vapeurs métalliques incandescentes. — 379. Monochromateurs. — 380. Tableau des longueurs d'onde des principales radiations.

**Appendice relatif à la projection stéréographique** . . . . . 472

## CHAPITRE I.

# LE MOUVEMENT VIBRATOIRE ET LES INTERFÉRENCES.

§ 1. Le mouvement vibratoire en général. § 2. Propagation du mouvement vibratoire. § 3. Lumière naturelle et polarisée. § 4. Composition de deux mouvements vibratoires. § 5. Coloration de la lumière par le phénomène des interférences. § 6. Franges de FRESNEL et d'YOUNG.

### § 1. LE MOUVEMENT VIBRATOIRE EN GÉNÉRAL.

**1. Ether lumineux.**[1] L'hypothèse fondamentale généralement adoptée pour expliquer les phénomènes lumineux, consiste à supposer qu'il existe partout entre les molécules des corps solides, liquides, et gazeux, comme aussi dans le vide barométrique et dans les espaces interplanétaires, une matière subtile, impondérable, douée d'une élasticité parfaite, et appelée «éther lumineux». Cet éther lumineux qui est formé lui aussi de molécules, jouit des propriétés d'un fluide élastique parfait; on admet en outre que ses molécules subissent une certaine action de la part de celles des corps pondérables.

La lumière est considérée comme la conséquence de mouvements vibratoires extrêmement rapides, communiqués à l'éther ambiant par les corps appelés lumineux. Ces mouvements vibratoires se transmettent de proche en proche sous forme d'ondes, comparables soit aux ondes sonores, soit à celles qui naissent à la surface d'un liquide en repos ébranlé en un point.

**2. Mouvement vibratoire.** Soit une molécule d'éther $m$ en équilibre en $O$ (fig. 1). Communiquons lui un déplacement jusqu'en $A$ par exemple; sous l'influence de l'élasticité du milieu, celle-ci sera soumise à une force qui tendra à la ramener en $O$; mais lorsqu'elle arrivera en ce point, elle possèdera une certaine quantité d'énergie cinétique qui lui fera dépasser sa position d'équilibre, et l'amènera en $A'$, symétrique de $A$.

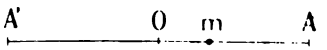


Fig. 1.

[1] HUYGENS. Traité de la lumière. Leyde 1690. EULER, Mémoires Acad. Berlin. 1745, 1752. T. YOUNG, Miscellaneous Works, Londres 1855. AUG. FRESNEL, Œuvres complètes, Paris 1876. VERDET, Optique physique, Paris 1869.

Ce mouvement de va-et-vient entre $AA'$ et $A'A$ qui porte le noı d'*oscillation* ou de *vibration*, continuera indéfiniment si la molécule n se meut pas dans un milieu résistant qui absorbe peu à peu l'énergi potentielle qui lui a été communiquée au début; il est caractéris par les éléments suivants:

1° *La forme de la trajectoire*, qui peut être rectiligne, circulair ou elliptique. Dans les deux derniers cas, la vibration peut résulte comme nous le verrons plus loin, de la composition de deux vibratior rectilignes, perpendiculaires entre elles.

2° *L'amplitude de l'oscillation a*, qui est la distance comprise entı l'une des positions d'élongation maxima $A$ ou $A'$, et la position d'équ libre $O$.

3° *La durée d'oscillation ou période* $\tau$, qui est le temps employé pa la molécule pour effectuer une oscillation complète, c'est-à-dire l temps qu'elle prendra partant de sa position d'équilibre, pour aller e $A$ puis en $A'$ et revenir à son point de départ. Vu la petitesse d mouvements, les vibrations sont isochrones, c'est-à-dire indépendant de l'amplitude.

4° *La phase* $\varphi$, qui exprime la position de la molécule sur sa tr jectoire à l'origine du temps. Cette phase est nulle lorsqu'au tem $t = 0$, la molécule se trouve en $O$; elle est positive ou négati selon qu'au temps $t = 0$ elle se trouve par rapport à $O$, entre $O$ ou entre $OA'$; elle peut être enfin exprimée en fraction de dur d'oscillation.

Soit par exemple deux mouvements vibratoires de même pério (fig. 2), on dit qu'ils ont une différence de phase si les molécules et $m'$ ne passent pas au même instant par leur position initiale; cette différence de phase sera de $\frac{1}{4}\tau$ si, lorsque $m$ étant en $A$, $m'$ se trouve en $O$, elle est de $\frac{1}{2}\tau$, si $m$ est en $A$ quand $m'$ est en $B'$.

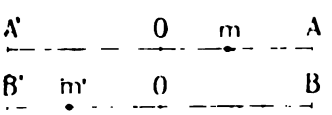



Fig. 2.

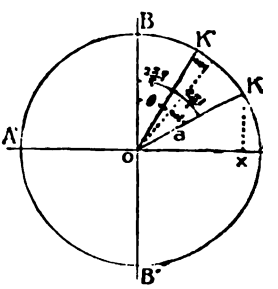



Fig. 3.

**3. Equation du mouvement vibratoire.** On peut encore définir mouvement vibratoire comme celui de la projection $X$ d'un point qui se meut sur un cercle de rayon $a$ égal à l'amplitude, et av une vitesse angulaire $\omega$ constante (fig. 3).

Si $K'$ est la position occupée par le point $K$ à l'origine du temps, on aura à un instant $t$ quelconque:

$$X = a \sin(\omega t + \theta).$$

Le point $K$ cheminant sur le cercle revient à sa position initiale au bout du temps $\tau$, la vitesse angulaire sera donc:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}$$

et l'angle $\theta$ peut de même être exprimé par

$$\theta = \frac{2\pi}{\tau}\varphi.$$

$\varphi$ étant le temps employé par le vecteur $OK$ pour parcourir l'aire $BOK'$. Remplaçant dans l'équation ci-dessus, il vient:

$$X = a \sin\frac{2\pi}{\tau}(t + \varphi).$$

Aux phases $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{1}{4}\tau$, ou encore $\varphi = \frac{1}{2}\tau$, le point $K$ se trouve à l'origine du temps en $B$, $A$ ou $B'$.

**4. Intensité du mouvement.** Si donc nous considérons la lumière comme la conséquence d'un mouvement vibratoire, il nous faudra nécessairement admettre que son intensité est proportionnelle à la force vive moyenne développée pendant une période; celle-ci sera en conséquence représentée par l'intégrale:

$$I = \frac{1}{\tau}\int \tfrac{1}{2} m v^2,$$

dans laquelle $v$ est la vitesse du déplacement de la molécule vibrante; si

$$x = a \sin\frac{2\pi t}{\tau},$$

nous aurons pour $v = \frac{dx}{dt}$ l'expression:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2\pi}{\tau} a \cos\frac{2\pi t}{\tau}.$$

L'intensité lumineuse sera donc:

$$I = \frac{2m\pi^2 a^2}{\tau^3}\int_0^\tau \cos^2\frac{2\pi t}{\tau}\,dt,$$

mais comme:

$$\cos^2 \frac{2\pi t}{\tau} = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\frac{4\pi t}{\tau}\right)$$

l'intégrale précédente peut s'écrire:

$$I = \frac{m\pi^2 a^2}{\tau^3}\int_0^\tau \left(1 + \cos\frac{4\pi t}{\tau}\right) dt$$

qui donne enfin:

$$I = \frac{m\pi^2 a^2}{\tau^2}.$$

L'intensité de la lumière est donc proportionnelle au carré de l'amplitude du mouvement vibratoire.

## § 2. PROPAGATION DU MOUVEMENT VIBRATOIRE.

**5. Longueur d'onde.** Considérons une rangée de molécules d'éther $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ etc. en équilibre (fig. 4); communiquons à $A$ une impulsion de bas en haut, elle se soulève pour arriver à sa position d'élongation maxima $A_1$; mais les molécules voisines en raison des liaisons qui existent entre elles, tendent à ramener la molécule $A$ à sa position d'équilibre. D'autre part celle-ci agira sur les molécules voisines pour les mettre en mouvement, de sorte que la molécule $B$ va se soulever à son tour, mais avec un certain retard. Lorsque $A$ se trouvera en $A_1$, $B$ ne sera seulement qu'en $B'$ et n'atteindra sa position d'élongation maxima $B_1$ qu'un peu plus tard. La molécule $B$ agira de même sur $C$, et ainsi de suite; mais le retard ira en croissant. Si maintenant une action étrangère restitue constamment à $A$ l'énergie qu'elle abandonne aux molécules voisines, le mouvement se continuera indéfiniment, et les molécules qui étaient primitivement sur une ligne droite, seront alors disposées sur une courbe sinueuse.

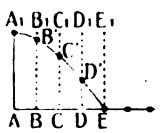


Fig. 4.

Quant à la vitesse de propagation de l'impulsion, elle se déduit des considérations suivantes: Lorsqu'après $\frac{1}{4}\tau$, $A$ est parvenu en $A_1$ (fig. 4), l'impulsion s'est transmise jusqu'en $E$ qui se soulèvera à l'instant où $A$ quitte la position $A_1$ pour revenir en arrière. Après $\frac{1}{2}\tau$, $A$ se trouve à son point de départ et $E$ en $E_1$ (fig. 5); à ce moment l'impulsion atteint $F$. Après $\frac{3}{4}\tau$, $A$ se trouve en $A_2$ symétrique de $A_1$, tandis que l'impulsion parvient jusqu'à la molécule $G$ (fig. 6). Enfin au bout du temps $\tau$, $A$ a fait une oscillation complète et se trouve à

son point de départ; la molécule $H$ va alors entrer en vibration (fig. 7), et quittera donc sa position d'équilibre au moment où $A$ va commencer sa seconde oscillation; ces deux molécules vibrent donc en concordance de phase.

On donne le nom de longueur d'onde $\lambda$ à la distance comprise entre deux molécules comme $A$ et $H$ (fig. 7) qui vibrent en concordance de phase; c'est par conséquent la distance à laquelle s'est propagée l'impulsion pendant un temps égal à $\tau$.

**6. Vitesse de propagation.** La vitesse $V$ de propagation de l'ondulation est donc:

$$V = \frac{\lambda}{\tau}$$

et on donne à la droite $AH$ le nom de *rayon lumineux*.

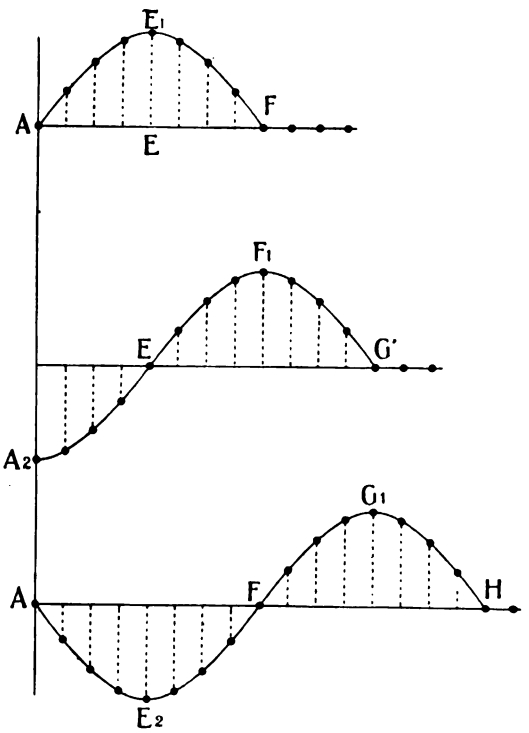


Fig. 5, 6, 7.

La vitesse de propagation du mouvement peut être exprimée d'une autre manière, en fonction de l'élasticité de l'éther.

On sait que les forces $f$ sont proportionnelles aux accélérations $\gamma$ qu'elles produisent; si $m$ représente la masse du mobile on aura donc:

$$f = m\gamma.$$

L'accélération d'un mouvement a pour valeur la dérivée seconde par rapport au temps soit $\frac{d^2x}{dt^2}$ de l'équation du mouvement $x = a \sin \frac{2\pi}{\tau}(t + \varphi)$. On aura donc:

$$\frac{dx}{dt} = a\frac{2\pi}{\tau} \cos \frac{2\pi}{\tau}(t + \varphi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a\frac{4\pi^2}{\tau^2} \sin \frac{2\pi}{\tau}(t + \varphi) \text{ et}$$

$$\gamma = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{\tau^2}x$$

et par conséquent la force sera:

$$f = -\frac{4\pi^2}{\tau^2}mx,$$

c'est-à-dire proportionnelle à la distance $x$ qui sépare la molécule de sa position d'équilibre, et en sens inverse du déplacement.

Or en faisant abstraction du signe qui indique le sens de la force, et en posant pour simplifier $x = 1$, on a, substituant dans l'équation ci-dessus $\tau$ par sa valeur donnée par $V = \frac{\lambda}{\tau}$ et en tirant $V$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{f}{m}}.$$

Pour un milieu déterminé $\frac{\lambda}{2\pi}$ est une constante, et d'autre part $f$ est la force élastique mise en jeu dans le déplacement. Enfin $m$ étant la masse d'une molécule d'éther en mouvement est une constante; nous pouvons donc écrire enfin

$$V = K\sqrt{f} \text{ dans laquelle } K = \frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{m}}.$$

**7. Lumières blanche et monochromatique.** La lumière blanche est, comme on le sait, composée d'une infinité de rayons diversement colorés, auxquels on donne le nom de radiations; chacune possède une longueur d'onde déterminée qui caractérise sa couleur. Cette longueur d'onde décroit régulièrement du rouge pour lequel elle présente le maximum, jusqu'au violet où elle atteint sa valeur minima, comme le montre le tableau ci-dessous.

**Tableau de quelques longueurs d'onde en millionièmes de m. m.**

| Raies de Fraunhofer | Couleur | Valeurs de $\lambda$ |
|---|---|---|
| *A* | rouge | 760 |
| *C* | rouge-orangé | 656 |
| *D* | jaune (sodium) | 589 |
| *E* | vert | 527 |
| *F* | bleu | 486 |
| *G* | bleu-violacé | 430 |
| *h* | violet | 410 |
| *H* | extrémité du violet | 396 |
| *K* | extrémité du violet | 393 |

Comme il existe pour une même couleur, le jaune par exemple, un grand nombre de radiations voisines correspondant à des couleurs de teintes rapprochées, il ne suffira pas pour spécifier la position d'une radiation dans le spectre, d'indiquer seulement sa couleur, il faudra encore donner chaque fois la valeur de sa longueur d'onde. La lumière composée de radiations ayant une longueur d'onde unique est dite monochromatique.

**8. Vitesse de propagation des radiations dans divers milieux.** Dans le vide, la vitesse $V$ de propagation de ces différentes lumières est la même, mais à l'intérieur des corps solides, liquides ou gazeux, il n'en est plus ainsi, car les molécules de ces derniers exercent une action sur l'éther ambiant qui fait varier son élasticité, et par conséquent aussi la vitesse de propagation $V$.

On voit donc, que la longueur d'onde d'une lumière de couleur déterminée, varie suivant les corps au travers desquels elle se propage, tandis que la durée d'oscillation reste constante, comme on peut s'en rendre compte par le raisonnement suivant:

Supposons un rayon lumineux $LM$ traversant la surface $AB$ séparant deux milieux (fig. 8), si nous admettons que $\tau$ subisse une modification brusque lorsque le mouvement passe du premier dans le second, il faudrait pour cela que les vibrations situées de part et d'autre de $AB$ et immédiatement voisines, aient des périodes différentes. Ces vibrations se trouveraient donc dans le cas de deux pendules de longueur inégale, qui, à un instant déterminé, oscillent ensemble, tandis qu'un peu plus tard il se produit entre eux une différence de phase qui va en augmentant sans cesse, et passe par des valeurs périodiques $\frac{\tau}{2}$, $2\tau$, $\frac{3}{2}\tau$ etc. Le résultat final serait qu'au passage de la surface il y aurait discontinuité dans la propagation, ce que l'on ne peut admettre.

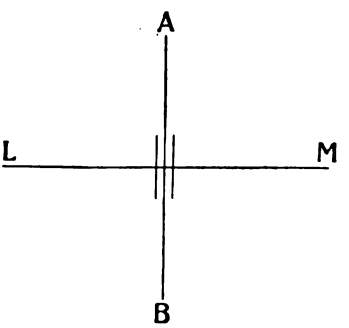


Fig. 8.

## § 3. LUMIÈRE NATURELLE ET POLARISÉE.

**9. Transversalité des vibrations.**[1] Les molécules d'éther pourraient évidemment vibrer dans une direction quelconque par rapport à celle

[1] Young, Miscell. Works. Fresnel, Œuvres I. 330, 629. Verdet, Ann. de Chimie 31. 1851, 377.

du rayon, c'est-à-dire parallèlement, normalement ou obliquement sur celui-ci. Dans les ondes sonores, on sait en effet que les trajectoires rectilignes que décrivent les molécules d'air sont parallèles à la direction de propagation; pour les ondes lumineuses il faut, pour expliquer d'une manière complète différents phénomènes optiques, admettre avec Fresnel l'existence de vibrations transversales de l'éther lumineux, c'est-à-dire de vibrations contenues dans un plan perpendiculaire au sens de la propagation.

**10. Plans de vibration et de polarisation.** Dans la lumière naturelle, les trajectoires contenues dans ce plan peuvent y occuper une position quelconque, qui varie avec le temps; elles peuvent d'ailleurs être d'espèces différentes. Dans la lumière dite polarisée, ces vibrations sont toutes semblables, et de plus orientées; on admet en effet que pour un rayon polarisé rectilignement, elles se font toutes dans un plan passant par le rayon et appelé *plan de vibration*, et perpendiculairement à un second plan nommé *plan de polarisation* (fig. 9).

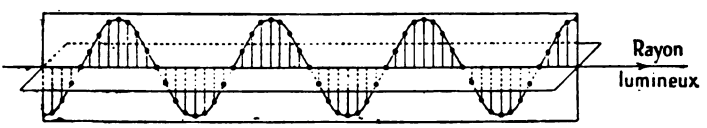



Fig. 9.

Si les trajectoires sont circulaires ou elliptiques, le rayon est dit polarisé circulairement ou elliptiquement, mais pour que celui-ci soit complètement défini, il faut connaître l'orientation des ellipses et le sens selon lequel elles sont parcourues. D'ailleurs, une vibration circulaire ou elliptique pouvant toujours se ramener à deux vibrations rectilignes, nous pouvons pratiquement assimiler une telle vibration à deux vibrations rectilignes, polarisées à angle droit, et ayant entre elles certains rapports d'amplitude et de phase.

Dans les milieux cristallins qui ne sont en général pas isotropes, nous verrons que la vibration polarisée n'est pas tout à fait normale à la direction de propagation du rayon lumineux, mais par analogie avec ce qui se passe dans les milieux isotropes, nous admettrons avec Fresnel que la force élastique mise en jeu par une vibration, est perpendiculaire au rayon.

## § 4. COMPOSITION DE DEUX MOUVEMENTS VIBRATOIRES.

**11. Cas des mouvements perpendiculaires.** Lorsque plusieurs mouvements vibratoires se produisent simultanément dans un même milieu, ils se composent suivant les lois de la mécanique pour donner un

mouvement résultant. Ces mouvements peuvent être perpendiculaires, parallèles, ou faire les uns avec les autres des angles variés; nous ne considérerons que les deux premiers cas, qui seuls présentent pour nous de l'intérêt.

Soit deux mouvements perpendiculaires s'effectuant respectivement suivant les droites $x$ et $y$ et définis par les équations:

$$x = a \sin \frac{2\pi}{\tau} (t + \varphi)$$

$$y = b \sin \frac{2\pi}{\tau} (t + \psi).$$

La forme de la trajectoire se trouve en éliminant $t$ entre les deux équations, on aura:

$$x = a \left[ \sin \frac{2\pi t}{\tau} \cos \frac{2\pi\varphi}{\tau} + \cos \frac{2\pi t}{\tau} \sin \frac{2\pi\varphi}{\tau} \right]$$

$$y = b \left[ \sin \frac{2\pi t}{\tau} \cos \frac{2\pi\psi}{\tau} + \cos \frac{2\pi t}{\tau} \sin \frac{2\pi\psi}{\tau} \right].$$

Multiplions la première de ces équations par $b \cos \frac{2\pi\psi}{\tau}$ et la seconde par $a \cos \frac{2\pi\varphi}{\tau}$ et retranchons les deux résultats l'un de l'autre; on a

$$xb \cos \frac{2\pi\psi}{\tau} - ya \cos \frac{2\pi\varphi}{\tau} = ab \cos \frac{2\pi t}{\tau} \sin \frac{2\pi}{\tau} (\varphi - \psi).$$

Multiplions maintenant la première des deux mêmes équations par $b \sin \frac{2\pi\psi}{\tau}$ et la seconde par $-a \sin \frac{2\pi\varphi}{\tau}$ et ajoutons les deux résultats, il vient alors

$$xb \sin \frac{2\pi\psi}{\tau} - ya \sin \frac{2\pi\varphi}{\tau} = -ab \sin \frac{2\pi t}{\tau} \sin \frac{2\pi}{\tau} (\varphi - \psi).$$

Elevons au carré les deux équations obtenues et additionnons, nous aurons:

$$b^2x^2 + a^2y^2 - 2abxy \cos \frac{2\pi}{\tau} (\varphi - \psi) = a^2b^2 \sin^2 \frac{2\pi}{\tau} (\varphi - \psi).$$

C'est l'équation d'une ellipse, dont la longueur et la position des axes principaux dépendent des amplitudes $a$ et $b$ des vibrations composantes, ainsi que de leurs différences de phase.

Si la différence de phase $(\varphi - \psi)$ est égale à $\frac{\tau}{4}$ ou à un nombre impair de $\frac{\tau}{4}$, $\cos \frac{2\pi}{\tau} (\varphi - \psi) = 0$ et $\sin \frac{2\pi}{\tau} (\varphi - \psi) = 1$. Le

rectangle $xy$ s'annulant, l'équation de l'ellipse sera rapportée aux axes $x$ et $y$ et deviendra:

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2.$$

Si l'on pose $a = b$, c'est-à-dire si les amplitudes composantes sont égales, cette équation devient: $x^2 + y^2 = a^2$ qui est celle d'un cercle de rayon $a$.

Mais si $\varphi - \psi = \frac{2n\tau}{4}$, c'est-à-dire un nombre pair de $\frac{\tau}{4}$

$$\cos \frac{2\pi}{\tau}(\varphi - \psi) = 1$$

$$\sin^2 \frac{2\pi}{\tau}(\varphi - \psi) = 0,$$

nous aurons alors

$$b^2x^2 + a^2y^2 \pm 2abxy = 0.$$

Selon que $n$ est pair ou impair, cette équation donnera

$$y = -\frac{b}{a}x \text{ et } y = \frac{b}{a}x$$

ce qui représente deux droites inclinées de part et d'autre de $y$, et diagonales du rectangle construit sur $a$ et $b$. La vibration résultante sera donc rectiligne, si $\varphi - \psi$ est égal à un nombre pair quelconque de $\frac{\tau}{4}$, et dirigée selon les cas parallèlement à l'une ou l'autre des diagonales du rectangle construit sur $a$ et $b$.

**12. Cas des mouvements parallèles, interférences.** Soit deux vibrations de même période et d'amplitude $a$ et $a'$; si la différence de phase entre ces deux mouvements est nulle, ou égale à un nombre entier $2n\frac{\tau}{2}$ de demi-périodes, une même particule d'éther sera sollicitée à se déplacer sous l'influence de l'un et de l'autre de ces mouvements suivant la même direction et dans le même sens. Il y aura addition, et la nouvelle amplitude $A$ sera donc $A = (a + a')$. Ce phénomène s'appelle interférence positive.

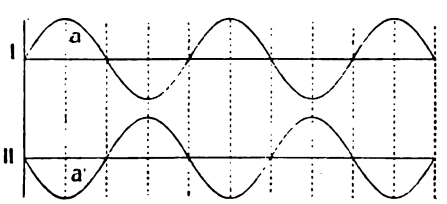


Fig. 10.

Si la différence de phase correspond à un nombre impair de demi-périodes, soit $(2n + 1)\frac{\tau}{2}$, l'état vibratoire du milieu sous l'in

fluence du premier mouvement sera figuré par la courbe I, tandis que la courbe II nous montre l'état du même milieu sous l'action du second mouvement (fig. 10). Il est dès lors évident qu'une même molécule étant sollicitée par deux forces de signe contraire, l'amplitude résultante $A$ sera: $A = (a - a')$, et si $a = a'$, $A = 0$; il n'y aura donc pas de lumière. Ce phénomène s'appelle interférence négative.

Il reste encore à envisager le cas où la différence de phase est quelconque, c'est à dire différente d'un mombre pair ou impair de $\frac{\tau}{2}$. Dans ces conditions, il y a encore composition et formation d'une onde unique, dont l'amplitude et la phase sont différentes de celles des composantes.

**13. Construction graphique et calcul des interférences.** La construction suivante va nous permettre de résoudre graphiquement tous les cas possibles d'interférence. Nous avons vu que le mouvement vibratoire peut être représenté comme celui de la projection d'un point, se mouvant sur un cercle de rayon égal à l'amplitude, et avec une vitesse angulaire $\frac{2\pi}{\tau}$ constante.

Soit

$$X_1 = a \sin \frac{2\pi}{\tau}(t + \varphi)$$

$$X_2 = a_1 \sin \frac{2\pi}{\tau}(t + \psi)$$

deux mouvements vibratoires qui s'effectuent suivant la même droite (fig. 11). Le mouvement résultant $X$ s'obtiendra en projetant sur $OX$ la résultante du parallélogramme construit sur $OK = a$ et $OM = a_1$, car ces deux valeurs restent constantes de même que l'angle $\frac{2\pi}{\tau}(\varphi - \psi)$ compris entre elles.

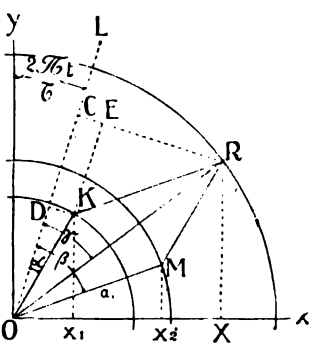


Fig. 11.

L'extrémité du vecteur $OR$ se déplacera sur un cercle, dont le rayon $A$ n'est autre chose que l'amplitude du mouvement résultant. Portons dans le sens du mouvement des vecteurs une droite $OL$ faisant avec $OY$ un angle $\frac{2\pi t}{\tau}$, les angles $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ compris entre cette droite et les vecteurs $OK$, $OM$ et $OR$ expriment les phases des mouvements composants et résultants soit $\alpha = \frac{2\pi\varphi}{\tau}$,

$\beta = \frac{2\pi\psi}{\tau}$ et $\gamma = \frac{2\pi\Phi}{\tau}$ On déduit de l'examen de la figure, notamment du triangle $OKR$ la relation:

$$A^2 = a^2 + a_1^2 + 2aa_1 \cos \frac{2\pi}{\tau}(\psi - \varphi)$$

qui dépend non seulement de $a$ et de $a_1$, mais encore de la différence de phase $\psi - \varphi$ des deux mouvements. Pour une valeur donnée de $a$ et $a_1$, elle tend vers un maximum $A = a + a_1$ lorsque $\psi - \varphi = 0$ ou est égal à un nombre pair de demi-périodes $(\varphi - \psi) = 2n\frac{\tau}{2}$ auquel cas la surface du parallélogramme s'annule.

$A$ devient au contraire minimum, si $(\varphi - \psi) = (2n + 1)\frac{\tau}{2}$, de plus $A = 0$, si $a = a_1$. Il y aura donc dans ce cas destruction complète du mouvement.

Quant à la phase du mouvement résultant, elle se déduit également de l'examen de la figure; on a en effet:

$$1 \qquad \operatorname{tang} \frac{2\pi}{\tau}\Phi = \frac{\overline{CE} + \overline{RE}}{\overline{OD} + \overline{DC}}$$

ce qui donne

$$2 \qquad \operatorname{tang} \frac{2\pi}{\tau}\Phi = \frac{a \sin \frac{2\pi}{\tau}\varphi + a_1 \sin \frac{2\pi}{\tau}\psi}{a \cos \frac{2\pi}{\tau}\varphi + a_1 \cos \frac{2\pi}{\tau}\psi}.$$

On voit donc que le mouvement résultant est un nouveau mouvement vibratoire, défini par l'équation

$$X = A \sin \frac{2\pi}{\tau} t + \Phi$$

dont l'amplitude et la phase se déduisent des équations 1 et (2).

Cette construction peut être généralisée et étendue à un nombre quelconque de mouvements vibratoires de même période à composer. La résultante du mouvement sera également un mouvement vibratoire, défini par la projection sur $OX$ de la droite qui ferme le polygone funiculaire construit sur les amplitudes composantes.

## § 5. COLORATION DE LA LUMIÈRE PAR LE PHÉNOMÈNE DES INTERFÉRENCES.

**14. Interférence en lumière blanche.** Si nous appliquons ce qui vient d'être dit au cas de la lumière, il s'en suit comme conséquence que la superposition de deux rayons lumineux de même nature, c'est-à-dire de lumière monochromatique, aura pour effet le renforcement

ou la diminution, voire même l'annulation complète de l'intensité lumineuse.

Si par contre les deux rayons lumineux sont formés par de la lumière blanche contenant les mêmes radiations avec les mêmes intensités respectives, il est évident qu'une différence de phase qui atteint une demi-période pour une radiation déterminée, aura pour effet de faire interférer négativement cette radiation qui disparaît. Mais il ne pourra en être de même pour les autres radiations dont les périodes d'oscillation sont différentes, et qui par conséquent tout en interférant, ne donneront jamais une résultante qui sera nulle.

La lumière ne pourra plus être blanche, puisqu'il y manquera la radiation détruite par interférence, elle paraîtra donc colorée de la teinte complémentaire, ce que l'on peut vérifier d'ailleurs en analysant au spectroscope cette lumière colorée, dans le spectre de laquelle la radiation supprimée produira une bande obscure.

Supposons maintenant un retard $R$ quelconque, nous aurons interférence entre les radiations pour lesquelles les durées d'oscillations $\tau\,\tau_1\,\tau_2\,\tau_3$ satisfont aux conditions

$$R = n\frac{\tau}{2} = \frac{n'\tau_1}{2} = \frac{n''\tau_2}{2} \text{ etc.}$$

Cette interférence sera positive si $n$ est pair et négative si $n$ est impair. On voit donc qu'un même retard peut éteindre ou renforcer simultanément plusieurs radiations constitutives de la lumière blanche.

Pour une différence de phase quelconque, les choses se passent en somme comme si l'un des rayons qui interfèrent se trouvait en avance ou en retard sur l'autre, et comme $\lambda$ est proportionnel à $\tau$, car nous avons $\lambda = V\tau$, nous pourrons toujours exprimer les retards soit avec $\tau$, soit avec $\lambda$, ce qui correspond dans ce dernier cas à une différence de chemin parcouru exprimée en millionièmes de millimètres.

Si donc nous faisons croître les retards de 0 jusqu'à une valeur quelconque $n\lambda$ de la lumière jaune du sodium par exemple, la lumière, d'abord blanche, passera par une succession de teintes diverses, dans lesquelles nous trouverons nécessairement une certaine périodicité. En effet, toutes les fois que le retard sera de $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ etc. pour le jaune en question, cette radiation sera détruite, et la teinte complémentaire apparaîtra; il en serait évidemment de même pour les autres radiations.

A mesure que les retards augmentent, le nombre des interférences possibles pour les diverses radiations s'accroît, ce qui aura pour effet un affaiblissement graduel de la teinte résultante. Lorsque les retards

seront très grands, il y aura pour toutes les régions du spectre des interférences positives et négatives par le fait que, comme il existe pour une même couleur une série de nuances représentées par une très petite variation de $\lambda$, le même retard qui fait interférer négativement une certaine nuance de $\lambda$ déterminé, renforce au contraire la radiation voisine, qui interfère positivement. Ainsi par exemple deux radiations voisines situées dans la bande spectrale rouge, et possédant des longueurs d'ondes $\lambda$ et $\lambda'$ dont les valeurs en millionièmes de millimètres sont:

$$\lambda = 760$$
$$\lambda' = 684$$

interfèrent, l'une positivement, l'autre négativement, pour un même retard $R$

$$R = 3420$$

millionièmes de millimètres, qui correspond exactement à $9\frac{1}{2}\lambda$ pour l'une, et à $10\frac{1}{2}\lambda$ pour l'autre de ces deux radiations.

**15. Ordres de Newton et blanc d'ordre supérieur.** Ce phénomène pourra se passer simultanément pour toutes les régions du spectre, il en résulte que nous aurons pour toutes les couleurs des interférences positives et négatives et que par conséquent il restera dans la lumière transmise toutes les radiations nécessaires à la formation de la lumière blanche. Celle-ci sera cependant considérablement affaiblie par suite de la suppression d'une grande partie des radiations; cette lumière atténuée et d'un blanc grisâtre, porte le nom de *blanc d'ordre supérieur*, tandis que les périodes observées dans la succession des teintes sont généralement désignées sous le nom *d'ordres de Newton*.

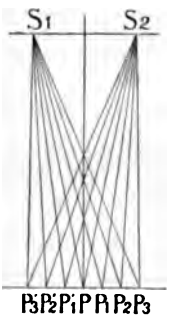


Fig. 12.

## § 6. FRANGES DE FRESNEL ET D'YOUNG.[1]

**16. Théorie des franges.** Les franges de Fresnel consistent en une série de bandes alternativement lumineuses et obscures, qui se répètent symétriquement de part et d'autre d'une frange centrale lumineuse; leur formation s'explique aisément par les interférences.

Imaginons deux points lumineux $S_1$ et $S_2$ (fig. 12) qui vibrent en concordance de phase, et qui émettent de la lumière de même période et de même amplitude. Prenons sur un écran un point $P$, tel que les chemins $S_1P$ et $S_2P$ soient égaux. Le retard entre les deux mouve-

[1] T. Young, Lectures on natural philosophy, Londres 1807, 424. Fresnel, Mém. de l'Institut, 1821, V. 339. Œuvres I. 330.

vements partis de $S_1$ et $S_2$ sera nul en ce point, et il y aura donc interférence positive en $P$, c'est-à-dire une frange lumineuse. Prenons un second point $P_1$ situé de telle façon que la différence des chemins $S_1P_1 - S_2P_1 = \frac{\lambda}{2}$, il y aura interférence négative en $P_1$ et formation d'une frange obscure; et il en sera évidemment de même en $P'_1$ symétrique de $P_1$ où $S_2P'_1 - S_1P'_1 = \frac{\lambda}{2}$ également. En un troisième point $P_2$, la différence des chemins parcourus $S_1P_2 - S_2P_2 = \lambda$, et il en sera de même en $P'_2$ avec $S_2P'_2 - S_1P'_2 = \lambda$; aux points $P_2$ et $P'_2$ il y aura de nouveau des franges lumineuses et ainsi de suite.

Il est bien évident que la distance qui sépare les points $P$ et $P_1$ dépend de la valeur de $\lambda$; plus cette valeur est petite, plus la différence $S_1P_1 - S_2P_1$ l'est également, et plus le point $P_1$ se rapproche de $P$; il en résulte que l'écartement des franges diminue avec la longueur d'onde.

**17. Dispositifs expérimentaux.** Pour réaliser l'expérience des franges de Fresnel et pour obtenir deux points qui vibrent en concordance de phase, on peut employer deux dispositifs principaux qui sont:

1° *Le biprisme de Fresnel.* C'est une lame de verre (fig. 13) limitée d'un côté par une face plane, et de l'autre par deux faces formant entre elles un angle très obtus. On peut démontrer que les rayons qui viennent concourir en un point quelconque tel que $P$, se comportent comme s'ils provenaient de deux sources lumineuses $S_1$ et $S_2$, qui ne sont que les images virtuelles du point $S$, vibrent en concordance de phase, et possèdent la même intensité.

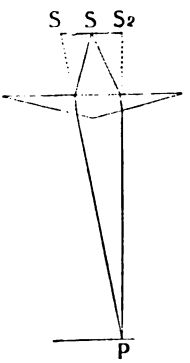


Fig. 13.

2° *Les miroirs de Fresnel.* Ce sont deux miroirs plans de verre noir, formant entre eux un angle très obtus. Un dispositif spécial permet de faire varier cet angle ainsi que l'orientation du plan d'incidence de l'un d'eux. Par ce dispositif, on réalise comme avec le biprisme, deux sources lumineuses de même intensité et vibrant en concordance de phase, qui sont les images virtuelles d'un même point lumineux fournies par ces deux miroirs.

Il est évident que l'écartement des franges dépendant de la valeur de $\lambda$ pour une position donnée des sources $S_1$ et $S_2$ et de l'écran, on pourra précisément mesurer les longueurs d'onde des différentes radiations en utilisant l'un des dispositifs indiqués ci-dessus.

# CHAPITRE II.

## ONDES LUMINEUSES, PROPAGATION, RÉFLEXION ET RÉFRACTION.

**§ 1. Surface d'onde et onde plane. § 2. Propagation des ondes dans les milieux isotropes et anisotropes. § 3. Réflexion des ondes. § 4. Réfraction des ondes. § 5. Réfraction dans les prismes. § 6. Dispersion de la lumière. § 7. Phénomène de la réflexion totale.**

### § 1. SURFACE D'ONDE ET ONDE PLANE.

**18. Principe de la plus prompte arrivée.**[1] La propagation de la lumière comme tous les phénomènes physiques d'ailleurs, obéit au principe général de la moindre action. En effet, par des démonstrations qui ne sauraient trouver place ici, on établit que la lumière, pour se rendre d'un point à un autre, suit toujours le chemin de plus courte arrivée, nous admettrons ceci comme un axiome.

**19. Principe d'Huygens.**[2] Supposons maintenant une molécule d'éther $S$ qui vibre dans un milieu homogène et isotrope. Ce mouvement vibratoire doit évidemment se propager dans toutes les directions autour du point $S$ selon le mode précédemment étudié. Le milieu étant isotrope, la vitesse est la même dans les différentes directions, de sorte qu'au bout d'une unité de temps, tous les points de l'espace qui seront atteints par le mouvement parti de $S$, seront situés sur une sphère que nous appellerons *la surface d'onde du milieu considéré.*

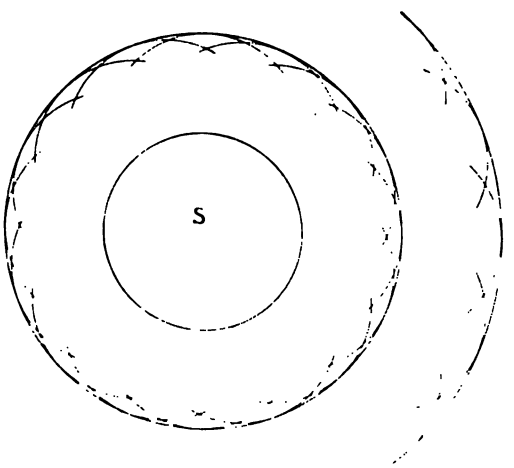


Fig. 14.

Pour la propagation pendant la seconde unité de temps, on peut admettre que chaque point situé sur cette surface d'onde devient à son tour le centre d'un

[1] Fresnel, Œuvres I. 171. Kirchhoff, Wied. Ann. 18. 1883, 663; Optik, Leipzig 1891, 22. Mascart, Traité d'Optique, Paris 1889, I. 24.

[2] Huygens, Traité de la lumière. Leyde 1690.

mouvement analogue à celui parti de $S$, et que pendant cette seconde unité de temps, le mouvement parti de chacun de ces points arrive jusqu'à une surface sphérique de même diamètre que la sphère décrite de $S$. La surface enveloppe de toutes ces sphères sera la nouvelle position de l'onde émanée de $S$ au bout de la deuxième unité de temps, et ainsi de suite (fig. 14).

Le mouvement se propagera donc sous forme d'ondes sphériques et concentriques, qui vont en s'agrandissant continuellement. Mais comme la force vive cédée par la molécule $S$ se distribue sur un nombre de molécules de plus en plus grand, l'amplitude du mouvement vibratoire va en diminuant à mesure que les ondes s'éloignent de leur centre d'ébranlement.

En admettant que l'éther jouisse des propriétés d'un fluide parfait, l'énergie communiquée à la molécule $S$ doit se retrouver intégralement sur toutes les surfaces enveloppes qui se succèdent à divers intervalles de temps.

Si $W$ est l'énergie émise sous forme de lumière par unité de temps, celle que recevra l'unité de surface sera sur chacune des sphères de rayon $r$ et $R$ (fig. 15):

$$w = \frac{W}{4\pi r^2} \quad \text{et} \quad w' = \frac{W}{4\pi R^2} \quad \text{d'où} \quad \frac{w}{w'} = \frac{R^2}{r^2}.$$

On voit donc que l'énergie reçue par unité de surface, varie en raison inverse du carré de la distance au centre d'ébranlement.

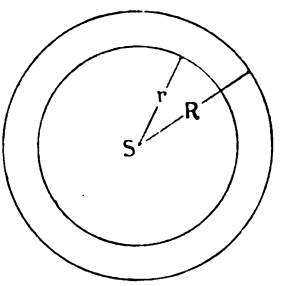


Fig. 15.

**20. Surface d'onde.** La *surface d'onde* est donc le lieu des points qui correspond à une durée de propagation d'une unité de temps. Chaque rayon vecteur de la surface d'onde donne la vitesse de propagation du mouvement suivant cette direction, et tous les points situés sur cette surface d'onde entrent en vibration une unité de temps après $S$, et vibrent par conséquent en concordance de phase.

**21. Onde plane.** La surface enveloppe $MM$ (fig. 16) qui représente l'onde en voie de propagation est curviligne, et son rayon de courbure varie avec ses déplacements. Or la propagation d'ondes courbes complique singulièrement la plupart des problèmes d'optique, aussi y a-t-il un grand avantage à pouvoir substituer à celles-ci des ondes planes, ce que l'on peut faire si on suppose l'onde prise à une

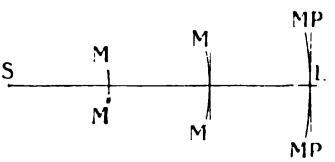


Fig. 16.

très grande distance de son centre d'ébranlement. Dans ces conditions, le rayon de courbure tend vers l'infini, et l'onde peut être en chaque point confondue avec son plan tangent $PP'$, auquel on donne le nom *d'onde plane* ou *front d'onde*. En effet, comme la vitesse de propagation de la lumière est considérable, et par contre comme l'amplitude des mouvements oscillatoires est très petite, l'élément de surface assimilable à un plan sera toujours d'une grandeur très supérieure à celle de la vibration. Les considérations qui précèdent nous amènent donc à conclure que les vibrations d'un faisceau lumineux se font dans l'onde plane elle-même, et que le rayon lumineux est la droite $SL$ qui joint le centre d'ébranlement avec le point de contact de la surface d'onde et de son plan tangent (fig. 16).

En résumé: on donne le nom de *surface d'onde* au lieu des points atteints après une unité de temps par le mouvement émanant d'un centre d'ébranlement.

*L'onde plane* est la portion de la surface d'onde que l'on peut confondre avec son plan tangent, elle contient des molécules qui y vibrent en concordance de phase.

## § 2. PROPAGATION DES ONDES DANS LES MILIEUX ISOTROPES ET ANISOTROPES.

**22. Cas des milieux isotropes.** Soit $MM$ la position d'une onde plane dans un milieu homogène que nous allons tout d'abord supposer isotrope. Pour trouver la nouvelle position qu'elle occupera au bout d'une unité de temps dans le milieu en question, nous savons que toutes les molécules d'éther situées sur $M$, vibrent en concordance de phase, et envoient leurs mouvements en avant du plan $MM$, jusqu'à une surface sphérique, qui est la surface d'onde du milieu considéré, et que nous tracerons de chacun de ces points pris comme centre. Ces surfaces d'ondes sont toutes égales et semblablement placées, elles sont toutes tangentes au plan $M'M'$ qui est parallèle à $MM$, et qui sépare les points de l'espace qui ont reçu le mouvement, de ceux qui ne l'ont pas encore éprouvé; $M'M'$ sera donc la position de l'onde plane une unité de temps après celle qu'elle occupait en $MM$ (fig. 17).

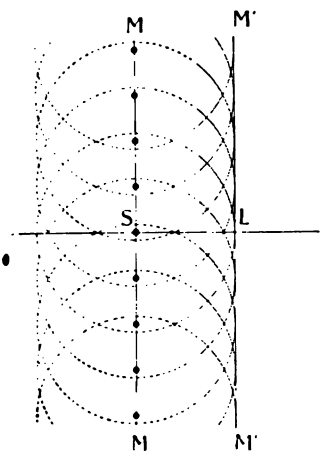


Fig. 17.

Il résulte des considérations développées précédemment ainsi que de

la définition même de l'onde plane, que le *rayon lumineux* qui correspond à cette onde, s'obtiendra en joignant le point $S$ avec $L$. Dans les milieux isotropes, le rayon lumineux est donc perpendiculaire sur l'onde plane, et celle-ci se propage en restant parallèle à elle-même, avec une vitesse égale à celle du rayon lumineux.

**23. Cas des milieux anisotropes.** Dans les milieux anisotropes, la vitesse de propagation du rayon change avec la direction; la surface d'onde ne pourra donc plus être sphérique, mais aura une forme plus ou moins complexe, dépendant de ce milieu.

En appliquant ici la construction précédente (fig. 18), on voit que l'onde plane se déplace de nouveau parallèlement à elle-même, mais le rayon $OL$ fera avec la normale $ON$ à l'onde plane un certain angle $\alpha$.

**24. Vitesse normale.** Dans ce cas tout à fait général, la direction de propagation du rayon émis en avant de l'onde est oblique sur celle-ci, sa vitesse est représentée par la longueur du vecteur $OL$ qui joint le centre de la surface d'onde avec son point de contact au plan tangent. La vitesse de déplacement de l'onde plane sera mesurée par la plus courte distance séparant deux ondes consécutives, c'est-à-dire par la droite $ON$; on lui donne le nom de *vitesse normale.* Elle est liée à celle du rayon lumineux par la relation

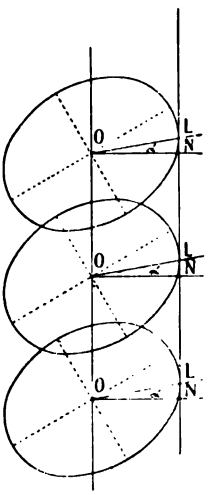


Fig. 18.

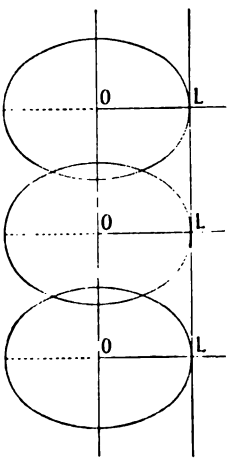


Fig. 19.

$$ON = OL \cos\alpha .$$

L'angle $\alpha$ varie avec la direction du rayon dans la surface d'onde, il est nul si la direction de propagation du rayon coïncide avec un axe de symétrie de la surface, l'onde plane sera dans ce cas perpendiculaire sur le rayon lumineux (fig. 19).

**25. Surface des vitesses normales.** Si un ébranlement se produit dans un milieu anisotrope, il nous faudra donc distinguer deux directions de propagation à savoir: celle du rayon lumineux, et celle normale à l'onde suivant laquelle se déplace cette dernière. Nous avons déjà défini la surface d'onde comme le lieu des points $L$ atteints

[illegible] une unité de temps (fig. 20) nous pouvons par un raisonnement analogue appliqué aux ondes planes prouver l'existence d'une normale surface, celle des rivages normales, en relation avec la surface d'onde et qui serait le lieu des points N, où toutes les ondes planes émanées d'un centre commun, arrivent après une unité de temps. En d'autres termes, la surface d'onde est le lieu des points L, tandis que celle des rivages normales est celui des points N.

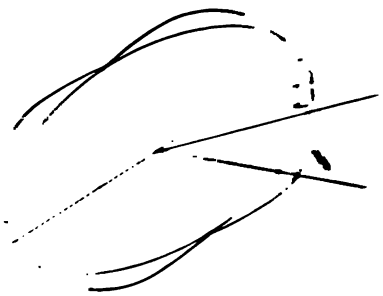


Fig. 2.

## § 3. RÉFLEXION DES ONDES.

**26. Incidence oblique. construction d'Huygens.** Soit une onde plane qui [illegible] sous un angle $\alpha$ contre une surface réfléchissante fig. 21. Chacun des points situés sur cette onde émettra, en avant de celle-ci, un mouvement qui viendra rencontrer la surface réfléchissante.

Fig. 21.

Supposons une molécule $A$ de l'onde incidente en contact avec la surface réfléchissante: celle-ci ne détruira pas le mouvement, mais par suite d'un phénomène comparable au rebondissement d'une balle élastique lancée contre une paroi, elle le renverra dans une autre direction, mais avec un changement de marche égal à $\frac{1}{2}\tau$. Comme le mouvement réfléchi se propage dans le même milieu que le mouvement incident, la vitesse de propagation restera la même.

Considérons une série de points tels que $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ etc, et supposons que la vibration qui émane de l'un de ceux-ci, de $E$ par exemple, mette une unité de temps pour arriver sur le miroir. Le point atteint deviendra à ce moment un nouveau centre d'ébranlement, et se trouvera dans les mêmes conditions que le point $A$

[1] Mascart, Traité d'optique, Paris 1891. Fresnel, Œuvres I. 1823, 97.

une unité de temps auparavant. Pendant cet intervalle, le mouvement s'est propagé autour de $A$ jusqu'à la surface d'onde tracée de ce point. Pour les points intermédiaires $B$, $C$ et $D$, le mouvement atteint après réflexion, des surfaces dont les rayons décrits de $\beta$, $\gamma$ et $\delta$ comme centre seront respectivement égaux à:

$$\beta B' = EE' - E\beta' = \beta' E' = D\delta$$
$$\gamma C' = EE' - E\gamma' = \gamma' E' = C\gamma$$
$$\delta D' = EE' - E\delta' = \delta' E' = B\beta .$$

Et comme nous avons en résumé:

$$AA' = EE' \qquad \beta B' = D\delta \qquad \gamma C' = C\gamma \quad \text{et} \quad \delta D' = B\beta$$

il s'ensuit que l'onde plane incidente donne naissance à une autre onde plane réfléchie, qui fait avec le miroir le même angle que l'onde incidente: $\alpha' = \alpha$.

L'examen de la figure permet de voir que les rayons incidents et réfléchis sont dans le même plan, et qu'ils font de part et d'autre de la normale des angles égaux avec celle-ci.

**27. Incidence normale, ondes stationnaires.** Lorsqu'un rayon tombe normalement sur une surface réfléchissante, l'onde incidente étant parallèle à celle-ci, les angles d'incidence et de réflexion sont nuls; le rayon incident se réfléchit donc sur lui-même, et les deux rayons incident et réfléchi peuvent alors interférer. Considérons une série de plans situés à des distances croissantes de la paroi réfléchissante, le retard entre les deux ondes d'aller et de retour n'est évidemment pas le même en chacun de ces plans et croît avec leur distance à la paroi. Ce retard passera nécessairement périodiquement par des valeurs paires ou impaires de $\frac{1}{2}\lambda$, et nous aurons donc un système de plans parallèles au miroir, où se font des interférences positives ou négatives. Prenons par exemple un plan $aa$ (fig. 22) distant du miroir de $\frac{1}{4}\lambda$; le retard entre les deux ondes passant par ce plan sera $2\frac{1}{2}\tau$, que nous pourrons décomposer en: $\frac{1}{4}\tau + \frac{1}{2}\tau + \frac{1}{4}\tau$, qui représentent le temps employé par le mouvement pour se propager: 1° de $a$ au miroir, 2° pour se réfléchir, 3° pour revenir en $a$. En ce dernier plan, il y aura donc une interférence positive entre les deux mouvements. Au plan $bb$ distant du miroir de $\frac{1}{2}\lambda$, le retard serait de $\frac{3}{2}\tau$, que l'on peut décomposer en $\frac{1}{2}\tau$ pour aller jusqu'au miroir, $\frac{1}{2}\tau$ pour la réflexion, et $\frac{1}{2}\tau$ pour revenir en $b$. D'une manière

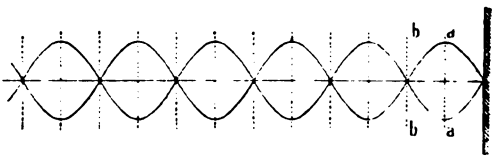


Fig. 22.

plus générale, le retard entre deux ondes en des points distants du miroir de $n\frac{1}{4}\lambda$ sera:

$$2n\tfrac{1}{4}\tau + \tfrac{1}{2}\tau \text{ soit } (n+1)\tfrac{1}{2}\tau .$$

L'interférence qui en résultera sera positive si $n$ est impair, et négative s'il est pair. Les points distants du miroir d'un nombre impair de $\frac{1}{4}\lambda$, où se produit l'interférence positive, s'appellent «*ventres de vibration*»; ceux qui sont distants d'un nombre pair de $\frac{1}{4}\lambda$, où se produit l'interférence négative, s'appellent «*nœuds de vibration*».

## § 4. RÉFRACTION DES ONDES.[1]

**28. Propagation à travers deux milieux isotropes.** Soient deux milieux isotropes différents, dont le premier est l'air; appelons $V$ et $V'$ les vitesses de propagation d'une radiation déterminée dans ces deux milieux, $V$ vitesse dans l'air est supposée plus grande que $V'$.

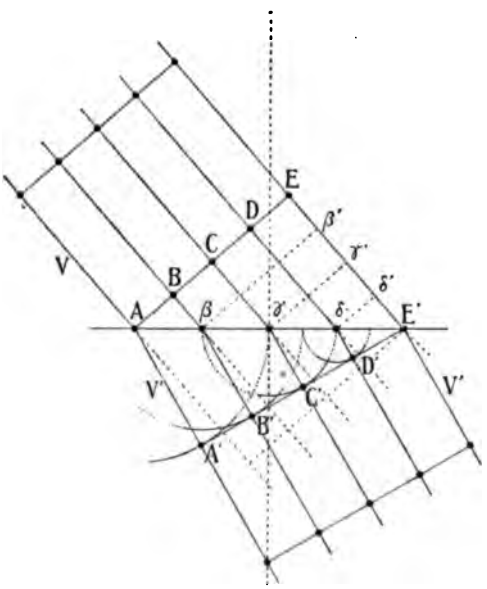


Fig. 23.

Lorsqu'une onde plane incidente arrive en $AE$, le point $A$ (fig. 23) qui se trouve à la surface de séparation, envoie son mouvement dans le second milieu avec une vitesse $V'$; les points atteints par l'ébranlement après une unité de temps, seront situés sur une sphère de rayon $V'$, qui sera lui-même une fraction $K$ de $V$, car $V' = KV$.

Pendant le même intervalle de temps, les mouvements partis de $B$ et $C$ se propageront en partie dans le premier milieu avec la vitesse $V$, et en partie dans le second avec la vitesse $V'$, tandis que le mouvement parti de $E$ par exemple, se propagera exclusivement dans le premier milieu, et arrivera en $E'$ situé sur le plan de séparation, au bout de l'unité de temps.

Pour trouver les points du deuxième milieu qui sont atteints par

[1] HUYGENS, Traité de la lumière. FRESNEL, Second supplément au mémoire sur la double réfraction.

les mouvements partis de $B$ et de $C$, il suffit de déplacer parallèlement l'onde plane jusqu'en $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$, $\delta\delta'$ etc., puis de décrire autour de chacun de ces points, des sphères de rayons $K.\overline{\beta'E'}$, $K.\overline{\gamma'E'}$, $K.\overline{\delta'E'}$. Ces sphères sont le lieu des points atteints dans le second milieu, par les mouvements partis de $\beta$, $\gamma$ et $\delta$ pendant le temps mis dans le premier par le mouvement parti de $E$ pour aller de $\beta'$ en $E'$, de $\gamma'$ en $E'$ et $\delta'$ en $E'$.

Les rayons des surfaces passant par les points ébranlés une unité de temps après que les mouvements ont quitté les points $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ sont:

$$\begin{aligned} AA' &= V' &&= K.V \\ \beta B' &= K.\overline{\beta'E'} &&= K.\overline{D\delta} \\ \gamma C' &= K.\overline{\gamma'E'} &&= K.\overline{C\gamma} \\ \delta D' &= K.\overline{\delta'E'} &&= K.\overline{B\beta}. \end{aligned}$$

Les points $ABCD$ étant situés sur une même droite,

$$\frac{B\beta}{A\beta} = \frac{C\gamma}{A\gamma} = \frac{D\delta}{A\delta} = \frac{EE'}{AE'}$$

nous aurons en remplaçant

$$\frac{\delta D'}{K.\delta E'} = \frac{\gamma C'}{K.\gamma E'} = \frac{\beta B'}{K.\beta E'} = \frac{AA'}{K.AE'}.$$

Les points $A'B'C'D'E'$ sont situés sur une même droite.

Donc une onde plane incidente donne également naissance à une onde plane réfractée.

De plus, dans les triangles $EAE'$ et $AE'A'$ qui ont un côté commun, on a, si l'on désigne par $i$ et $r$ les angles $EAE'$ et $AE'A'$

$$\frac{EE'}{\sin i} = \frac{AA'}{\sin r} \text{ d'où } \frac{V}{V'} = \frac{\sin i}{\sin r} = \text{constante.}$$

**29. Construction d'Huygens.** Cette construction qui porte le nom de Huygens qui l'a découverte, peut être simplifiée, et se donne généralement sous une autre forme qui découle des démonstrations précédentes.

Soit $AP$ la position de l'onde incidente (fig. 24) dans le premier milieu. Du point $A$, et avec un rayon proportionnel à $V$, on trace une

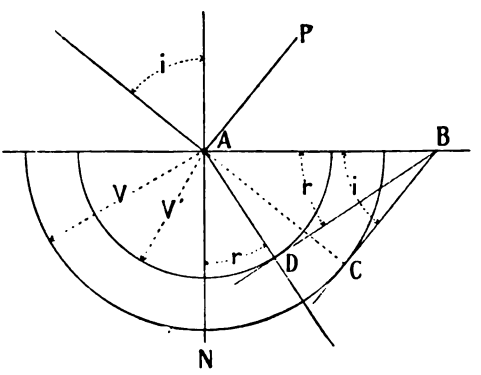


Fig. 24.

sphère qui est la surface d'onde du premier milieu. Le plan tangent mené en $C$ où le rayon incident prolongé rencontrerait la sphère, nous donne la position de l'onde plane après une unité de temps dans le premier milieu. Son intersection en $B$ avec la surface de séparation est une droite, perpendiculaire au plan du dessin, elle joint les points appartenant aux deux milieux ébranlés après une unité de temps. Du point $A$, et avec un rayon proportionnel à $V'$, on tracera une seconde sphère qui est la surface d'onde du deuxième milieu. L'onde plane réfractée s'obtiendra en menant par $B$ un plan tangent à cette seconde surface, et en joignant le point de contact $D$ avec le centre $A$ on aura le rayon réfracté. Comme la droite $B$ est perpendiculaire au plan d'incidence qui est le plan de figure, le point de contact $D$ restera dans ce plan; il en résulte donc que le rayon incident $AC$ et le rayon réfracté $AD$ restent tous deux dans le plan d'incidence.

De plus, les deux triangles $ABC$ et $ABD$ qui sont rectangles en $C$ et $D$ et qui en outre ont le côté $AB$ commun, donnent les relations:

$$AC = AB \sin ABC$$
$$AD = AB \sin ABD.$$

Mais $AC = V$ et $AD = V'$, d'autre part les deux triangles ont les côtés $AB$, $BD$ et $BC$ perpendiculaires sur les côtés $AN$, $AD$ et $AC$ des angles $i$ et $r$ (fig. 24). Remplaçant donc $AC$ et $AD$ par leurs valeurs, et $\sin ABC$ et $\sin ABD$ par $\sin i$ et $\sin r$, nous aurons:

$$\frac{V}{V'} = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

**30. Indice de réfraction.** $V$ et $V'$ sont constants, il s'ensuit que leur rapport l'est également. On donne à ce rapport le nom d'indice de réfraction $n$, lorsque l'air est choisi comme premier milieu

$$n = \frac{V}{V'} = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

L'indice de réfraction est donc une constante physique caractéristique pour chaque corps transparent; on le considère souvent comme l'inverse d'une vitesse de propagation, il suffit pour cela de diviser $V$ et $V'$ par $V$, qui représente la vitesse dans l'air; il vient alors:

$$n = \frac{1}{\frac{V'}{V}} = \frac{1}{v}.$$

$v$ représente ainsi la vitesse de propagation dans un milieu quelconque, rapportée alors à celle de l'air prise comme unité.

Il est évident que si nous avons à faire à deux milieux isotropes quelconques, dont les vitesses sont $V_1$ et $V_2$, nous aurons de même

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2}$$

et après division du numérateur et du dénominateur du second membre par $V$, nous aurons, puisque $\frac{V_1}{V} = v_1$ et $\frac{V_2}{V} = v_2$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{n_1}}{\frac{1}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1},$$

expression dans laquelle $n_1$ et $n_2$ représentent les indices des milieux considérés.

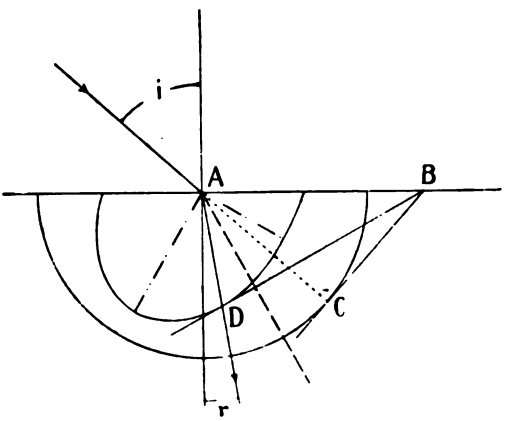


Fig. 25.

**31. Cas des milieux anisotropes.** Dans un milieu anisotrope, la surface d'onde n'est plus une sphère, mais une surface quelconque, qui dépend exclusivement de la nature du milieu. La loi des sinus n'est alors plus satisfaite et en outre le rayon $AD$ n'est plus nécessairement compris dans le plan d'incidence, car le point de contact entre le plan tangent et la surface d'onde du deuxième milieu peut se trouver en dehors de ce plan (fig. 25).

## § 5. RÉFRACTION DANS LES PRISMES.

**32. Formules du prisme.** On donne le nom de prisme à des corps réfringents limités par deux surfaces planes formant entre elles un angle dièdre. Soit $SO$ (fig. 26) un rayon lumineux tombant sur l'une des faces sous une incidence $i$, il se réfracte en $O$, et donne un rayon intérieur $OO'$ qui, à sa sortie, subit une nouvelle réfraction. Le rayon émergent $O'S'$ a subi une déviation $D$ qui dépend de l'angle réfringent $A$ du prisme, de l'indice de réfraction $n$ du corps transparent,

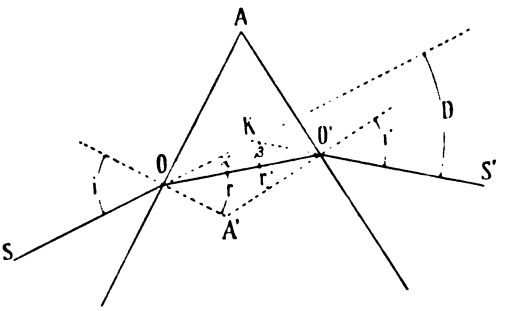


Fig. 26.

et enfin de l'angle d'incidence $i$. Nous aurons entre ces trois quantités les relations suivantes:

$$(1) \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = n \quad \text{et} \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = n.$$

L'angle $A'$ des normales aux deux faces est égal à $180^\circ - A$, mais $A' = (r + r')$ d'où

$$(2) \qquad A = (r + r').$$

Enfin l'angle de déviation $D$ étant extérieur au triangle $OKO'$ est exprimé par

$$D = \alpha + \beta = (i - r) + (i' - r') = (i + i') - (r + r')$$

et remplaçant $(r + r')$ par sa valeur

$$(3) \qquad D = (i + i') - A.$$

Cette déviation $D$ pour une valeur déterminée de $A$ et de $n$, est susceptible de passer par un minimum que nous allons chercher.

**33. Déviation minima.** Pour cela on doit avoir: $di + di' = 0$. En différenciant les équations (1) et (2), nous aurons:

$$\cos i\, di = n \cos r\, dr$$
$$\cos i'\, di' = n \cos r'\, dr'$$
$$dr + dr' = 0 \quad \text{donc:}$$
$$di = -di' \quad \text{et} \quad dr = -dr' \quad \text{d'où}$$
$$\frac{\cos i}{\cos i'} = \frac{\cos r}{\cos r'}.$$

Ces relations ne sont possibles que si $i = i'$ et $r = r'$. La dérivée $\frac{d^2 D}{di^2}$ changeant de signe, la fonction $D = (i + i') - A$ passe par un minimum lorsque $i = i'$ et $r = r'$.

Il convient de remarquer qu'à la position de déviation minima, le rayon intérieur $OO'$ est également incliné sur les deux faces du prisme, et que l'onde plane qui lui correspond est parallèle au plan bissecteur de l'angle $A$.

Il est facile de constater par l'expérience que l'angle de déviation passe par un minimum; il suffit pour cela de faire passer à travers un prisme $P$ (fig. 27) un rayon lumineux émergent d'une fente étroite placée au foyer principal d'une lentille, et de recevoir l'image sur un écran. Si l'on fait tourner le prisme autour de l'arête du dièdre, l'image réfractée de la fente se déplace sur l'écran et atteint une position limite qui est celle de la

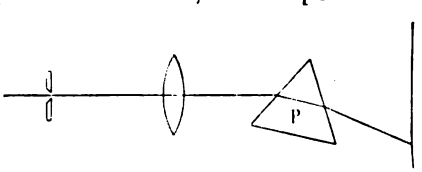


Fig. 27.

déviation minima. Si on continue à tourner le prisme dans le même sens, l'image réfractée revient alors en arrière.

Les formules du prisme se simplifient et se réduisent à une seule relation, lorsque $D$ est minimum. Puisque $i = i'$ et $r = r'$, les équations (2) et (3) deviennent alors $A = 2r$ et $D = 2i - A$.

En tirant les valeurs de $i$ et de $r$ et en les substituant dans (1) nous aurons:

$$n = \frac{\sin\frac{D+A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}.$$

Cette formule présente une grande importance, car elle permet la mesure des indices de réfraction des corps taillés en prismes, en mesurant simplement l'angle réfringent $A$ et l'angle de déviation minima $D$.

**34. Incidence normale.** Si le rayon incident pénètre normalement à une des faces du prisme, il suffit alors de tenir compte, dans les formules qui précèdent, du fait que $i = 0$ et $r = 0$; nous aurons dans ces conditions (fig. 28)

$$A = r' \quad \text{et} \quad D = i' - A.$$

En substituant ces valeurs dans la formule de la déviation minima, nous aurons:

$$n = \frac{\sin(D+A)}{\sin A}.$$

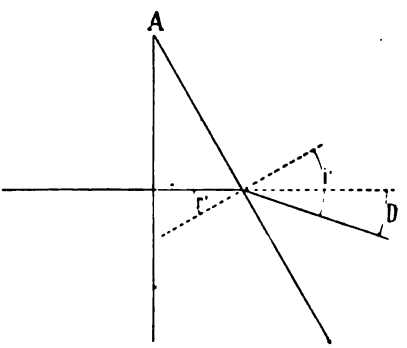


Fig. 28.

L'émergence du rayon n'est toutefois pas toujours possible, car à la sortie du prisme, il y a passage d'un milieu optiquement plus dense dans un autre qui l'est moins, et il pourra se produire la réflexion totale. Comme $n \sin\theta = 1$, $\theta$ étant l'angle limite de réflexion totale, l'angle $A$ devra donc être inférieur à cette valeur, et satisfaire à la condition $\sin A < \frac{1}{n}$.

## § 6. DISPERSION DE LA LUMIÈRE.

**35. Origine de la dispersion.** On sait que dans l'air, la vitesse de propagation des différentes radiations qui composent la lumière blanche est sensiblement la même. Dans d'autres milieux, nous avons vu au contraire qu'il n'en est plus ainsi, et que les radiations d'une longueur d'onde déterminée se propagent plus vite que celles dont la

longueur d'onde est inférieure. En d'autres termes, ce sont les radiations rouges qui se propagent le plus vite, et les radiations violettes qui cheminent le plus lentement.

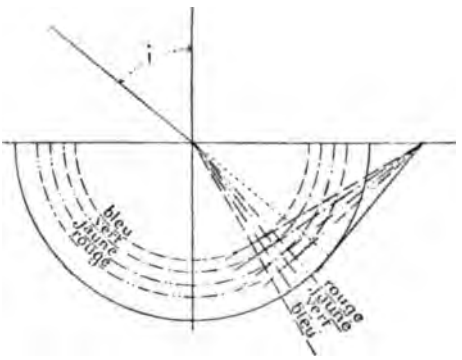


Fig. 29.

Si dans la construction d'Huygens (fig. 29) on tient compte de cette particularité, on voit que les rayons rouges seront nécessairement moins réfractés que les violets. On donne le nom de *pouvoir dispersif* à la différence $n_v - n_r$ entre les indices du violet et du rouge pour des radiations déterminées.

**36. Formules de la dispersion.** Diverses théories ont été proposées pour expliquer les phénomènes de la dispersion, et établir une relation entre les longueurs d'onde $\lambda$ et l'indice $n$ de réfraction. Cauchy[1] a posé les équations du mouvement vibratoire de l'éther au sein d'un milieu pondérable, et a montré en premier lieu que la dispersion ne peut exister dans le vide. La distribution de l'éther dans les corps matériels serait assez complexe, par suite de l'action mutuelle des molécules matérielles et des molécules d'éther, mais Cauchy montre qu'on peut lui substituer un éther fictif, isotrope ou cristallisé selon les cas. La vitesse de propagation d'une onde serait en fin de compte représentée par une expression de la forme:

$$V = a + \frac{b}{l^2} + \frac{c}{l^4} + \frac{d}{l^6} + \cdots$$

ou $a$, $b$ et $c$ sont des constantes dépendant du milieu, et $l$ la longueur d'onde dans ce même milieu. L'indice de réfraction enfin est exprimé par une formule de la forme

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} + \cdots$$

Les coefficients $A$, $B$, $C$, $D$ suivent une loi qui découle de la théorie.

Une autre théorie plus générale que celle de Cauchy, a été proposée par Briot[2]; celui-ci fait intervenir d'une manière plus directe l'action des molécules matérielles sur celles d'éther, et obtient une expression de la forme:

[1] Nouveaux exercises de mathématiques. Prague, 1835.
[2] Essai sur la théorie mathématique de la lumière. Paris, 1864.

$$\frac{1}{n^2} = K\lambda^2 + A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \cdots$$

Enfin M. Wüllner[1] propose la formule

$$n^2 - 1 = P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_1}$$

déduite de la théorie de la dispersion anomale de Helmholtz, en éliminant certaines quantités, ce qui fait supposer le coefficient d'absorption assez petit pour négliger les valeurs de l'ordre de son carré. $P$, $Q$, $\lambda_1$ sont des constantes qui dépendent de la nature du milieu.

## § 7. PHÉNOMÈNE DE LA RÉFLEXION TOTALE.

**37. Définition expérimentale.** Dans les paragraphes qui précèdent, nous nous sommes placés dans le cas où la lumière passe d'un premier milieu optiquement moins dense dans un second qui l'est davantage, et où les vitesses ont des valeurs $V_1$ et $V_2$ qui satisfont à la condition $V_1 > V_2$. Nous avons vu alors que l'angle de réfraction est plus petit que celui d'incidence. Si nous renversons l'expérience, et si le rayon passe par conséquent d'un premier milieu plus dense dans un second moins dense, la lumière suivant toujours le chemin de plus prompte arrivée, la trajectoire du rayon lumineux sera la même que celle suivie dans le premier cas, mais l'angle de réfraction sera donc plus grand que l'angle d'incidence. Si l'on fait croître la valeur de $i$, celle de $r$ croîtra également, et pour une certaine valeur de $i$ que nous appellerons $\theta$, celle de $r$ deviendra 90°. Dans ces conditions, le rayon réfracté sera parallèle au milieu de séparation. Si $i$ devient $i'$ plus grand que $\theta$, la réfraction n'est plus possible, le rayon se réfléchit alors totalement à la surface du milieu de séparation (fig. 30).

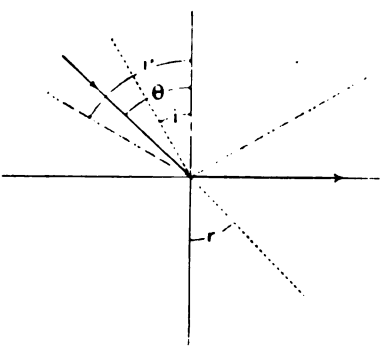


Fig. 30.

**38. Construction d'Huygens.** La construction d'Huygens permet de se rendre un compte exact de ce phénomème. Dans le cas dont il vient d'être question, le cercle qui représente la surface d'onde du premier milieu, a un rayon inférieur à celui du cercle qui représente la surface d'onde du deuxième milieu. Les rayons incidents et réfractés restent tou-

[1] Expérimentalphysik. 4e éd. — Wied. ann. 17, 1882, 580.

jours dans le plan de figure, et la loi des sinus est également satisfaite, mais on a $r > i$ (fig. 31). Si l'on fait croître la valeur de $i$, la droite $B$ par laquelle nous devons mener le plan tangent à la surface d'onde du deuxième milieu, se rapproche de celle-ci. Pour une certaine valeur $\theta$ de l'angle $i$, la droite $B$ se trouve en $B'$, où elle est tangente à cette surface; le plan tangent à construire sera perpendiculaire sur la surface de séparation qui contiendra alors le rayon réfracté. Si $i$ devient $i'$, $i' > \theta$, la droite $B$ située en $B''$ passe dans l'intérieur de la surface de l'onde du deuxième milieu; il devient alors évident qu'il n'est plus possible de lui mener par $B''$ un plan tangent, et par conséquent que le phénomène de la réfraction ne sera plus possible également; dans ces conditions la lumière se réfléchira totalement.

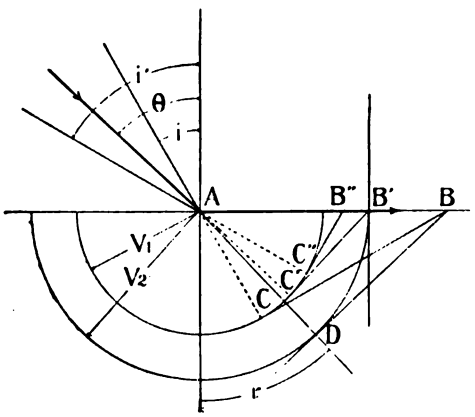


Fig. 31.

On donne à l'angle $\theta$ le nom d'*angle limite de réflexion totale.*

Dans les triangles $ABC$ et $ABD$ nous aurons comme précédemment:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

et si $i = \theta$ et $r = 90^\circ$, on aura:

$$n_1 \sin\theta = n_2 .$$

Cette formule importante par ses applications, nous montre que si l'on connaît l'indice $n_1$ d'un premier milieu plus réfringent que le second, l'indice $n_2$ de ce dernier pourra être calculé aisément, si l'on peut, par un procédé quelconque, mesurer la valeur de $\theta$. Pour cela, remarquons simplement que les rayons lumineux qui se réfléchissent totalement pour des valeurs de $i$ plus grandes que celle de $\theta$, auront une intensité lumineuse qui sera nécessairement plus considérable que celle des

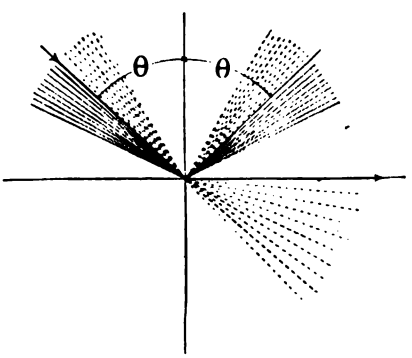


Fig. 32.

rayons qui arrivent sous une incidence plus petite que $\theta$, et qui sont en partie réfractés, et en partie seulement réfléchis (fig. 32).

**39. Observation du phénomène.** Remarquons encore que les rayons incidents qui donnent naissance à un rayon contenu dans le plan réfringent, et qui obéissent à la condition exprimée par l'équation $n_1 \sin\theta = n_2$, forment avec la normale un angle constant $\theta$, quelle que soit l'orientation du plan d'incidence. Ils sont donc situés sur un cône circulaire d'ouverture $2\theta$, dont la base est perpendiculaire sur la normale au plan réfringent. Les rayons qui sont contenus dans l'intérieur de ce cône, se dédoublent, à la surface de séparation des deux milieux, en rayons réfléchis et rayons réfractés, tandis que tous ceux qui sont situés à l'extérieur du cône subissent la réflexion totale.

Considérons donc les rayons qui tombent dans le dièdre $ACE \cdot BDF$ sous toutes les incidences et les orientations possibles (fig. 33). Les rayons réfléchis par la surface de séparation, se partageront en deux faisceaux d'intensité lumineuse différente $I$ et $I'$. Ceux dont l'intensité est la plus faible, sont situés à l'intérieur du cône circulaire

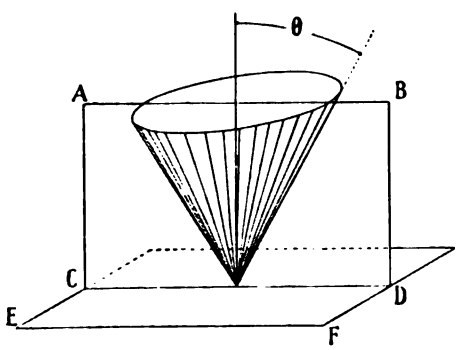



Fig. 33.

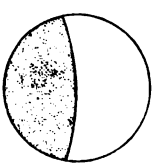


Fig. 34.

tracé autour de la normale par un vecteur faisant avec elle l'angle $\theta$; ceux dont l'intensité est la plus forte, puisqu'ils sont totalement réfléchis, sont situés à l'extérieur de ce cône. Si donc on observe les rayons réfléchis avec une lunette au point sur l'infini, et dont l'axe optique est sur le prolongement de l'une des génératrices du cône, le champ de l'instrument sera séparé en deux parties d'inégale intensité lumineuse par une ligne courbe (fig. 34).

Si l'ouverture de la lunette est faible, la ligne de séparation est sensiblement droite.

**40. Incidence rasante.** Dans le cas (fig. 35) où les rayons suivraient la marche inverse et passeraient du milieu le moins réfringent dans celui qui l'est davantage, les rayons réfractés dans le second milieu seraient seulement compris à l'intérieur d'un cône d'ouverture $2\theta$. En observant avec le même dispositif les rayons qui sortent dans le deuxième milieu, le champ de la lunette sera divisé en deux parties, dont l'une sera éclairée par les rayons réfractés situés à l'intérieur du cône, tandis que l'autre sera complètement obscure, et correspondra aux rayons totalement réfléchis (fig. 36).

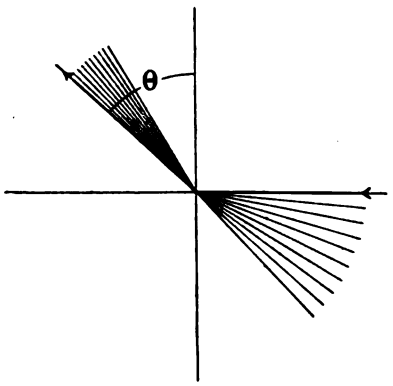


Fig. 35.

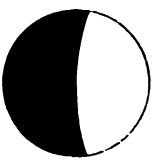


Fig. 36.

## CHAPITRE III.

## DE LA DOUBLE RÉFRACTION.

§ 1. Phénomènes expérimentaux relatifs à la double réfraction. § 2. Ellipsoïde inverse et surface des vitesses normales. § 3. Ellipsoïde direct des vitesses et surface d'onde. § 4. Autres surfaces à une et deux nappes utilisées en optique. § 5. Direction des rayons réfractés chez les corps biréfringents.

### § 1. PHÉNOMÈNES EXPÉRIMENTAUX RELATIFS A LA DOUBLE RÉFRACTION.

**41. Double réfraction du spath**[1]. Si à travers un cristal de spath d'Islande, on regarde un point noir marqué sur une feuille de papier, on observe deux images distinctes de ce point. Ce phénomène constitue ce que l'on appelle la double réfraction.

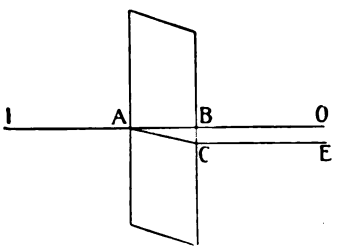


Fig. 37.

L'expérience généralisée montre qu'un rayon incident $IA$ (fig. 37) qui pénètre dans un cristal de spath, donne dans toutes les directions, à l'exception de celle de l'axe ternaire du rhomboèdre, toujours naissance à deux rayons réfractés distincts $AB$ et $AC$, qui se propagent dans des directions différentes.

[1] Erasme Bartolin. Experimenta cristalli Islandi, Amsterdam 1670. Brewster, Phil. Trans. 1818.

De plus, si l'on fait tourner le cristal autour du rayon incident $IA$, on remarque que l'une des deux images $O$ produites en recevant les rayons sur un écran, reste immobile, tandis que la seconde se déplace autour de la première. L'un des deux rayons réfractés $BO$ obéit donc aux lois ordinaires de la réfraction simple, le rapport $\frac{\sin i}{\sin r}$ est constant, et on l'appelle pour cette raison «*rayon ordinaire*». L'autre rayon $CE$ qui obéit à des lois différentes, porte le nom de «*rayon extraordinaire*» et se trouve contenu dans le plan passant par le rayon incident et l'axe ternaire. L'expérience montre encore que suivant la direction de l'axe ternaire du rhomboèdre, les deux rayons réfractés coïncident et ne peuvent être séparés. Cette direction suivant laquelle il se produit une monoréfringence se nomme l'*axe optique*, et on appelle *section principale* du spath le plan passant par l'axe ternaire et le rayon incident (fig. 38).

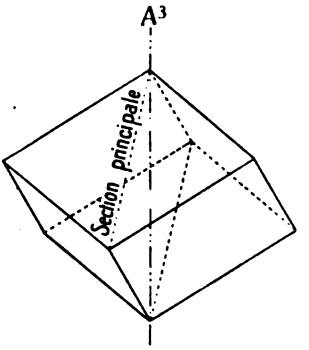


Fig. 38.

**42. Expérience des deux spaths, polarisation des vibrations.** Prenons maintenant deux cristaux de spath d'Islande dont les sections

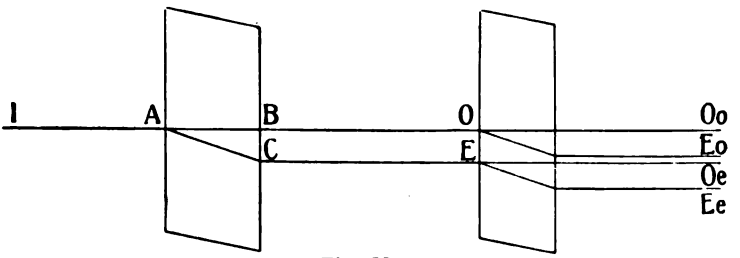


Fig. 39.

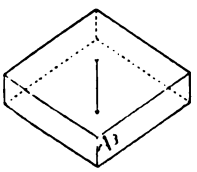
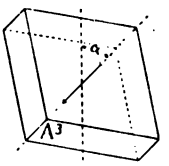



Fig. 40.

principales font entre elles un certain angle $\alpha$ (fig. 39 et 40). Les deux rayons $O$ et $E$ issus du premier cristal, se dédoublent dans le second, et forment à leur sortie quatre nouveaux rayons d'intensité

lumineuse différente, qui sont: *Ee* et *Oe* provenant de *E*, et *Eo* et *Oo* provenant de *O*. Si l'on tourne le deuxième spath de façon à mettre sa section principale parallèle à celle du premier, ce qui a lieu quand $\alpha = 0°$ ou 180°, lorsque $\alpha = 0°$, les deux axes ternaires sont placés du même côté par rapport au rayon incident; les images *Eo* et *Oe* disparaissent, et il n'y a plus que deux rayons (fig. 41). Tout se passe comme s'il n'y avait en réalité qu'un seul spath, dont l'épaisseur aurait augmenté. A 180°, comme il est aisé de le voir (fig. 42), à épaisseur

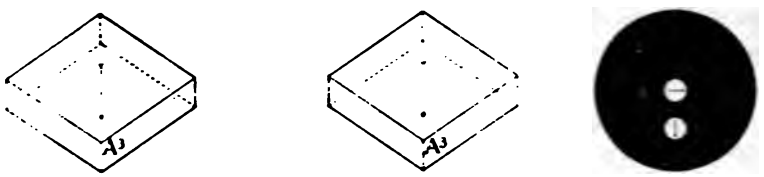


Fig. 41.

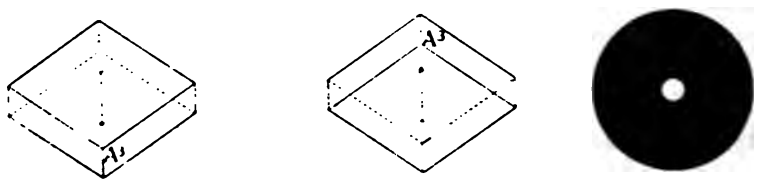


Fig. 42.

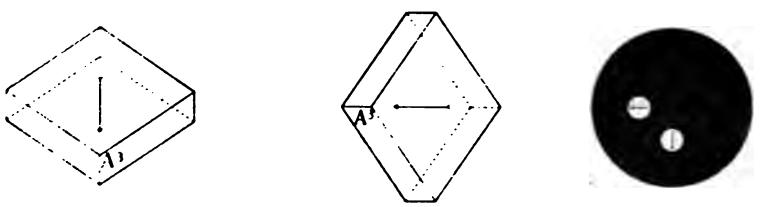


Fig. 43.

égale l'action du deuxième spath est identique, mais elle compense alors celle du premier et il n'y a qu'un seul rayon[1].

Lorsque $\alpha = 90°$ ou 270°, il n'y a également que deux rayons qui sortent du deuxième spath, ce sont les rayons *Oe* et *Eo*, tandis que les images *Ee* et *Oo* sont éteintes (fig. 43).

Cette expérience ne peut s'interpréter qu'avec l'hypothèse de la transversalité des vibrations, doublée de leur polarisation par les

[1] La flèche figurée sur les rhomboèdres des fig. 40, 41, 42 et 43 indique le sens suivant lequel le rayon extraordinaire se trouve réfracté dans la section principale qui le contient toujours.

corps cristallisés, et il faut admettre alors que la section principale est un plan de polarisation ou de vibration de l'un ou de l'autre des deux rayons. En effet, s'il en est ainsi, toutes les fois que les sections principales sont parallèles, les plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires des deux cristaux coïncident, et les vibrations émanant du premier spath traversent le second sans altération, (fig. 41, 42 et 43), nous aurons alors deux rayons résultants seulement. Si au contraire, les sections principales font entre elles un angle donné, les vibrations sorties du premier spath ne peuvent se propager telles quelles dans le second, elles subissent nécessairement une décomposition si l'on admet la polarisation par le spath parallèlement ou perpendiculairement à la section principale; nous aurons de la sorte quatre vibrations polarisées perpendiculairement entre elles (fig. 40).

Il reste à préciser l'orientation du plan de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires. Pour cela, il suffit de recevoir sur un spath les rayons polarisés par un miroir plan, incliné d'un angle convenable (57° environ) qui est l'angle de polarisation (fig. 44). Si l'on tourne le spath autour du rayon incident, on constate qu'il y a extinction du rayon extraordinaire lorsque la section principale du cristal est parallèle au plan d'incidence du miroir, qui est également son plan de polarisation, tandis qu'au contraire il y a extinction du rayon ordinaire, lorsque cette même section principale est perpendiculaire au plan d'incidence. On en conclut par conséquent, que le rayon ordinaire est polarisé dans le plan de la section principale, et le rayon extraordinaire dans un plan perpendiculaire à cette section.

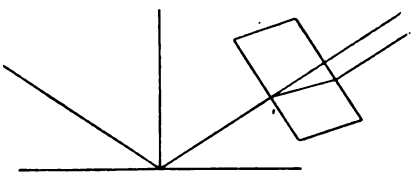


Fig. 44.

Le phénomène de la double réfraction est général pour toutes les substances cristallisées, à l'exception de celles qui appartiennent au système cubique; toutefois chez les cristaux orthorhombiques, monocliniques et tricliniques, il acquiert une généralité beaucoup plus grande. Les deux rayons sont alors tous deux extraordinaires, à l'exception du cas où le rayon incident est contenu dans certains plans particuliers appelés sections principales, et où l'un des deux rayons réfractés devient ordinaire. De plus, il existe deux directions de monoréfringence faisant entre elles un angle qui varie d'une substance à l'autre, c'est la raison pour laquelle on appelle les cristaux de cette espèce, cristaux à deux axes optiques.

**43. Conséquences du phénomène de la double réfraction.** Il résulte de ce qui vient d'être dit, que dans un cristal biréfringent, une droite quelconque peut transmettre deux mouvements vibratoires polarisés à angle droit. En effet, prenons par exemple un rayon incident tel que $S_1 A$ (fig. 45) faisant avec la normale $N$ un angle $i$, contenu dans une section principale, ce qui simplifie la démonstration. Dans le deuxième milieu, il donnera naissance à deux rayons, extraordinaire et ordinaire $AE_1$ et $AO_1$ réfractés différemment. Un autre rayon incident tel que $S_2 A$, fournira également deux rayons analogues $AE_2$ et $AO_2$. Il est bien évident que la position de $S_2 A$ peut être choisie de telle façon, que l'un des rayons réfractés, $AE_2$ par exemple, coïncide avec un des rayons réfractés $AO_1$ provenant de $S_1 A$ (fig. 46).

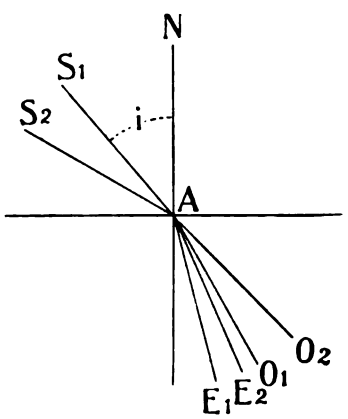


Fig. 45.

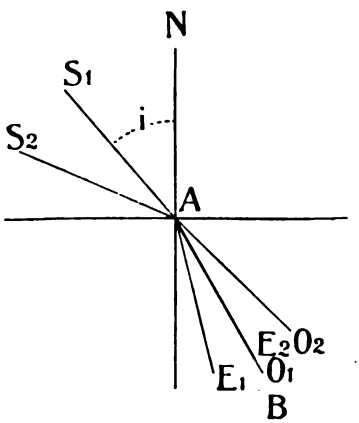


Fig. 46.

Dans ces conditions, selon la même droite $AB$, deux rayons polarisés perpendiculairement pourront se propager simultanément, et pour une direction rectiligne quelconque prise dans le cristal, on pourra toujours trouver deux rayons incidents comme $S_1 A$ et $S_2 A$ situés de telle façon que l'un des deux rayons réfractés issus par double réfraction de chacun d'eux, se propage suivant cette même direction:

La vitesse de propagation de ces deux rayons est évidemment différente; comme leurs angles d'incidence $i_1$ et $i_2$ sont différents tandis que leur angle de réfraction $r$ est le même, nous aurons donc d'après la formule donnée (a. 30, p. 24):

$$\frac{\sin i_1}{\sin r} = \frac{1}{v} \quad \text{et} \quad \frac{\sin i_2}{\sin r} = \frac{1}{v'} \quad \text{d'où}$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v'}{v}$$

où $v$ et $v'$ représentent les vitesses rapportées à celle de l'air, des rayons qui se propagent suivant la même droite.

Des considérations absolument analogues pourraient être faites à l'égard des ondes planes, et dans toute direction pourront se propager deux ondes planes polarisées perpendiculairement entre elles, et marchant avec des vitesses différentes. Puisque chaque direction dans le cristal permet la propagation simultanée de deux rayons qui marchent avec des vitesses inégales, la surface d'onde comme celle des vitesses normales des cristaux biréfringents, devront donc être formées de deux nappes distinctes. La connaissance de la forme de ces deux nappes permettra alors, par l'intermédiaire de la construction d'Huygens, de résoudre tous les problèmes de la double réfraction.

## § 2. ELLIPSOIDE INVERSE ET SURFACE DES VITESSES NORMALES.

**44. Hypothèses de Fresnel**[1]. Pour établir la théorie générale des phénomènes de la double réfraction, Fresnel a dû faire un certain nombre d'hypothèses nécessitées par notre ignorance sur la constitution de l'éther dans les corps cristallisés; nous ne nous attarderons pas à les discuter, car les faits expérimentaux observés concordent avec ceux prévus par la théorie.

*Première hypothèse:* La lumière qui traverse les corps cristallisés est polarisée, et les vibrations lumineuses sont perpendiculaires au plan de polarisation.

Nous avons vu en effet qu'il était nécessaire de faire cette hypothèse pour expliquer les phénomènes que l'on observe lorsqu'un rayon lumineux traverse successivement deux cristaux de spath.

*Deuxième hypothèse:* La force élastique mise en jeu par les vibrations lorsqu'une onde plane se propage dans un milieu cristallisé, ne dépend que de la direction de celles-ci.

Lorsqu'une vibration s'effectue, elle met en jeu une certaine force élastique, liée comme nous l'avons déjà vu, à la vitesse de propagation du rayon. Dans un milieu isotrope, cette force élastique, vu la symétrie du milieu, est nécessairement la même dans toutes les directions, et coïncide forcément avec le déplacement; l'onde plane est conséquemment normale à la direction du rayon, et la force élastique mise en jeu par le déplacement d'un rayon est la même que celle de l'onde plane. Dans un milieu anisotrope, la constitution de l'éther variera avec la direction, et par conséquent la force élastique pro-

[1] Fresnel, Œuvres complètes. Verdet, Optique physique. Mallard, Traité de Cristallographie.

voquée par un même déplacement changera également avec cette direction. Mais comme dans les milieux anisotropes l'onde plane n'est pas perpendiculaire sur le rayon et se propage avec une vitesse différente de celui-ci, il faudra donc distinguer entre les forces élastiques mises en jeu par la propagation des rayons, et celles qui sont développées par la propagation des ondes planes.

*Troisième hypothèse.* Lorsqu'une onde plane se déplace dans un milieu homogène et anisotrope, la composante de la force élastique qui est parallèle au plan de l'onde intervient seule dans l'expression de la vitesse de propagation de celle-ci.

En effet, dans les milieux anisotropes chez lesquels la constitution de l'éther n'est plus symétrique par rapport à une droite quelconque, toute molécule déplacée de sa position d'équilibre tendra à y revenir, en suivant une trajectoire curviligne sous l'influence de la force élastique à laquelle elle est soumise. Si nous supposons à l'éther une constitution telle que la vibration qui s'y effectue soit rectiligne, la force élastique ne pourra en général pas coïncider avec le déplacement.

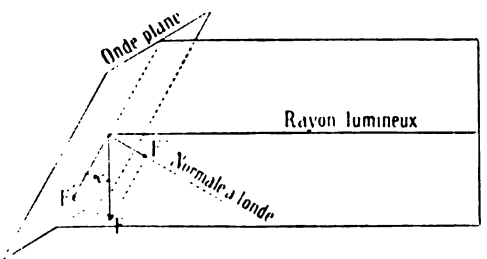



Fig. 47.

Par analogie avec les corps isotropes, Fresnel admet que la force élastique qui agit sur la molécule d'éther est perpendiculaire sur le rayon, et n'a donc pas de composante selon celui-ci (fig. 47). Cette force élastique $F$ pourra se décomposer en deux forces, l'une $F'$ qui a pour valeur $F \cos\alpha$, est parallèle au plan de l'onde, l'autre qui est exprimée par $F'' = F \sin\alpha$, est normale à l'onde plane, $\alpha$ étant l'angle compris entre le rayon et la perpendiculaire à l'onde plane. Seule la composante $F \cos\alpha$ parallèle au plan de l'onde est efficace, tandis que la composante $F \sin\alpha$, perpendiculaire à l'onde plane, s'annule en vertu même de l'hypothèse de la transversalité des vibrations. Si en effet la composante $F \sin\alpha$ n'était pas nulle, elle produirait des vibrations normales au plan de l'onde, ce qui n'est pas possible avec la transversalité des vibrations. Elle agit au contraire à la façon d'une pression sur l'éther ambiant, qui l'annule par une réaction égale et de sens contraire.

Cette hypothèse entraîne en outre comme conséquence que la force élastique, la vibration, et le rayon lumineux sont contenus dans le même plan.

*Quatrième hypothèse.* La vitesse de propagation des rayons étant, comme nous l'avons vu, proportionnelle à la racine carrée de la force élastique mise en jeu par les vibrations, Fresnel admet que la vitesse de propagation d'une onde plane est proportionnelle à la racine carrée de la composante efficace contenue dans son plan, c'est-à-dire à la racine carrée de la projection sur son plan de la force élastique effective $F'$

$$V = \sqrt{F \cos \alpha}\,.$$

**45. Expression de la force élastique.** Si dans un milieu anisotrope quelconque on produit un petit déplacement $ab$ (fig. 48), une certaine force élastique $F$, qui ne coïncidera pas en général avec la direction de ce déplacement, va être mise en jeu. Fresnel calcule cette force élastique qu'il exprime par ses projections $X$, $Y$ et $Z$ sur trois axes rectangulaires et obtient les expressions suivantes:

$$X = A \cos \alpha + F \cos \beta + E \cos \gamma$$
$$Y = F \cos \alpha + B \cos \beta + D \cos \gamma$$
$$Z = E \cos \alpha + D \cos \beta + C \cos \gamma$$

dans lesquelles $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ sont les angles que fait la direction du déplacement avec les trois axes, et $A$, $B$, $C$ etc. des coefficients qui dépendent de la direction de ce déplacement et de la fonction dont la force dépend.

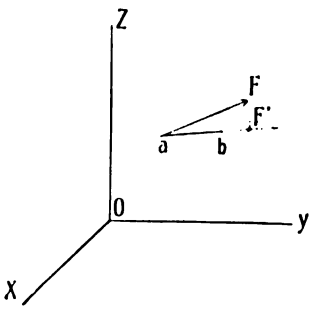


Fig. 48.

Si maintenant nous projetons cette force élastique sur la direction $ab$ du déplacement qui lui-même est situé dans l'onde plane, nous aurons, en vertu de la troisième hypothèse, la composante efficace, c'est-à-dire celle qui seule intervient dans le déplacement des ondes planes, et dont la racine carrée n'est autre chose que la vitesse de propagation normale de l'onde.

Cette projection se calcule facilement en se basant sur le théorème connu: La projection d'une résultante $F'$ sur une droite quelconque $ab$, est égale à la somme des projections des composantes $X$, $Y$ et $Z$ sur cette même droite. La projection $F''$ de la résultante F, sur la direction du déplacement $ab$, s'obtiendra donc en multipliant les trois équations ci-dessus par $\cos\alpha$, $\cos\beta$ et $\cos\gamma$, et en les additionnant ensuite; nous aurons de la sorte

$$F_1 = A \cos^2\alpha + B \cos^2\beta + C \cos^2\gamma + 2D \cos\beta \cos\gamma + 2E \cos\gamma \cos\alpha + 2F \cos\alpha \cos\beta\,.$$

**46. Ellipsoïde inverse d'élasticité.** *E.*[1] Supposons maintenant l'existence d'une infinité de droites analogues à $ab$ et passant par

[1] Fresnel, Œuvres. II. Mac Cullagh, Trans. Irish Acad. 16. 1830, 65. Plücker, Jour. de Crelle 19. 1839, 10. L. Fletscher, The optical indicatrix.

l'origine des axes. Sur ces droites qui représentent tous les déplacements possibles, reportons une longueur inversément proportionnelle à la racine carrée de la force élastique mise en jeu par le déplacement correspondant, et donnée par l'expression ci-dessus. Le lieu des points ainsi obtenus sera un ellipsoïde, qui jouit de propriétés remarquables, et que l'on nomme «*Ellipsoïde inverse d'élasticité*» ou premier ellipsoïde. (*E.*)

En désignant par $\varrho$ un rayon vecteur quelconque de cette surface, nous aurons:

$$\varrho = \frac{1}{\sqrt{F_1}}$$

ce qui donne:

$$\frac{1}{\varrho^2} = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma + 2D\cos\beta\cos\gamma + 2E\cos\gamma\cos\alpha + 2F\cos\alpha\cos\beta.$$

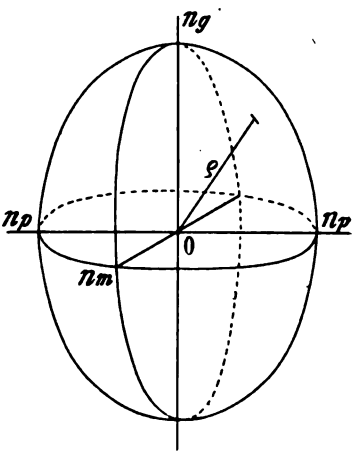



Fig. 49.

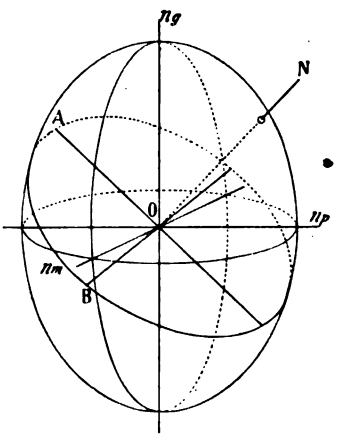



Fig. 50.

Si nous désignons par $x$, $y$ et $z$ les coordonnées d'un point quelconque de la surface, nous aurons:

$$\cos\alpha = \frac{x}{\varrho} \qquad \cos\beta = \frac{y}{\varrho} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{\varrho}$$

en substituant dans l'équation ci-dessus il viendra:

$$1 = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Exz + 2Fxy$$

formule qui représente évidemment un ellipsoïde rapporté à trois axes rectangulaires quelconques. Si on le rapporte à ses trois axes principaux, son équation sera de la forme

$$Kx^2 + Ly^2 + Mz^2 = 1.$$

La longueur d'un vecteur $\varrho$ quelconque de cette surface, est donc inversement proportionnelle à la vitesse de propagation d'une certaine onde plane, dont les vibrations sont parallèles à ce vecteur (fig. 49).

**47. Vitesse de propagation des ondes dans une direction donnée.** L'ellipsoïde inverse va nous fournir un moyen très simple de trouver la vitesse de propagation des ondes planes dans n'importe quelle direction d'un corps anisotrope.

Pour cela, si $ON$ (fig. 50) représente la direction considérée, on mène un plan diamétral perpendiculaire à $ON$, qui coupe l'ellipsoïde suivant une section généralement elliptique.

Toutes les droites qui sont contenues dans ce plan et qui joignent le centre $O$ de l'ellipsoïde avec des points quelconques de cette section elliptique, sont des rayons vecteurs $\varrho$ de l'ellipsoïde, et comme tels sont inversement proportionnels aux vitesses des ondes planes qui se propagent perpendiculairement à chacune de ces directions. On pourrait croire a priori que selon $ON$ pourront donc se propager une infinité d'ondes avec des vitesses différentes, mais il n'en est rien, car en vertu des hypothèses admises, deux de ces ondes seulement pourront cheminer selon $ON$, ce sont celles dont les vibrations s'effectuent parallèlement aux axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse de section. En effet, comme il est possible de le démontrer, ces deux ondes seulement satisfont à cette condition que le rayon lumineux, la vibration, et la force élastique, sont situés dans le même plan.

Ainsi une direction quelconque telle que $ON$, transmettra donc en général deux ondes planes qui lui sont normales, et qui sont polarisées parallèlement aux deux axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse de section découpée dans l'ellipsoïde par un plan perpendiculaire à la direction considérée, plan qui lui-même est parallèle à l'onde plane. Les vitesses de ces deux ondes sont inversement proportionnelles aux deux demi-axes de cette ellipse de section, soit $\frac{1}{OA}$ et $\frac{1}{OB}$.

**48. Axes principaux.** Considérons maintenant les cas où l'ellipse de section normale à la direction de propagation coïncide avec un plan principal de l'ellipsoïde, par exemple avec le plan $n_g n_m$ (fig. 50). Les deux directions $OA$ et $OB$ se confondent alors avec deux des axes principaux de l'ellipsoïde, $n_g$ et $n_m$ contenus dans la section, et les deux ondes planes se propagent avec des vitesses qui sont inversement proportionnelles à ces deux axes. Les vibrations s'effectuent alors dans des plans de symétrie et parallèlement à des axes de symétrie de l'ellipsoïde, et on peut démontrer ici que pour cette raison, *les forces élastiques auront les mêmes directions que les vibrations*

*transmises.* Le rayon lumineux qui est, comme on sait, perpendiculaire sur la force élastique, coïncidera dans ce cas avec la normale à l'onde.

Ainsi en résumé lorsque l'ellipse de section se confond avec un plan de symétrie de l'ellipsoïde, la force élastique et la vibration sont parallèles, et de plus le rayon lumineux et la normale à l'onde plane coïncident.

L'équation de l'ellipsoïde

$$Kx^2 + Ly^2 + Mz^2 = 1$$

deviendra:

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1$$

dans laquelle $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ et $\frac{1}{c}$ sont les longueurs des axes principaux inversement proportionnelles aux vitesses normales de propagation des ondes suivant l'un ou l'autre de ces axes.

Comme suivant ces directions, les rayons lumineux sont normaux aux ondes et cheminent par conséquent avec les mêmes vitesses que celles-ci, *les quantités a, b* et *c représentent indifféremment les vitesses de propagation des ondes ou des rayons suivant les trois axes principaux de l'ellipsoïde. Ces axes sont donc proportionnels à trois quantités* $n_p = \frac{1}{a}$, $n_m = \frac{1}{b}$, $n_g = \frac{1}{c}$ *qui ne sont autre chose que des indices de réfraction, puisqu'elles sont les inverses des vitesses de propagation des rayons ou des ondes correspondants.*

Nous adopterons dans la suite de cet ouvrage les notations $n_g \cdot n_m \cdot n_p$ pour désigner les trois axes principaux de cet ellipsoïde, $n_g$ se rapportant au grand axe, $n_m$ au moyen et $n_p$ au plus petit.

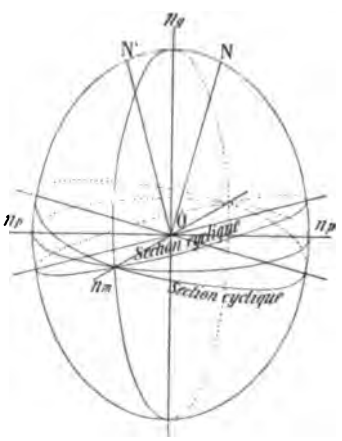


Fig. 51.

Un vecteur quelconque de l'ellipsoïde qui ne coïnciderait pas avec l'un des trois axes principaux, est inversement proportionnel à la vitesse de l'onde plane seulement dont les vibrations sont parallèles à ce vecteur et représente par conséquent l'indice de réfraction pour cette onde et non plus celui pour le rayon correspondant.

En vertu des considérations qui viennent d'être développées, on donne souvent à l'ellipsoïde inverse le nom d'« *ellipsoïde des indices* ».[1] Les trois axes de cet ellipsoïde représentent en effet les trois indices de réfraction principaux du milieu considéré.

[1] L. Fletscher, The optical indicatrix. London 1892.

**49. Sections cycliques.** On sait que tout ellipsoïde coupé par un plan quelconque, donne une section elliptique dont la longueur des axes varie avec la direction du plan. On pourra, par une orientation convenable de ce plan, obtenir des valeurs égales pour les deux axes de l'ellipse, qui se transformera alors en un cercle.

Dans ces conditions, les deux ondes qui se propagent suivant la normale $ON$ (fig. 51) à ces sections cycliques, marcheront avec des vitesses égales, ce qui ne permettra pas de les distinguer. Cela revient à dire que la normale à une section cyclique ne transmet qu'une seule onde, dont la vitesse est indépendante de sa direction de polarisation; cette normale est donc une direction de monoréfringence, elle porte le nom d'*axe optique.*

Comme nous avons vu qu'il existe des cristaux à un et à deux axes optiques, nous pouvons maintenant conclure que l'ellipsoïde qui caractérise les cristaux uniaxes doit être de révolution, car un tel ellipsoïde ne comporte qu'une seule section cyclique possible, qui est perpendiculaire à l'axe de révolution (fig. 52). Par contre l'ellipsoïde des cristaux biaxes doit être à trois axes inégaux; on sait en effet qu'un tel ellipsoïde comporte deux sections cycliques qui se coupent sous un angle dont la valeur dépend de celles relatives des trois axes de l'ellipsoïde (fig. 51).

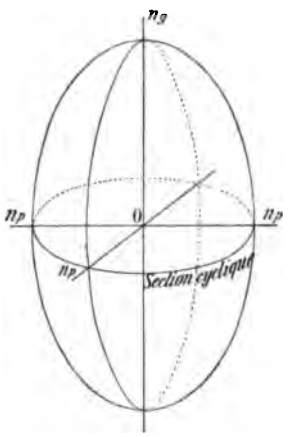


Fig. 52.

**50. Construction de la surface des vitesses normales.**[1] Cette surface doit représenter le lieu des points atteints après une unité de temps par toutes les ondes émanées d'un centre d'ébranlement commun. Elle se construira en portant sur chaque direction de propagation une longueur proportionnelle à la vitesse de déplacement de l'onde suivant celle-ci, et en réunissant les points obtenus.

L'ellipsoïde inverse (fig. 53) se prête entièrement à une construction de ce genre; il suffit en effet de reporter sur chaque direction telle que $ON_1$, $ON_2$ etc., des longueurs $\frac{1}{OA}$ et $\frac{1}{OB_1}$, $\frac{1}{OA}$ et $\frac{1}{OB_2}$ etc. inversement proportionnelles aux demi-axes des ellipses

[1] Neumann, Pogg. Ann. 25. 1832. de Sénarmont, Travaux de l'École polytechnique 35. 1853.

de section découpées dans l'ellipsoïde par des plans normaux à ces directions, longueurs qui représentent, comme nous l'avons vu, les vitesses normales des ondes. Comme sur chaque direction nous aurons en général deux longueurs différentes à reporter, le lieu des points ainsi obtenus sera nécessairement une surface à deux nappes. La fig. 54 montre la forme de l'intersection de cette surface à deux nappes avec une section principale parallèle à $n_g n_p$ pour laquelle la construction indiquée a été exécutée.

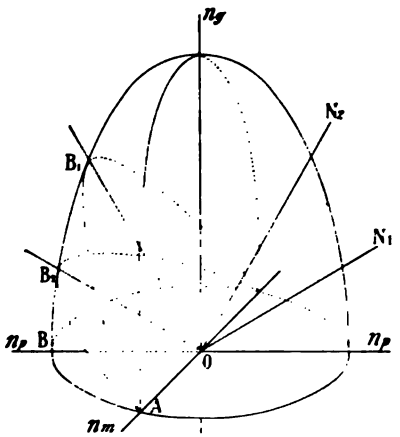



Fig. 53.

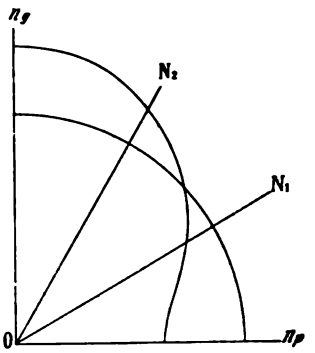



Fig. 54.

**51. Surface des indices à deux nappes.**[1] Si au lieu de reporter sur chaque direction de propagation telle que $ON_1$, les inverses des demi-axes des ellipses de section, on reporte au contraire des valeurs égales ou proportionnelles à $OA$ et $OB_1$, on obtiendra de la même façon une nouvelle surface, à deux nappes également.[2] Comme les longueurs $OA$ et $OB_1$ sont les inverses des vitesses de propagation normales $\frac{1}{OA}$ et $\frac{1}{OB_1}$ des deux ondes planes qui se déplacent suivant $ON_1$, ces longueurs correspondent donc aux deux indices de réfraction des ondes en question, et la surface obtenue représente alors la distribution des indices de réfraction des ondes dans le milieu considéré. Cette surface se déduira donc également de l'ellipsoïde inverse, elle aura comme lui trois axes de symétrie, dont la longueur

[1] Hamilton, Trans. Irish Acad. 17. 1837. 131. Mac Cullagh ibid. 252. Plücker, Jour. de Crelle 19. 1839.

[2] Nous désignons par $ON$ la direction de propagation normale à une section faite dans l'ellipsoïde inverse, et par $OL$ la normale à une section elliptique de l'ellipsoïde direct.

représente aussi bien l'indice de réfraction des ondes, que celui des rayons suivant ces directions, en vertu des considérations précédemment développées (a. 48, p. 41).

## § 3. ELLIPSOIDE DIRECT DES VITESSES ET SURFACE D'ONDE.

**52. Construction de l'ellipsoïde direct.**[1] Si, sur trois axes rectangulaires, on porte des longueurs $a$, $b$ et $c$ proportionnelles aux vitesses principales de propagation des rayons, qui dans ce cas sont égales à celles des ondes planes, on peut par les six points obtenus, faire passer un ellipsoïde auquel on donne le nom d'*ellipsoïde direct*, et dont l'équation sera:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

*Cet ellipsoïde permet de trouver la vitesse de propagation des rayons lumineux dans n'importe quelle direction.* On démontre que pour cela, il suffit de construire un plan perpendiculaire à la direction donnée; les longueurs des deux axes de l'ellipse de section ainsi obtenue sont proportionnelles aux vitesses de propagation des deux rayons qui cheminent dans le cristal suivant la normale au plan. En général, les vibrations sont contenues dans deux plans perpendiculaires entre eux passant par les axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse de section et par sa normale, et font dans ces deux plans un angle variable avec les axes $OA$ et $ON$.

**53. Construction de la surface d'onde.**[2] La surface d'onde, lieu des points atteints par les rayons émanant d'un centre d'ébranlement commun après une unité de temps, peut être obtenue de deux manières différentes, à savoir:

a) *Par la surface des vitesses normales:* Celle-ci étant le lieu des points atteints par les ondes planes après une unité de temps et chaque onde plane étant tangente en un certain point à la surface d'onde, il en résulte que celle-ci sera l'enveloppe de la surface des vitesses normales.

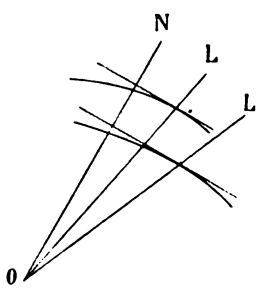


Fig. 55.

Soit $ON$ (fig. 55) une direction de propagation normale, à son intersection avec la surface des vitesses normales menons deux plans perpendiculaires, ceux-ci représentent des ondes planes. En répétant la construction pour toutes les

[1] Fresnel, Œuvres II. 331.
[2] ibid. II. 386.

directions possibles, nous obtiendrons aisément une surface telle, que tous les plans ainsi construits lui soient tangents. Une droite comme $OL$ joignant le centre avec les points de contact des plans tangents, exprime en grandeur et direction les vitesses des rayons lumineux.

b) *Par l'ellipsoïde direct.* Celui-ci permettant de trouver la vitesse des rayons lumineux qui cheminent suivant une même direction dans le cristal, nous fournit un moyen très simple d'arriver à la surface d'onde. Il suffira pour cela de porter sur chaque direction possible telle que, $OL_1$, $OL_2$ etc. des longueurs $OA$ et $OB_1$, $OA$ et $OB_2$ etc. proportionnelles aux axes des ellipses découpées dans l'ellipsoïde par les plans normaux, longueurs qui représentent les vitesses de propagation des deux rayons cheminant suivant $OL$, $OL_1$, $OL_2$ etc. (fig. 56); le lieu des points obtenus sera la surface d'onde. La (fig. 57) représente

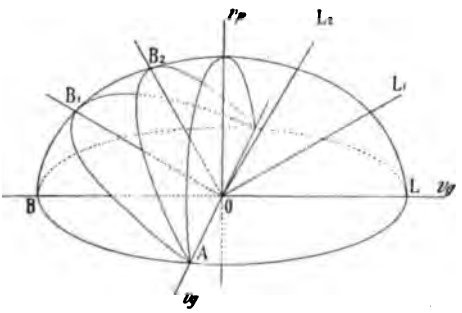



Fig. 56.

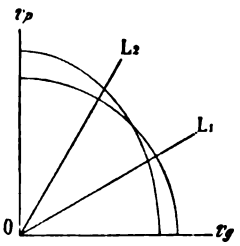



Fig. 57.

la construction de l'intersection de la surface d'onde par le plan $v_p$, $v_g$ de l'ellipsoïde direct (fig. 56), correspondant à l'ellipsoïde inverse de la (fig. 53).

## § 4. AUTRES SURFACES A UNE ET DEUX NAPPES UTILISÉES EN OPTIQUE.

Certains auteurs ont introduit dans l'étude des phénomènes optiques d'autres surfaces à une nappe jouant un rôle analogue à celui des ellipsoïdes précédemment décrits. Ces surfaces appelées «*Ovaloïdes*», sont du quatrième degré, et par conséquent sont moins commodes que les ellipsoïdes de Fresnel. Ces ovaloïdes ne sont d'ailleurs que des transformées par rayons vecteurs réciproques.

**54. Ovaloïde des vitesses normales[1] et surface à deux nappes des indices des ondes planes[2].** L'ovaloïde des vitesses normales ou surface

[1] Fresnel, Œuvres II. 350. F. E. Neumann, Pogg. Ann. 25. 1832, 444.

[2] Hamilton, Trans. Irish Acad. 17. 1837, 131. Mac Cullagh, ibid. 252. Plücker, Jour. de Crelle 19. 1839.

d'élasticité à une nappe, s'obtient en reportant sur une direction quelconque de déplacement une longueur égale à la racine carrée de la projection de la force élastique. Cette projection est, comme on le sait, proportionnelle à la vitesse de déplacement des ondes planes, et a pour valeur (a. 45, p. 39).

$$F'' = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma + 2D\cos\beta\cos\gamma + 2E\cos\gamma\cos\alpha + 2F\cos\alpha\cos\beta$$

l'équation de la surface est $\varrho = \sqrt{F''}$ avec

$$\varrho^2 = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma + 2D\cos\beta\cos\gamma + 2E\cos\gamma\cos\alpha + 2F\cos\alpha\cos\beta$$

mais comme $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $\cos\alpha = \frac{x}{\varrho}$, $\cos\beta = \frac{y}{\varrho}$ etc., cette équation se transforme en une autre du quatrième degré qui rapportée à ses axes principaux sera de la forme:

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$$

et

$$\varrho^2 = a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma$$

en coordonnées polaires.

Cette surface n'est autre chose que la réciproque de l'ellipsoïde inverse, et possède comme lui trois axes de symétrie; elle permet de trouver la vitesse des ondes selon n'importe quelle direction, et d'établir par conséquent la surface des vitesses normales. Les vitesses de propagation des ondes pour une direction quelconque, sont proportionnelles aux axes des sections faites dans cette surface par un plan diamétral perpendiculaire à la direction considérée.

Si on reporte au contraire des longueurs qui sont inversement proportionnelles aux axes de ces sections, on obtient une autre surface à deux nappes, qui est celle des indices de réfraction des ondes.

**55. Ovaloïde inverse des vitesses des rayons et surface d'onde réciproque.** Cet ovaloïde n'est autre chose que la surface réciproque de l'ellipsoïde direct. Son équation rapportée à ses axes principaux est en coordonnées polaires

$$\varrho^2 = \frac{\cos^2\alpha}{a^2} + \frac{\cos^2\beta}{b^2} + \frac{\cos^2\gamma}{c^2},$$

et en coordonnées rectangulaires

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}.$$

$\varrho$ est l'inverse de la vitesse de propagation du rayon, et représente par conséquent l'indice de réfraction de celui-ci. Les trois axes principaux de cet ovaloïde sont également les inverses des vitesses principales des rayons ou des ondes. Cet ovaloïde fournira la surface d'onde si l'on reporte sur chaque direction des longueurs inversement proportionnelles aux deux demi-axes des ovales découpés dans l'ovaloïde par le plan perpendiculaire.

Si par contre on reporte sur chaque direction une longueur proportionnelle aux deux demi-axes des ovales de section, on obtient une surface à deux nappes également, qui est du sixième degré, et représente la distribution des indices de réfraction dans le milieu.

Elle s'appelle surface d'onde réciproque.

## 56. Tableau résumant les relations entre les diverses surfaces à une et à deux nappes.

Le tableau suivant résume les différentes surfaces dont il vient d'être question. $a$, $b$ et $c$ y représentent les vitesses principales de propagation des rayons et des ondes.

| Surfaces à une nappe. | | Surfaces à deux nappes correspondantes. |
|---|---|---|
| 1° *Ellipsoïde inverse d'élasticité.* Premier ellipsoïde, ellipsoïde des indices; défini (a. 46, p. 39). $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1$ ou $a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma = \frac{1}{\varrho^2}$. $\varrho$ représente l'inverse de la vitesse de l'onde plane qui lui est polarisée perpendiculairement, soit son indice de réfraction. | Donne | A. *Surface des vitesses normales ou surface d'élasticité à deux nappes.* Obtenue en reportant sur chaque direction des longueurs inversement proportionnelles aux axes de la section elliptique normale (définie (a. 50, p. 43)). $\frac{\cos^2\lambda}{\varrho^2 - a^2} + \frac{\cos^2\mu}{\varrho^2 - b^2} + \frac{\cos^2\nu}{\varrho^2 - c^2} = 0.$ $\varrho$ représente la vitesse de l'onde plane qui lui est perpendiculaire. B. *Surface des indices des ondes planes* ou surface réciproque des vitesses normales. Obtenue en portant sur chaque direction des longueurs proportionnelles aux axes de la section elliptique normale (définie (a. 51, p. 44)). $\frac{\cos^2\lambda}{a^2\varrho^2 - 1} + \frac{\cos^2\mu}{b^2\varrho_2 - 1} + \frac{\cos^2\nu}{c^2\varrho^2 - 1} = 0.$ $\varrho$ est l'inverse de la vitesse de l'onde plane qui lui est perpendiculaire, c'est-à-dire son indice de réfraction. |

| Surfaces à une nappe. | | Surfaces à deux nappes correspondantes. |
|---|---|---|
| 2° *Ellipsoïde direct* ou deuxième ellipsoïde de FRESNEL; (a. 52, p. 45). $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$ ou $$\frac{\cos^2\alpha}{a^2}+\frac{\cos^2\beta}{b^2}+\frac{\cos^2\gamma}{c^2}=\frac{1}{\varrho^2}.$$ $\varrho$ est la vitesse du rayon dont le plan de polarisation lui est perpendiculaire. | Donne | C. *Surface de l'onde.* Obtenue en portant sur chaque direction, des longueurs proportionnelles aux axes de la section elliptique normale (a. 53, p. 45). $$\frac{a^2\cos^2\lambda}{\varrho^2-a^2}+\frac{b^2\cos^2\mu}{\varrho^2-b^2}+\frac{c^2\cos^2\nu}{\varrho^2-c^2}=0.$$ $\varrho$, représente la vitesse des rayons suivant cette direction, cette surface est l'enveloppe de $A$.<br>D. *Surface d'onde réciproque*, obtenue en portant sur chaque direction, des longueurs inversement proportionnelles aux axes de l'ellipse de section normale. $$\frac{a^2\cos^2\lambda}{a^2\varrho^2-1}+\frac{b^2\cos^2\mu}{b^2\varrho^2-1}+\frac{c^2\cos^2\nu}{c^2\varrho^2-1}=0.$$ $\varrho$ représente l'indice du rayon suivant cette direction. |
| 3° *Ovaloïde des vitesses normales* ou surface d'élasticité à une nappe (a. 54, p. 46). $$(x^2+y^2+z^2)^2=a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2$$ ou $$a^2\cos^2\alpha+b^2\cos^2\beta+c^2\cos^2\gamma=\varrho^2.$$ $\varrho$ désigne la vitesse de propagation normale des ondes planes polarisées perpendiculairement à cette direction. Cette surface est réciproque de l'ellipsoïde inverse. | Donne | A. *Surface des vitesses normales.* Obtenue, en reportant sur chaque direction, des valeurs proportionnelles aux axes de la section ovale normale. $$\frac{\cos^2\lambda}{\varrho^2-a^2}+\frac{\cos^2\mu}{\varrho^2-b^2}+\frac{\cos^2\nu}{\varrho^2-c^2}=0.$$ B. *Surface des indices des ondes planes.* Réciproque de $A$, obtenue, en reportant sur chaque direction des valeurs inversement proportionnelles aux axes de la section ovale normale. $$\frac{\cos^2\lambda}{a^2\varrho^2-1}+\frac{\cos^2\mu}{b^2\varrho^2-1}+\frac{\cos^2\nu}{c^2\varrho^2-1}=0.$$ |
| 4° *Ovaloïde inverse des vitesses des rayons* (a. 55, p. 47). $$(x^2+y^2+z^2)^2=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$$ ou $$\frac{\cos^2\alpha}{a^2}+\frac{\cos^2\beta}{b^2}+\frac{\cos^2\gamma}{c^2}=\varrho^2.$$ $\varrho$ est l'inverse de la vitesse du rayon polarisé perpendiculairement à cette direction. Cette surface est réciproque de l'ellipsoïde direct. | Donne | C. *Surface d'onde* obtenue en portant sur chaque direction, des valeurs inversement proportionnelles à celles des axes de la section ovale normale. $$\frac{a^2\cos^2\lambda}{\varrho^2-a^2}+\frac{b^2\cos^2\mu}{\varrho^2-b^2}+\frac{c^2\cos^2\nu}{\varrho^2-c^2}=0.$$ D. *Surface d'onde réciproque* en portant sur chaque direction, des valeurs proportionnelles aux axes de la section ovale normale. $$\frac{a^2\cos^2\lambda}{a^2\varrho^2-1}+\frac{b^2\cos^2\mu}{b^2\varrho^2-1}+\frac{c^2\cos^2\nu}{c^2\varrho^2-1}=0.$$ |

§ 5. DIRECTION DES RAYONS RÉFRACTÉS CHEZ LES CORPS BIRÉFRINGENTS.

**57. Construction d'Huygens.** La connaissance de la surface d'onde permet de résoudre tous les problèmes relatifs à la réfraction dans les milieux biréfringents. Sans entrer ici dans les détails, nous pouvons déjà établir l'existence de la double réfraction comme la conséquence d'une surface d'onde à deux nappes. Si nous appliquons la construction d'Huygens, nous verrons qu'un seul rayon incident donnera naissance à deux rayons réfractés, obtenus en joignant le centre de la surface d'onde, avec les points de contact entre celle-ci et les plans tangents menés par la droite $B$ (fig. 25). Comme les deux nappes de la surface ne sont en général pas des sphères, il en résulte que ces points de contact ne pourront pas être contenus dans le plan d'incidence, les rayons réfractés s'écartent donc de celui-ci, et n'obéissent plus à la loi des sinus. La relation:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n = \frac{1}{V}$$

s'applique aux ondes, car leur normale est toujours située dans le plan d'incidence, et fait avec la perpendiculaire à la surface de séparation un angle $r$. $V$ est alors la vitesse normale de propagation, elle n'est plus constante, mais varie dans le milieu biréfringent avec $r$, $n$ est l'indice pour l'onde suivant sa direction de propagation normale. Lorsque le plan d'incidence coïncide avec un plan de symétrie, celui-ci contiendra toujours les deux rayons réfractés, si toutefois la surface d'onde est convexe.

## CHAPITRE IV.

## DOUBLE RÉFRACTION CHEZ LES CRISTAUX UNIAXES.

§ 1. Ellipsoïdes des cristaux uniaxes. § 2. Propagation des ondes et surface des vitesses normales. § 3. Propagation des rayons lumineux et surface d'onde. § 4. Réfraction et construction d'Huygens. § 5. Réfraction dans les prismes. § 6. Réflexion totale.

### § 1. ELLIPSOIDES DES CRISTAUX UNIAXES.

**58. Ellipsoïdes direct et inverse.**[1] Nous désignerons désormais par $v_g$, $v_m$ et $v_p$ les trois axes de l'ellipsoïde direct, et par $n_p$, $n_m$ et

[1] Nous nous servons depuis longtemps pour l'enseignement de la double réfraction, d'une série de sept ellipsoïdes montés sur axes de métal, qui sont démontables, et coupés selon certains plans convenablement orientés. Ces surfaces commodes pour montrer les lois de la propagation selon différentes directions ont été reproduites sur les indications de l'un de nous par la maison Krantz à Bonn, où on peut se les procurer.

$n_g$ ceux de l'ellipsoïde inverse qui sont, comme on le sait, réciproques des précédents. Nous aurons donc toujours:

| pour l'ellipsoïde direct: | pour l'ellipsoïde inverse: |
|---|---|
| $v_g$ = l'axe le plus grand | $n_p = \frac{1}{v_g}$ = l'axe le plus petit |
| $v_m$ = l'axe moyen | $n_m = \frac{1}{v_m}$ = l'axe moyen |
| $v_p$ = l'axe le plus petit. | $n_g = \frac{1}{v_p}$ = l'axe le plus grand. |

Dans les cristaux uniaxes, l'ellipsoïde direct ou inverse ne possède qu'une seule section cyclique (a. 49, p. 42); deux de ses axes principaux sont égaux, cet ellipsoïde est donc de révolution autour de l'axe principal de symétrie, qui coïncide avec $A^3$ dans le rhomboèdre, $A^4$ dans le système quadratique, et $A^6$ dans celui du prisme hexagonal.

**59. Signe optique.**[1] Nous pourrons avoir: 1° $v_m = v_p$; l'axe de révolution sera $v_g$, et l'ellipsoïde sera engendré par la rotation d'une ellipse autour de son grand axe (fig. 58), ou bien:

2° $v_g = v_m$; c'est alors $v_p$ qui devient axe de révolution, et l'ellipsoïde engendré par la rotation d'une ellipse autour de son petit axe est aplati perpendiculairement à celui-ci (fig. 60).

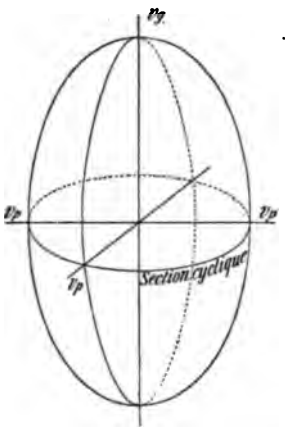



Fig. 58.

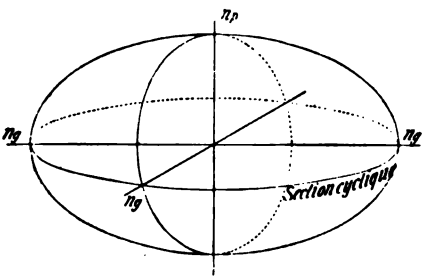



Fig. 59.

Des considérations analogues s'appliquent évidemment à l'ellipsoïde inverse, qui peut avoir également $n_p$ ou $n_g$ comme axe de révolution (fig. 59 et 61).

On appelle *cristaux négatifs* ceux dont $v_g$ est axe de révolution de l'ellipsoïde direct, et $n_p$ celui de l'ellipsoïde inverse (fig. 58 et 59),

[1] Biot, Mém. de l'Institut 23. 1812, 30; 24. 1814. 222. 228.

et on donne le nom de *cristaux positifs* à ceux dont l'ellipsoïde direct a $v_p$, et l'ellipsoïde inverse $n_g$, pour axe de révolution (fig. 60 et 61).

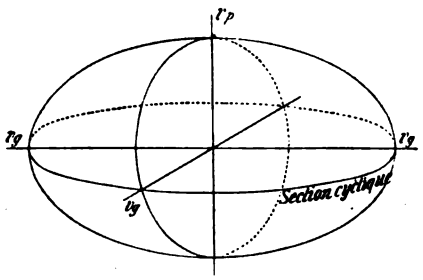



Fig. 60.

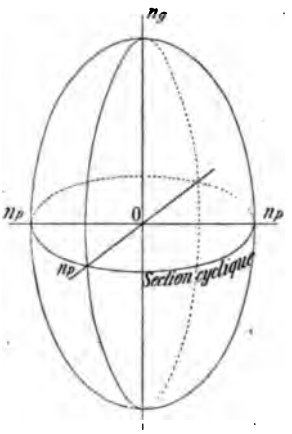



Fig. 61.

**60. Sections principales.** Enfin on désigne par *section principale* tout plan passant par l'axe optique. Un cristal uniaxe comporte donc une infinité de sections principales toutes identiques entre elles.

§ 2. PROPAGATION DES ONDES ET SURFACE DES VITESSES NORMALES.

**61. Propagation des ondes.** Considérons comme exemple l'ellipsoïde inverse d'un cristal positif (fig. 62), dont l'axe de révolution est contenu dans le plan du papier, qui devient ainsi une section principale. Soit une première direction de propagation $ON$ par exemple, qui coïncide tout d'abord avec l'axe $n_p$ de l'ellipsoïde. Selon cette direction se propageront normalement deux ondes, dont les vitesses, inversement proportionnelles aux axes de l'ellipse de la section faite par un plan diamétral perpendiculaire, seront dans le cas particulier, égales aux deux vitesses principales

$$\frac{1}{n_p} = v_g \quad \text{et} \quad \frac{1}{n_g} = v_p .$$

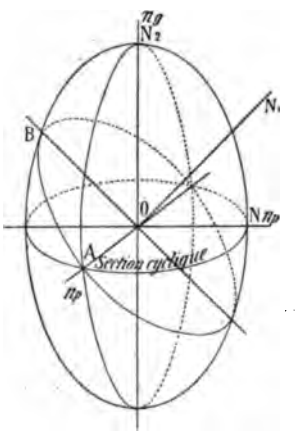



Fig. 62.

Les vibrations des deux ondes sont parallèles aux deux axes de cette ellipse.

Suivant une seconde direction $ON_1$ par exemple, contenue dans la même section principale, comme l'ellipse perpendiculaire passe par la

normale à cette section, les deux vitesses de propagation des ondes seront: $\frac{1}{OA} = \frac{1}{n_p} = v_g$ et $\frac{1}{OB} = v_g'$, et les vibrations se feront encore parallèlement aux deux axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse de section.

Enfin suivant une troisième direction $ON_1$ qui coïncide avec l'axe $n_g$ de révolution de l'ellipsoïde, l'ellipse de section se transforme en un cercle, et les deux ondes se propagent avec une même vitesse égale à $\frac{1}{OA} = \frac{1}{n_p} = v_g$, ce qui équivaut à dire que cette direction transmettra toujours une seule onde quelle que soit sa polarisation.

Puisque toutes les sections principales sont identiques, on déduit de ce qui vient d'être exposé que:

1° Quelle que soit en général la direction de propagation, il y aura toujours dans un cristal uniaxe deux ondes qui marchent avec des vitesses différentes. L'une, l'onde ordinaire, se propage avec une vitesse invariable, qui ne dépend pas de la direction considérée; l'autre, l'onde extraordinaire, possède au contraire une vitesse qui dépend de la direction, et qui varie entre deux limites qui sont $v_g$ et $v_p$.

2° Ces deux ondes sont polarisées. La vibration ordinaire s'effectue en effet toujours perpendiculairement à la section principale, tandis que la vibration extraordinaire est comprise dans le plan de la section principale elle-même; les deux ondes sont donc polarisées, l'une dans la section principale (onde ordinaire), et l'autre perpendiculairement à celle-ci (onde extraordinaire).

3° Suivant la direction de l'axe de révolution de l'ellipsoïde, les vibrations ne sont plus polarisées dans un plan déterminé; cette direction appelée axe optique, transmet donc une onde unique quelle que soit sa polarisation.

**62. Surface des vitesses normales.** La surface des vitesses normales s'obtiendra en recherchant son intersection avec une section principale, et en faisant tourner la figure obtenue autour de l'axe de révolution, puisque tous les plans qui passent par cet axe sont des sections principales identiques.

Pour cela, il suffira de reporter sur chaque direction de propagation, et de part et d'autre de l'origine, des longueurs inversement proportionnelles aux demi-axes de l'ellipse de section normale; on obtient de la sorte:

1° Un cercle de rayon $\frac{1}{n_p} = v_g$ ou $\frac{1}{n_g} = v_p$, selon que le cristal est positif ou négatif, pour les points atteints dans l'unité de temps par l'onde ordinaire.

2° Une seconde courbe, qui est l'inverse de l'ellipse construite sur $n_g n_p$, et qu'on appelle généralement «ovale», pour les points atteints dans l'unité de temps par l'onde extraordinaire. Ces deux courbes présentent deux points de contact suivant la direction de l'axe optique.

La *surface des vitesses normales* engendrée par la rotation de ces deux courbes autour de l'axe optique, sera donc formée d'une sphère de rayon $\frac{1}{n_p} = v_g$ ou $\frac{1}{n_g} = v_p$, et d'un ovaloïde de révolution dont les axes principaux seront $\frac{1}{n_p} = v_g$ et $\frac{1}{n_g} = v_p$.

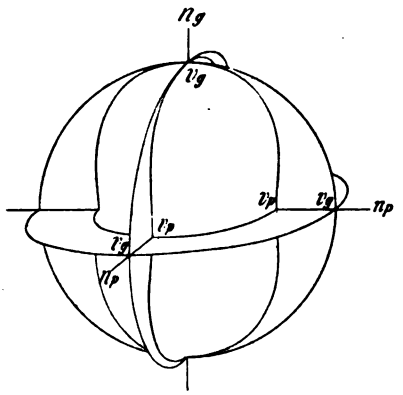



Fig. 63.

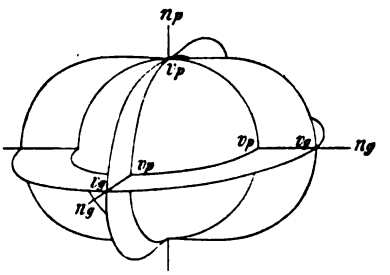



Fig. 64.

Dans le cas d'un cristal positif, l'ovaloïde se trouve à l'intérieur de la sphère (fig. 63), dans le cas d'un cristal négatif cet ovaloïde est alors extérieur à la sphère (fig. 64).

## § 3. PROPAGATION DES RAYONS LUMINEUX ET SURFACE D'ONDE.

**63. Propagation des rayons lumineux.** Une construction semblable à celle indiquée au paragraphe précédent, mais appliquée à l'ellipsoïde direct correspondant, permet d'obtenir la *surface d'onde*. L'ellipsoïde direct d'un cristal positif a $v_p$ comme axe de révolution; une direction quelconque, telle que $OL$ par exemple (fig. 65), transmettra toujours deux rayons qui se propagent avec des vitesses proportionnelles aux axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde par le plan diamètral normal à $OL$. L'un de ces axes a toujours la même longueur quelle que soit la position de $OL$, puisque les ellipses de section oscillent autour d'un axe de l'ellipsoïde, tandis que l'autre peut prendre toutes les valeurs comprises entre $v_g$ et $v_p$. L'un des rayons marchera

donc avec une vitesse constante, c'est le rayon ordinaire; l'autre avec une vitesse variable, c'est le rayon extraordinaire.

Suivant la direction de l'axe de révolution de l'ellipsoïde qui est l'axe optique, la section normale étant cyclique, les deux rayons se propagent avec la même vitesse qui est celle du rayon ordinaire; il y a donc monoréfringence suivant cette direction.

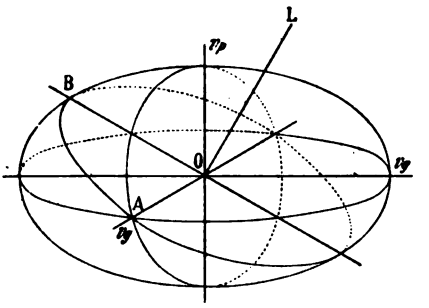


Fig. 65.

**64. Surface d'onde.** La surface d'onde obtenue en reportant, sur chaque direction, les vitesses de propagation données par les longueurs des deux demi-axes de l'ellipse normale, se composera évidemment:

1° d'une sphère pour le rayon ordinaire, sphère qui se confondra avec celle correspondante de la surface des vitesses normales, puisqu'elle a le même rayon $v_g$;

2° d'un ellipsoïde de révolution pour le rayon extraordinaire, ellipsoïde dont les axes principaux $v_g$ et $v_p$ ont les mêmes longueurs que ceux de l'ovaloïde de la surface des vitesses normales.

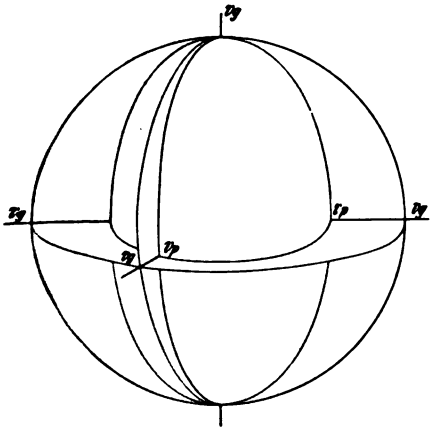


Fig. 66.

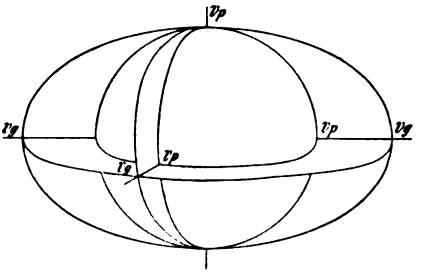


Fig. 67.

L'ellipsoïde touche la sphère en deux points diamétralement opposés, par lesquels passe l'axe optique.

Chez les cristaux positifs, le rayon ordinaire se propage évidemment plus vite que l'extraordinaire, l'ellipsoïde sera donc contenu

dans la sphère (fig. 66). L'inverse aura lieu chez les cristaux négatifs, et l'ellipsoïde devient alors extérieur à la sphère (fig. 67).

**65. Polarisation des rayons et des ondes.** Quant à la polarisation des rayons, elle se fait comme suit:

Le rayon extraordinaire est polarisé dans un plan passant par le rayon $OL$ et une droite $OD$ appelée direction de polarisation, qui est normale à la direction de vibration $OV$. Ce plan de polarisation n'est pas perpendiculaire à la vibration, puisque celle-ci est oblique sur la direction du rayon (fig. 68). Le plan de polarisation proprement dit, tel qu'il est défini dans l'hypothèse de FRESNEL, serait le plan perpendiculaire à la vibration, qui contiendrait également la normale $ON$ à l'onde. Ces deux plans de polarisation du rayon et de l'onde se coupent suivant la *direction de polarisation* $OD$; ils se confondent pour le rayon et l'onde ordinaires.

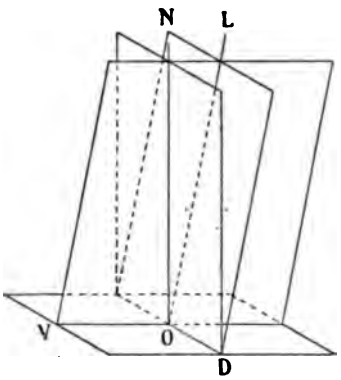


Fig. 68.

§ 4. RÉFRACTION ET CONSTRUCTION D'HUYGENS.

**66. Cas général.** La construction d'HUYGENS développée précédemment (a. 29, p. 23) permet de trouver dans tous les cas la direction des rayons réfractés, lorsqu'on connaît la position qu'occupe la surface d'onde par rapport au plan réfringent. Autour du point $A$ (fig. 69) situé sur le plan de séparation, on construira la surface d'onde relative au premier milieu, ainsi que celle relative au second; mais comme cette dernière est à deux nappes dont l'une est un ellipsoïde, il faudra tenir compte de sa situation relativement aux plans incident et réfringent. Par la droite $B$, on mènera des plans tangents aux nappes ordinaire et extraordinaire; la surface d'onde du rayon ordinaire étant une sphère, le point de contact $D_0$ avec le plan tangent sera contenu dans le plan

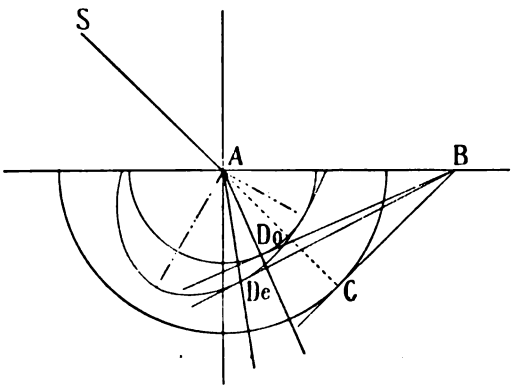


Fig. 69.

d'incidence, le rayon ordinaire $AD_0$ reste donc dans ce plan et a de plus une vitesse constante, puisque $AD_0$ est le rayon d'un cercle.

Quant au rayon extraordinaire, le point de contact du plan tangent avec l'ellipsoïde se trouvant en général en dehors du plan d'incidence, le rayon réfracté $AD_e$ ne sera donc plus contenu dans ce plan, et le rapport $\frac{\sin i}{\sin r}$ n'est plus égal à celui des vitesses $\frac{V}{V'}$ des rayons, le triangle $ABD_e$ n'étant plus rectangle.

Cette relation existe toutefois pour les vitesses normales, sans cependant que le rapport $\frac{V}{V'}$ soit constant pour toutes les directions. En effet si l'on abaisse une perpendiculaire sur l'onde plane, on aura

$$\frac{\sin i}{\sin \varrho} = \frac{1}{w} = \nu.$$

$\varrho$ représente l'angle compris entre les normales au plan réfringent et à l'onde plane, $w$ la vitesse de propagation normale de l'onde et $\nu$ un indice de réfraction du corps pour cette onde, suivant sa normale.

**67. Cas particuliers.** Pour que le rayon extraordinaire reste dans le plan d'incidence, il faut que celui-ci soit parallèle à un plan de symétrie de la surface de l'onde, ce qui sera réalisé dans le cas particulier où ce plan d'incidence devient parallèle ou perpendiculaire à l'axe optique.

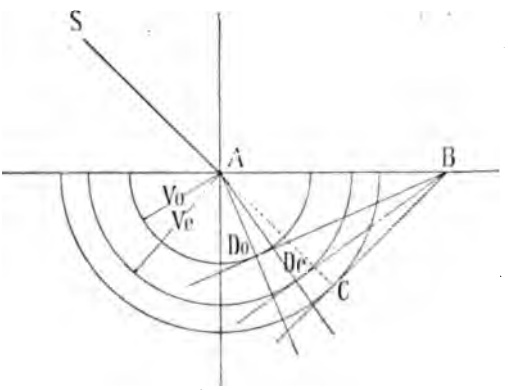


Fig. 70.

a) *Le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe optique.* L'axe optique se projetant en $A$, le plan d'incidence coupe la surface d'onde suivant deux cercles. Les deux rayons $AD_0$ et $AD_e$ (fig. 70) resteront dans le plan d'incidence, et seront de plus tous deux ordinaires, le rapport $\frac{V}{V'}$ étant constant pour chacun d'eux. Nous aurons en effet

$$\frac{\sin i}{\sin r_0} = \frac{V}{v_0} = n_0 \quad \text{et} \quad \frac{\sin i}{\sin r_e} = \frac{V}{v_e} = n_e$$

$v_0$ et $v_e$ sont les vitesses principales des rayons ordinaire et extraordinaire et $n_0$ et $n_e$ leurs indices correspondants.

Si le rayon incident $SA$ devient normal au plan de séparation, les

deux rayons réfractés $D_o$ et $D_e$ se propagent suivant la même droite, qui est le prolongement du rayon incident, mais avec des vitesses différentes.

b) *Le plan d'incidence est parallèle à l'axe optique.* Nous supposerons l'axe optique oblique sur le plan réfringent (fig. 71). Les points de contact entre les plans tangents menés de $B$ aux courbes des ondes ordinaire et extraordinaire, seront contenus dans le plan d'incidence, mais les deux rayons $D_o$ et $D_e$ suivent des directions différentes. De plus le rayon ordinaire obéit à la loi du sinus, ce qui n'est pas le cas pour l'extraordinaire.

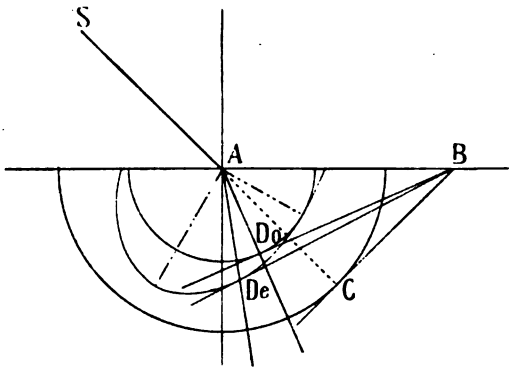


Fig. 71.

Si le rayon tombe en $NA$ (fig. 72) normalement sur la surface de séparation, nous aurons encore deux rayons réfractés, l'un ordinaire $AD_o$ dirigé suivant la normale, l'autre extraordinaire oblique sur celle-ci $AD_e$.

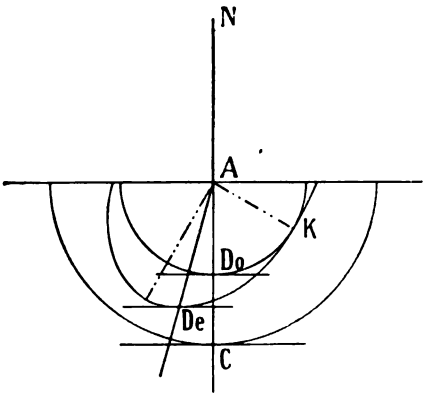


Fig. 72.

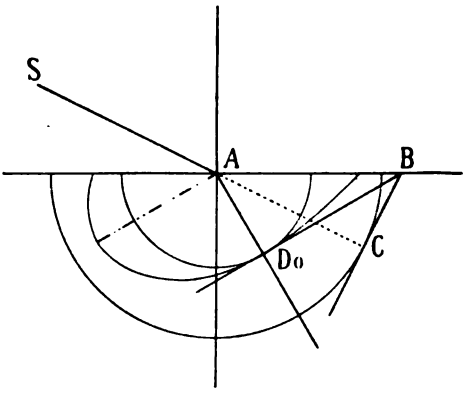


Fig. 73.

Si maintenant la position du rayon incident est telle, que le plan tangent mené de $B$ touche simultanément les deux nappes en leur point de contact, nous aurons un seul rayon réfracté $AD_o$ (fig. 73). Le cristal sera monoréfringent suivant cette direction, et l'indice de réfraction sera celui du rayon ordinaire.

## § 5. RÉFRACTION DANS LES PRISMES.

**68. Prisme d'orientation quelconque**[1]. Si l'on fait pénétrer un rayon lumineux dans un prisme taillé d'une manière quelconque, on obtiendra toujours à l'intérieur du prisme deux rayons réfractés; l'un ordinaire, se propage dans le plan d'incidence, l'autre extraordinaire sort généralement de ce plan.

En ce qui concerne le rayon ordinaire, les phénomènes restent les mêmes que ceux étudiés (a. 32, p. 25) pour les milieux isotropes; la surface d'onde étant sphérique les formules du prisme s'appliqueront sans restriction, et pour toutes les incidences possibles nous aurons toujours:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_0, \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = n_0, \quad A = (r + r') \quad \text{et} \quad D = (i + i') - A.$$

Il n'en est plus de même pour le rayon extraordinaire, la construction d'Huygens appliquée à celui-ci montre que le point de contact du plan tangent avec la surface d'onde n'est pas contenu dans le plan d'incidence, ce qui est le cas pour la normale $ON$, à l'onde (fig. 74). Celle-ci se propage donc perpendiculairement au plan de figure.

La relation $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{w}$ exprime alors la vitesse de propagation de cette onde extraordinaire dans le prisme.

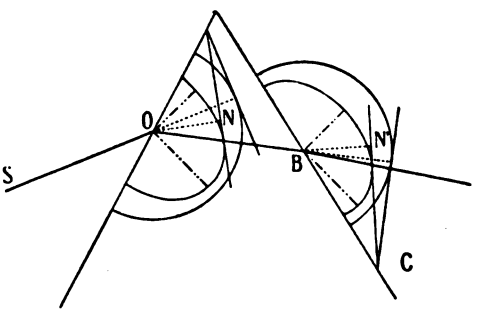


Fig. 74.

A l'émergence, il nous faudra refaire la même construction. Par la droite $C$ perpendiculaire au plan du tableau, à l'intersection de l'onde plane extraordinaire avec la face d'émergence, nous mènerons un plan tangent à la surface d'onde du nouveau milieu dans lequel le rayon se progage, c'est-à-dire l'air. Le rayon émergent sera situé dans un plan parallèlle à celui d'incidence et fera avec le rayon incident un angle de déviation $D$.

Les formules du prisme (a. 32, p. 26) vont permettre d'établir, pour diverses incidences $i$, la vitesse de propagation des ondes qui correspondent aux différents rayons extraordinaires réfractés. Les angles $i$

[1] Stokes, Cambr. & Dublin Math. Journal 1. 1846, 183; id. 1. 148. H. de Sénarmont, Nouv. Ann. de Math. 16. 1857, 273. V. von Lang, Sitz.-Ber. d. K. K. Akad. Wien. 33. 1858, 155. A. Cornu, Ann. de l'Éc. norm. Paris. 1. 1872; 2. 1874, 1. Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. 1. 1886, 14. M. Born, N. Jahrb. f. Min. 5. 1887, 16.

et $i'$ étant ceux que font les rayons incident et émergent avec les normales aux faces du prisme, $r$ et $r'$ ceux compris entre ces mêmes normales et celles des ondes, nous pourrons donner à ces formules une nouvelle forme; additionnant et retranchant l'une de l'autre les équations 1) nous aurons:

$$\sin i + \sin i' = \nu (\sin r + \sin r')$$
$$\sin i - \sin i' = \nu (\sin r - \sin r')$$

puis:

$$\sin \frac{i+i'}{2} \cos \frac{i-i'}{2} = \nu \left( \sin \frac{r+r'}{2} \cos \frac{r-r'}{2} \right)$$
$$\sin \frac{i-i'}{2} \cos \frac{i+i'}{2} = \nu \left( \sin \frac{r-r'}{2} \cos \frac{r+r'}{2} \right)$$

d'où on tire

$$\operatorname{tang} \frac{i+i'}{2} \operatorname{cotg} \frac{i-i'}{2} = \operatorname{tang} \frac{r+r'}{2} \operatorname{cotg} \frac{r-r'}{2}$$

remarquant que $r + r' = A$, on aura:

$$\operatorname{tang} \frac{i+i'}{2} \operatorname{cotg} \frac{i-i'}{2} = \operatorname{tang} \frac{A}{2} \operatorname{cotg} \frac{r-r'}{2}.$$

D'autre part comme $D = (i + i') - A$, il vient enfin

$$\operatorname{tang} \frac{A}{2} \operatorname{tang} \left( i - \frac{A+D}{2} \right) \operatorname{cotg} \frac{A+D}{2} = \operatorname{tang} \left( r - \frac{A}{2} \right).$$

On remarquera que cette formule contient $A$, $D$ et $i$, puis l'angle $r$ que fait la normale à l'onde dans le prisme avec la normale à la face d'entrée; si on la combine avec la relation $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{w}$, on voit que l'on pourra déterminer, pour diverses incidences, les vitesses de propagation des ondes, obtenir ainsi le nombre de points nécessaires pour construire la surface des vitesses normales, et arriver à l'évaluation de l'indice principal $n_e$.

En résumé, par un prisme quelconque, on peut déterminer les indices $n_o$ et $n_e$ en mesurant les valeurs des angles de déviation pour un certain nombre d'incidences fixées.

Les mesures vont considérablement se simplifier avec des prismes orientés d'une façon déterminée.

**69. Prismes d'orientation déterminée.**

a) *L'arête réfringente est parallèle à l'axe optique.* Nous avons vu que dans le cas où le plan d'incidence est normal à l'axe optique, les deux rayons $n_e$ et $n_o$ restent dans ce plan, et ont tous deux un indice constant qui est égal à chacun des deux indices principaux. La détermination de ces indices pourra donc s'effectuer en

amenant ces deux rayons successivement au minimum de déviation, nous aurons alors (fig. 75):

$$n_e = \frac{\sin \frac{A+D}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \quad \text{et} \quad n_o = \frac{\sin \frac{A+D'}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

Ces rayons sont polarisés dans des plans perpendiculaires, l'ordinaire parallèlement à l'arête du prisme, l'extraordinaire perpendiculairement à celle-ci. Cette remarque permettra de les distinguer, et de trouver le signe optique du cristal.

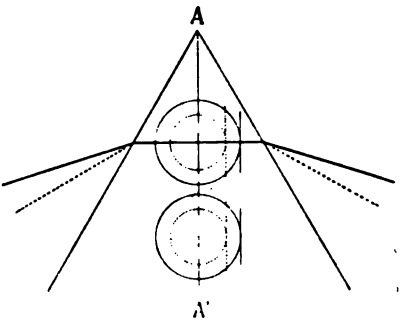


Fig. 75.

b) *L'axe optique est compris dans le plan bissecteur de l'angle A.* Quelle que soit alors l'orientation de cet axe optique, le rayon ordinaire se comportera toujours comme précédemment. Quant au rayon extraordinaire, lorsqu'il sera au minimum de déviation, il obéira également à la relation

$$n_e = \frac{\sin \frac{A+D}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

En effet, pour cette position (fig. 76 et 77), l'onde plane qui, dans le prisme, se propage parallèlement au plan bissecteur $AA'$ de l'angle $A$,

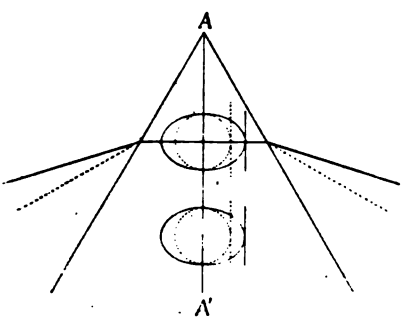


Fig. 76.

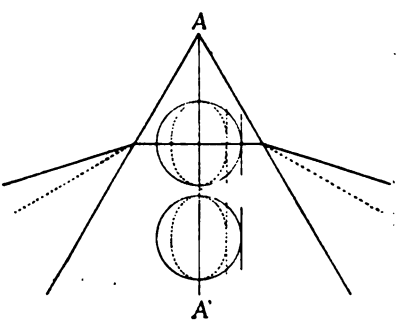


Fig. 77.

sera tangente à la nappe ellipsoïdale de la surface d'onde, en un point toujours situé sur son cercle équatorial, dont le rayon est égal à $v_g$ ou $v_p$ selon le signe optique, et correspond par conséquent à $n_p$ ou $n_g$.

c) *L'axe optique est normal au plan bissecteur $AA'$ de l'angle $A$.* Les rayons ordinaire et extraordinaire, quel que soit le signe optique du cristal, passeront simultanément au minimum de déviation, et il n'y aura qu'un seul rayon émergent (fig. 78).

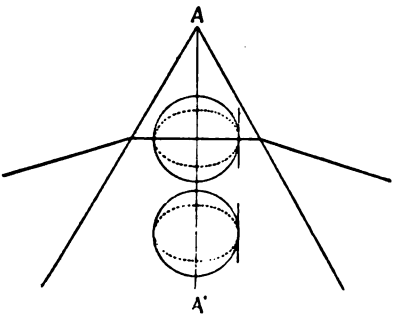


Fig. 78.

**70. Incidence normale.** La face par laquelle pénètre le rayon $SO$ est parallèle à l'axe optique. Les rayons ordinaire et extraordinaire se propagent à l'intérieur selon la même direction (fig. 79) avec des vitesses différentes. A la sortie en $O'$, ils se réfractent différemment, et font avec le rayon incident les angles $D_o$ et $D_e$ que l'on trouve en appliquant la construction d'Huygens. Il faut pour cela prolonger le rayon incident jusqu'à sa rencontre avec la surface d'onde du cristal tracée autour de $O'$, construire les plans tangents $B_oA_o$ et $B_eA_e$ qui sont nécessairement parallèles à l'axe, et par les droites $A_o$ et $A_e$ mener des plans tangents à la surface d'onde du milieu extérieur. Les formules (a. 34, p. 27)

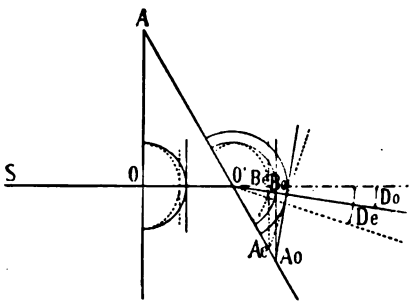


Fig. 79.

$$n_o = \frac{\sin(A + D)}{\sin A} \quad \text{et}$$

$$n_e = \frac{\sin(A + D')}{\sin A}$$

s'appliqueront alors et permettront de déterminer $n_o$ et $n_e$.

**71. Dispersion.** La dispersion se produira évidemment pour les deux rayons ordinaire et extraordinaire, car pour chaque couleur, nous aurons une surface d'onde distincte. Ces surfaces sont concentriques, et leurs axes principaux coïncident, mais ont des longueurs différentes, qui croissent avec la période des vibrations.

## § 6. RÉFLEXION TOTALE.[1]

**72. Section quelconque.** Considérons un premier milieu isotrope plus réfringent que le cristal. La construction d'Huygens nous

[1] H. de Sénarmont, Compt. rend. Acad. Sc. Paris. 42. 1856, 65. Pogg. Ann. 97. 1856, 605. Journ. de Math. 1. 1856, (2), 305. Ch. Soret, Arch. Sc. Phys. et nat. 9. 1883, 5. Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. 1. 1885, 246: 2. 203; 2. 1886, 52.

montre que, lorsque l'angle d'incidence prend une certaine valeur $\theta_0$ pour une position donnée de la surface d'onde, une onde plane se propage alors normalement au milieu de séparation. Cette onde plane qui est ordinaire, est tangente à la nappe sphérique et normale au rayon lumineux qui est contenu dans le plan réfringent. Pour une valeur de l'angle d'incidence supérieure à $\theta_0$, le rayon ordinaire subira la réflexion totale.

Pour une autre valeur particulière de l'angle d'incidence qui, selon que le cristal sera positif ou négatif, est plus petite ou plus grande que $\theta_0$, l'onde plane extraordinaire se propagera à son tour normalement au milieu de séparation, mais comme le rayon lumineux ne coïncide en général pas avec cette normale, celui-ci sera situé, selon la position du point de contact, soit dans le premier milieu, soit dans le deuxième, ou encore dans le plan réfringent lui-même.

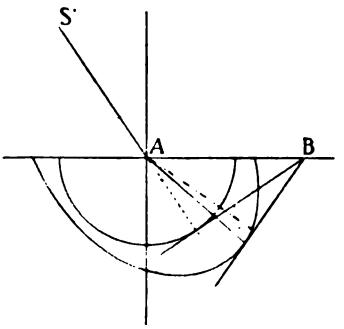


Fig. 80.

La réflexion totale aura lieu lorsque le rayon réfracté se dirige parallèlement à la surface de séparation; l'onde plane qui lui correspond est généralement inclinée sur ce plan, et ne lui est perpendiculaire que pour certaines positions du rayon qui n'est lui-même généralement pas contenu dans le plan d'incidence comme l'on sait. La construction d'Huygens montre que pour trouver le rayon extraordinaire réfracté provenant d'un rayon incident quelconque, il faut mener par la droite $B$ (fig. 80), un plan tangent à la nappe de l'extraordinaire. La

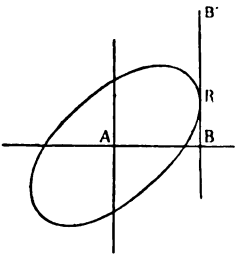


Fig. 81.

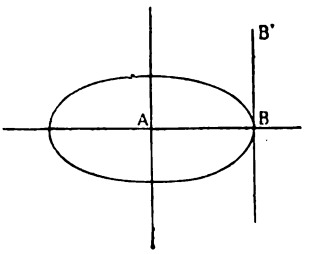


Fig. 82.

limite de réflexion totale sera atteinte au moment où le plan mené par $B$, sera tangent à cette nappe dans le plan réfringent lui-même, ce qui aura évidemment lieu lorsque la droite $BB'$ normale au plan d'incidence $AB$, sera elle-même tangente à la nappe en question.

Le point $R$ de contact dans le plan réfringent qui est celui du dessin (fig. 81), est situé en général en dehors du plan d'incidence $AB$ normal au plan de figure, et l'onde plane dont la trace est la droite $BB'$, est en général oblique sur le plan réfringent. Il est aisé de voir que le rayon se propagera dans le plan d'incidence, lorsque les axes de symétrie de la courbe d'intersection (qui est ici toujours une ellipse), de la surface d'onde avec le plan réfringent coïncideront avec le plan d'incidence lui-même (fig. 82).

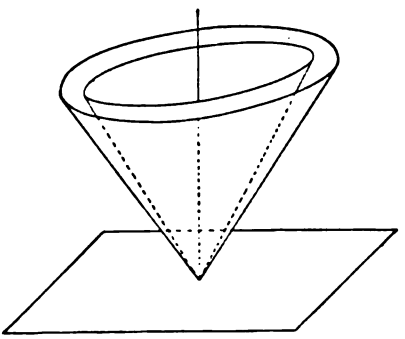


Fig. 83.

La vitesse de propagation du rayon extraordinaire dans le plan de la lame variera avec l'orientation du plan d'incidence; il s'ensuit que les rayons extraordinaires qui subiront la réflexion totale, ne seront plus situés, comme dans les milieux monoréfringents, sur un cône circulaire, ce qui est le cas pour le rayon ordinaire (fig. 83), mais feront avec la normale au plan de séparation des angles $\theta$ variables, donnés par la relation

$$n_1 \sin\theta = n_2 = \frac{1}{V}$$

dans laquelle la quantité $V$ (fig. 81) est proportionnelle à la vitesse $AB$ de déplacement de la trace $BB'$ de l'onde plane dans le plan de la lame. Cette quantité $V$ ne doit pas être confondue avec la vitesse normale $AN$ (fig. 84), car la droite $AB$ qui, dans le plan réfringent, joint le centre de la surface d'onde avec la trace $BB'$, n'est pas normale à l'onde plane. L'équation qui précède permet de construire le lieu des points $B$, c'est-à-dire la courbe atteinte dans le plan réfringent après une unité de temps, par les ondes planes correspondant aux rayons comme $AR$, qui se propagent dans ce plan. Il faudra pour cela déterminer la valeur de l'angle limite pour tous les plans d'incidence passant par la normale à la face réfringente. Cette courbe $B$ sera évidemment la podaire de l'intersection de la surface de l'onde avec le plan réfringent. Si cette intersection est un cercle, le point $B$ se confond avec le point $R$, et le rayon sera normal à la trace de $BB'$; la quantité $n_2$ de l'équation

$$n_1 \sin\theta = n_2 = \frac{1}{V}$$

sera alors un indice de réfraction pour un rayon.

Si l'intersection est une ellipse, comme c'est le cas pour l'onde extraordinaire des cristaux uniaxes, la quantité $n_2 = \frac{1}{V}$ définie par la relation précédente, n'est pas l'indice de réfraction d'un rayon lumineux pour un plan d'incidence orienté d'une manière quelconque.

Si toutefois l'un des axes de l'ellipse devient parallèle au plan d'incidence, le point $B$ se confond également avec $R$ (fig. 81 et 82) et la trace $BB'$ de l'onde normale au rayon, se déplace, dans le plan réfringent, avec la même vitesse que celui-ci; $n_2$ sera donc, de nouveau, dans ce cas, un indice de réfraction du rayon.

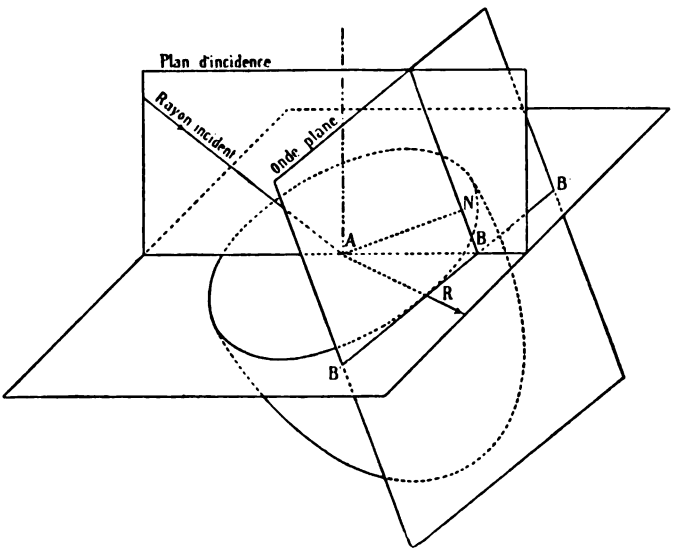



Fig. 84.

L'angle limite $\theta$ passera par un maximum ou un minimum en même temps que $n_2$, toutes les fois que les axes de symétrie de la courbe d'intersection de la nappe extraordinaire avec le milieu de séparation, coïncideront avec la trace du plan d'incidence sur le plan réfringent. L'une des valeurs de $n_2$ qui rend $\theta$ maximum ou minimum est un des deux indices principaux du cristal, comme nous allons le démontrer.

Pour que $n_2$ soit l'un des indices principaux $n_g$ ou $n_p$ du milieu, il faut que l'un des axes de l'ellipse d'intersection ait une valeur égale à celle de l'un des deux axes principaux de l'ellipsoïde direct, ce qui est toujours le cas. En effet, quelle que soit l'orientation du plan réfringent, celui-ci découpera toujours dans la nappe d'onde du rayon extraordinaire une ellipse, dont l'un des axes a une grandeur

quelconque, tandis que l'autre a une valeur égale au diamètre du cercle équatorial de cette nappe ellipsoïdale, diamètre qui est lui-même égal à $v_g$ ou $v_p$, inverses de $n_p$ et $n_g$, selon que le cristal est négatif ou positif. Si le cristal est négatif, c'est la valeur minimum par laquelle passe $\theta$ qui détermine l'un des indices principaux, lequel sera alors $n_p$, car on aura dans ce cas $n_1 \sin\theta = \frac{1}{v_g} = n_p$. Si au contraire le cristal est positif, c'est la valeur maximum par laquelle passe $\theta$ qui déterminera $n_g$, car on aura alors $n_1 \sin\theta = \frac{1}{v_p} = n_g$.

On peut également se rendre compte des propriétés du cône qui limite les rayons extraordinaires totalement réfléchis, par le raisonnement suivant:

Les rayons qui se propagent suivant toutes les directions possibles dans le plan de séparation, cheminent avec des vitesses proportionnelles aux axes de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde direct par un plan diamétral tournant autour de la normale à la section. Un des axes de ces ellipses a une valeur indépendante de l'orientation de celles-ci, et fournit par conséquent la vitesse du rayon ordinaire; l'autre par contre, varie et devient pour une certaine orientation du plan diamétral égal à l'axe de révolution de l'ellipsoïde.

Il résulte de ce qui vient d'être dit que, pour une plaque orientée d'une manière quelconque, les rayons qui subiront la réflexion totale sont limités par deux cônes différents. L'un, circulaire, a sa génératrice qui fait avec la normale à la section un angle $\theta_0$ constant, défini par la relation

$$n_1 \sin\theta_0 = n_0$$

c'est celui qui correspond aux rayons ordinaires. L'autre, non circulaire, a sa génératrice qui fait avec la normale un angle $\theta_e$ variable avec l'orientation du plan d'incidence, c'est celui qui correspond aux rayons extraordinaires. $\theta_e$ est maximum ou minimum, lorsque le plan d'incidence passe par l'un des axes de la section elliptique formée par l'intersection de la lame avec la nappe extraordinaire. De plus, l'un des indices qui satisfait à l'une des équations

$$n_1 \sin\theta_{max} = n$$
$$n_1 \sin\theta_{min} = n$$

est l'indice principal extraordinaire. Si le cristal est positif, on aura $n_1 \sin\theta_{max} = n_g$, et $n_1 \sin\theta_{min} = n_x$, $n_x$ représentant un indice quelconque, compris entre $n_g$ et $n_p$. Si au contraire le cristal est négatif, $n_1 \sin\theta_{min} = n_p$ et $n_1 \sin\theta_{max} = n_x$. La grandeur de $n_x$ varie d'ailleurs dans les deux cas avec l'orientation de la lame.

Ces deux cônes ne se touchent pas, et le cône des rayons ordinaires est intérieur ou extérieur à celui des rayons extraordinaires, selon que le cristal est positif ou négatif.

Si maintenant on observe les rayons réfléchis à l'aide du dispositif indiqué à propos des milieux isotropes, le champ visuel sera divisé en trois parties d'inégale intensité lumineuse, qui séparent les rayons ordinaires et extraordinaires totalement réfléchis de ceux qui le sont partiellement. Si l'on fait tourner la lame autour de sa normale, l'une des limites *aa'* ou *bb'* (fig. 85), selon le signe du cristal, reste fixe, et correspond alors aux rayons ordinaires pour lesquels $\theta$ est constant. L'autre se déplace entre deux positions extrêmes, pour lesquelles $\theta$ est maximum ou minimum.

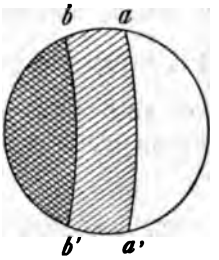


Fig. 85.

En résumé, une plaque orientée d'une manière quelconque fournira trois indices; deux d'entre eux sont ceux de l'ordinaire et de l'extraordinaire, le troisième est un indice quelconque, compris entre les deux premiers, et dont la valeur dépend de l'orientation de la section.

**73. Sections orientées.**

a) *Section parallèle à l'axe optique*: Le raisonnement qui précède appliqué à ce cas, montre que les rayons qui satisfont à la condition $n_1 \sin\theta = n_2$ sont situés sur deux cônes, qui se touchent suivant deux de leurs génératrices. L'un d'eux pour lequel $\theta$ est constant, correspond aux rayons ordinaires, l'autre où $\theta$ varie est celui des rayons extraordinaires. Cette variation de $\theta$ est comprise entre deux limites $\theta_o$ et $\theta_e$, qui correspondent précisément aux deux indices principaux

$$n_1 \sin \theta_o = n_o$$
$$n_1 \sin \theta_e = n_e.$$

Comme précédemment, le champ visuel de la lunette qui servira à observer le phénomène sera divisé en trois parties d'inégale intensité lumineuse. Si l'on tourne la plaque dans son propre plan, l'une de ces limites, celle du rayon ordinaire, reste immobile; l'autre au contraire se déplace, et pour une certaine position qui correspond à un maximum ou un minimum de $\theta$, se confond avec la précédente; elle s'en écarte ensuite, et atteint une position extrême pour $\theta$ minimum ou maximum.

Une telle plaque fournira donc les deux indices principaux; l'un d'entre eux est répété deux fois, et ce sera $n_g$ ou $n_p$ selon le signe optique.

b) *Section perpendiculaire à l'axe optique.* Chaque direction dans le plan de la section, transmettra deux rayons, mais la vitesse de chacun d'eux est indépendante de cette direction. Cette section coupe en effet la surface d'onde selon deux cercles concentriques, dont les rayons $v_g$ et $v_p$ expriment les vitesses principales, et comme $n_g = \frac{1}{v_p}$ et $n_p = \frac{1}{v_g}$, nous aurons ici encore deux cônes, mais circulaires cette fois, car pour chacun d'eux $\theta$ est constant et défini par

$$n_1 \sin\theta = n_g \quad \text{et} \quad n_1 \sin\theta' = n_p.$$

En observant les rayons réfléchis comme précédemment, le champ visuel sera de nouveau partagé en trois parties d'inégale intensité lumineuse, mais qui restent immobiles pour une rotation de la section dans son propre plan.

## CHAPITRE V.

## DOUBLE RÉFRACTION CHEZ LES CRISTAUX BIAXES.[1]

§ 1. Ellipsoïde inverse. § 2. Propagation des ondes, surface des vitesses normales. § 3. Propagation des rayons lumineux et surface d'onde. § 4. Polarisation des ondes et des rayons. § 5. Axes optiques et axes de réfraction conique. § 6. Réfraction et construction d'Huygens. § 7. Réfraction dans les prismes. § 8. Réflexion totale. § 9. Orientation de l'ellipsoïde optique et dispersion.

### § 1. ELLIPSOIDE INVERSE.

**74. Ellipsoïde inverse.** Chez les cristaux biaxes, l'ellipsoïde inverse est à trois axes inégaux $n_p$, $n_m$ et $n_g$. L'axe moyen $n_m$ n'est pas la moyenne arithmétique entre $n_g$ et $n_p$, il peut avoir une valeur quelconque comprise entre ces deux limites, qui variera d'ailleurs d'un cristal à un autre. Toute section faite dans un ellipsoïde à trois axes est en général une ellipse; on donne le nom de *sections principales* aux trois plans qui passent par les axes principaux de l'ellipsoïde, et sont des plans de symétrie de celui-ci. Les axes des ellipses découpées par ces trois sections principales dans l'ellipsoïde, seront respectivement $n_g n_p$, $n_g n_m$ et $n_m n_p$ (fig. 86).

**75. Sections cycliques.** Parmi les différentes sections possibles d'un ellipsoïde, il en est deux disposées symétriquement par rapport au plan $n_g n_p$, qui passent par l'axe moyen $n_m$, et ont pour second axe, dans le plan $n_g n_p$, une valeur comprise entre $n_g$ et $n_p$, qui est

[1] Biot, Mém. de l'Institut 13. 1812, 315; Traité de physique 3. 1816, 350. Brewster, Phil. Trans. 1818, 199. Fresnel, Œuvres. II.

aussi égale à $n_m$. Ces deux sections sont donc cycliques; elles se coupent sous un angle qui dépend de la valeur de $n_m$ relativement à celles de $n_g$ et de $n_p$ (fig. 87).

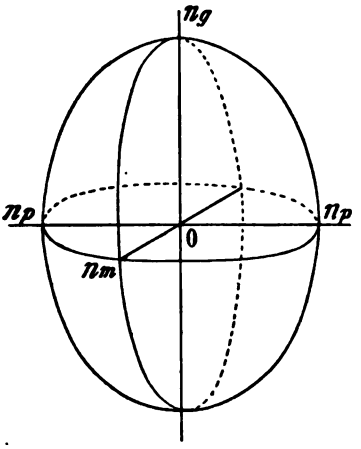



Fig. 86.

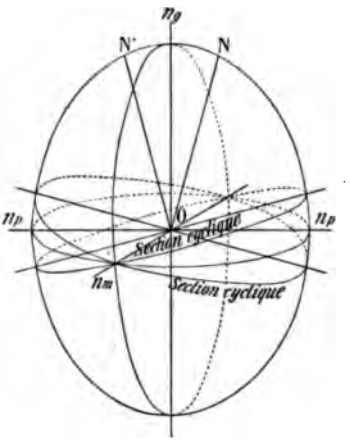



Fig. 87.

Les deux droites $ON$ et $ON'$ contenues dans le plan $n_g n_p$, qui sont perpendiculaires aux deux sections cycliques, transmettent normalement une onde unique, marchant avec une vitesse égale à $\frac{1}{n_m} = v_m$, et polarisée dans un plan quelconque. Ces deux droites sont donc deux axes optiques, et la section principale $n_g n_p$ porte le nom de *plan des axes optiques.*

**76. Signe optique.** Les axes optiques se coupent dans ce plan en formant deux angles aigus et deux angles obtus opposés par le sommet,

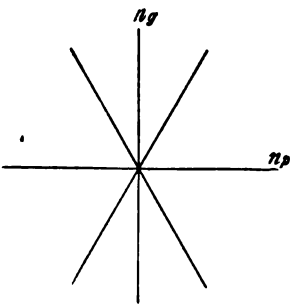



Fig. 88.

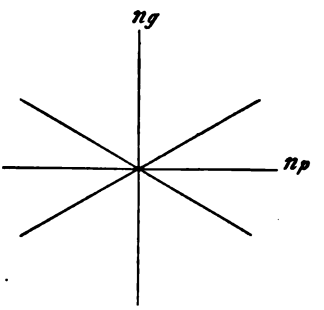



Fig. 89.

dont les indices principaux $n_g$ et $n_p$ sont les bissectrices. L'angle aigu $2V$ des axes optiques dépend d'ailleurs des grandeurs relatives de $n_g$,

$n_p$ et $n_m$. Si $n_g$ est bissectrice de l'angle aigu $2V$ des axes optiques, le cristal est dit positif (fig. 88). Si au contraire c'est $n_p$ qui joue le même rôle, le cristal est dit négatif (fig. 89). Cette définition du signe optique est conforme à celle donnée pour les cristaux uniaxes que l'on peut assimiler au cas limite de celui qui nous occupe. En effet, il suffit de faire varier $2V$ de 0° à 180°; à la limite, le cristal biaxe deviendra uniaxe positif si les deux axes optiques se confondent avec leur bissectrice $n_g$, et uniaxe négatif s'ils se confondent avec la bissectrice $n_p$.

## § 2. PROPAGATION DES ONDES ET SURFACE DES VITESSES NORMALES.

**77. Propagation des ondes.** Supposons une direction de propagation quelconque $ON$ non comprise dans une section principale (fig. 90). Elle transmettra normalement deux ondes polarisées dans des plans perpendiculaires, dont les vitesses sont différentes et inversement proportionnelles aux deux demi-axes $OA$ et $OB$ de la section elliptique déterminée dans l'ellipsoïde par le plan diamétral normal à $ON$. Suivant une autre direction $ON_1$, il en serait de même, mais les vitesses des deux ondes qui sont inversement proportionnelles aux deux demi-axes $OA_1$ et $OB_1$, sont évidemment différentes, puisque $OA_1$ et $OB_1$ ne sont pas égaux à $OA$ et $OB$. Ces deux ondes sont également polarisées dans deux autres plans perpendiculaires entre eux.

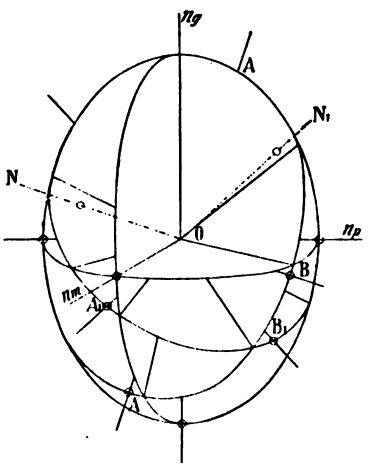


Fig. 90.

On voit donc que les deux ondes qui se propagent suivant une direction quelconque, sont toutes deux extraordinaires, puisque leurs vitesses de propagation ainsi que leurs plans de polarisation changent avec l'orientation de la direction considérée.

Si la direction de propagation normale $ON$ est située dans l'une des trois sections principales, celle $n_g n_p$ par exemple, le plan diamétral qui lui est perpendiculaire passera toujours par un des axes de l'ellipsoïde, et l'ellipse de section aura ainsi un axe constant en grandeur et en direction ($n_m$ dans le cas représenté par la fig. 91), tandis que l'autre $OB$, contenu dans la section principale considérée,

aura une longueur variable avec la position de $ON$ dans celle-ci (fig. 91).

La direction de propagation transmettra encore deux ondes avec des vitesses différentes; l'une, ordinaire, est polarisée dans le plan de la section principale qui contient sa normale et se propage avec une vitesse constante. L'autre onde, extraordinaire, se meut avec une vitesse qui varie entre deux limites, dont les valeurs sont inversement proportionnelles aux axes de la section principale considérée, elle est polarisée perpendiculairement à cette section.

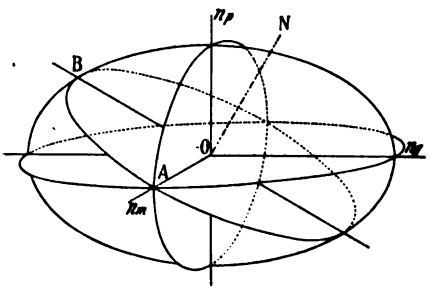


Fig. 91.

Ainsi dans chacune des sections principales, nous aurons une onde ordinaire et une onde extraordinaire; la vitesse constante de l'onde ordinaire sera selon la section principale considérée:

$$\frac{1}{n_g} = v_p, \quad \frac{1}{n_p} = v_g \quad \text{et} \quad \frac{1}{n_m} = v_m.$$

Celle de l'onde extraordinaire oscillera entre $\frac{1}{n_g} = v_p$ et $\frac{1}{n_p} = v_g$ dans la section $n_g n_p$, $\frac{1}{n_g} = v_p$ et $\frac{1}{n_m} = v_m$ dans la section $n_g n_m$ et $\frac{1}{n_m} = v_m$ et $\frac{1}{n_p} = v_g$ dans la section $n_m n_p$.

**78. Surface des vitesses normales.** La surface des vitesses normales s'obtiendra en reportant sur chaque direction $ON$, des longueurs inversement proportionnelles aux axes de l'ellipse de section normale. Elle sera à deux nappes, et symétrique par rapport à trois plans principaux qui sont également ceux de l'ellipsoïde. Son équation en coordonnées polaires est:

$$\frac{\cos^2 \lambda}{\varrho^2 - a^2} + \frac{\cos^2 \mu}{\varrho^2 - b^2} + \frac{\cos^2 \nu}{\varrho^2 - c^2} = 0.$$

Pour avoir une idée de la forme de cette surface, il suffit de rechercher ses intersections avec les trois plans principaux suivant la méthode indiquée (a. 50, p. 43) nous aurons de la sorte:

a) *Pour la section* $n_g n_p$ en reportant sur chaque direction des longueurs inversement proportionnelles aux axes des ellipses normales:

Un cercle de rayon $\frac{1}{n_m} = v_m$, et un ovale dont les axes ont pour longueurs $\frac{1}{n_g} = v_p$ et $\frac{1}{n_p} = v_g$.

Ces deux courbes se coupent en quatre points par lesquels passent les deux axes optiques $A$ et $A'$ (fig. 92). Suivant ces deux directions

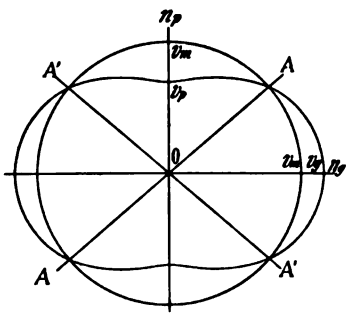



Fig. 92.

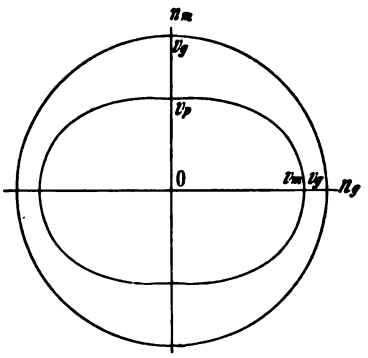



Fig. 93.

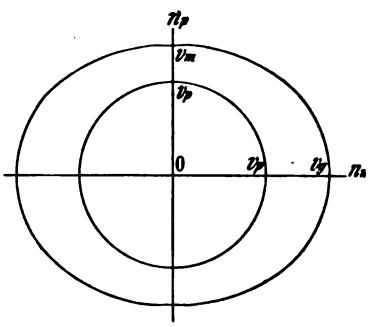



Fig. 94.

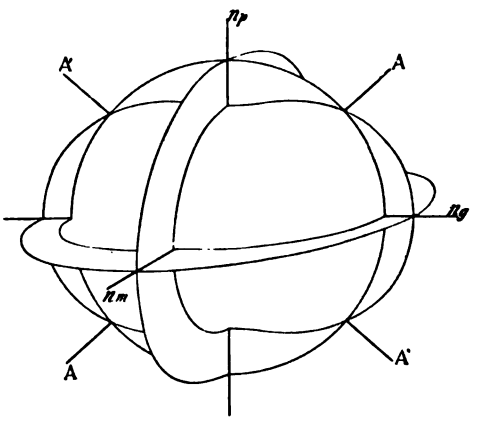



Fig. 95.

normales aux sections cycliques, la vitesse de propagation de l'onde égale à $\frac{1}{n_m} = v_m$ est indépendante de sa polarisation.

b) *Pour la section* $n_g n_m$. Les ellipses normales ont $n_p$ comme axe commun. Nous aurons donc un cercle de rayon $\frac{1}{n_p} = v_g$ et un ovale dont les axes seront $\frac{1}{n_m} = v_m$ et $\frac{1}{n_g} = v_p$ (fig. 93).

c) *Pour la section* $n_m n_p$. Les ellipses normales ont $n_g$ comme axe commun. Nous aurons également un cercle du rayon $\frac{1}{n_g} = v_p$ et un ovale dont les axes seront $\frac{1}{n_m} = v_m$ et $\frac{1}{n_p} = v_g$ (fig. 94).

Ces trois intersections nous montrent que les deux nappes de la surface des vitesses normales présenteront: la nappe interne, quatre points saillants, la nappe externe quatre ombilics correspondants; elles se rencontrent en ces quatre points par lesquels passent les axes optiques (fig. 95).

§ 3. PROPAGATION DES RAYONS LUMINEUX. SURFACE D'ONDE.

**79. Ellipsoïde direct.** L'ellipsoïde direct est également à trois axes inégaux $v_g$, $v_m$ et $v_p$ et présente aussi deux sections cycliques

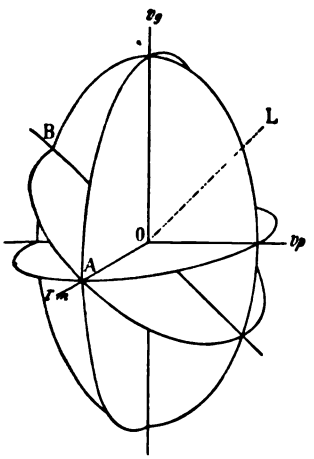



Fig. 96.

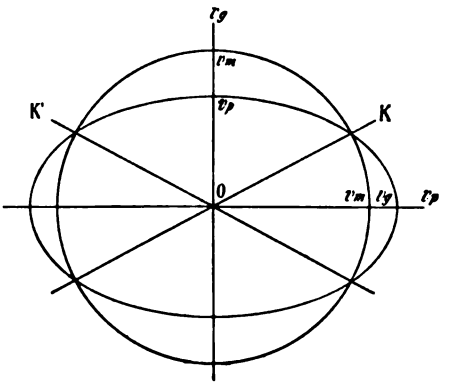



Fig. 97.

dont le rayon est $v_m$. Les deux droites contenues dans le plan $v_g v_p$, normales à ces sections, seront deux axes optiques pour les rayons lumineux; elles ne coïncident plus avec les axes optiques pour les ondes, comme c'est le cas pour les cristaux uniaxes et portent le nom d'*axes de réfraction conique interne.* Suivant une droite quelconque $OL$ pourront toujours cheminer deux rayons lumineux, dont les vitesses de propagation sont données par les deux demi-axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse de section normale qui varient d'ailleurs avec la position de $OL$ (fig. 96). (Dans cette figure $OL$ est compris dans une section principale.)

**80. Surface d'onde.** La surface d'onde s'obtiendra comme d'habitude, en reportant sur toutes les directions les vitesses des deux

rayons, qui sont proportionnelles aux longueurs des deux axes des sections elliptiques normales. Cette surface sera également à deux nappes, et sa forme pourra se déduire de celle des courbes d'intersection avec les trois plans principaux de l'ellipsoïde.

Dans le plan $v_g v_p$ nous obtiendrons, en appliquant la construction indiquée (a. 53 p. 46), un cercle de rayon $v_m$ et une ellipse dont les axes sont $v_g$ et $v_p$. Ces deux courbes se coupent nécessairement en quatre points, par lesquels passent les deux axes optiques pour les rayons lumineux $OK$ et $OK'$ (fig. 97).

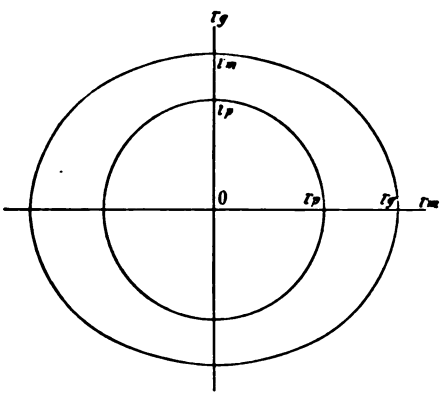



Fig. 98.

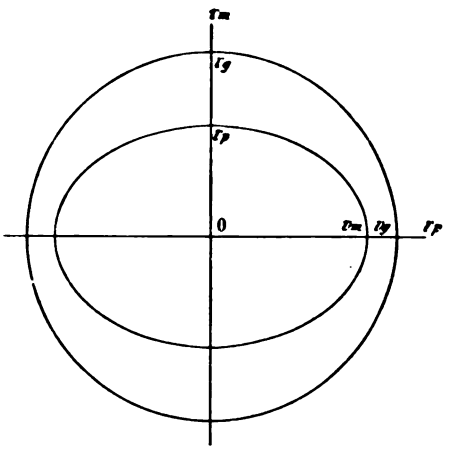



Fig. 99.

Dans le plan $v_g v_m$, nous aurons un cercle de rayon $v_p$ et une ellipse dont les axes sont $v_g$ et $v_m$. Ces deux courbes ne pourront plus se couper et seront concentriques (fig. 98).

Dans le plan $v_m v_p$, nous aurons enfin un cercle de rayon $v_g$ et une ellipse dont les axes sont respectivement $v_m$ et $v_p$ (fig. 99).

La surface d'onde passera donc par les six courbes obtenues; elle sera symétrique par rapport aux trois plans principaux de l'ellipsoïde, et les deux nappes interne et externe auront de même que pour la surface des vitesses normales, quatre points communs.

La nappe interne a une forme qui rappelle celle d'un coussin; elle possède quatre points saillants, qui entrent en contact avec les points ombilicaux correspondants de la nappe externe (fig. 100).

L'équation de cette surface en coordonnées polaires est:

$$\frac{a^2 \cos \lambda^2}{\varrho^2 - a^2} + \frac{b^2 \cos^2 \mu}{\varrho^2 - b^2} + \frac{c^2 \cos^2 \nu}{\varrho^2 - c^2} = 0,$$

elle représente, comme nous l'avons vu, l'enveloppe de la surface des vitesses normales.

**81. Relations entre la surface d'onde et celle des vitesses normales.** Les rapports entre la surface d'onde et celle des vitesses normales sont donnés par la fig. 101.[1] On voit que ces deux surfaces ont mêmes axes, ce qui résulte du fait que les deux ellipsoïdes, direct et inverse, ont leurs axes réciproques.

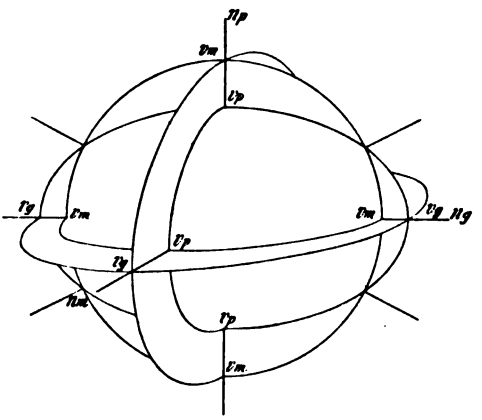


Fig. 100.

De plus, dans les trois plans principaux, les rayons ordinaires se propagent avec la même vitesse que les ondes planes, puisque les points atteints sont situés sur des cercles de rayon $\frac{1}{n_m} = v_m$, $\frac{1}{n_p} = v_g$ et $\frac{1}{n_g} = v_p$; dans ces trois plans, les rayons ordinaires seront normaux aux ondes planes.

Quant aux rayons extraordinaires, à l'exception de ceux qui sont dirigés selon les axes de la surface, ils ne coïncident pas avec la normale à leur onde plane et font avec celle-ci un angle plus ou moins grand, qui dépend de la nature du milieu cristallin, et de la direction considérée. Les courbes atteintes dans les plans principaux par les ondes planes après l'unité de temps, seront des ovales, tandis que celles atteintes par les rayons sont des ellipses. Cela résulte d'ailleurs du fait que, dans la surface des vitesses normales, l'ovale est réciproque de l'ellipse de la section principale correspondante de l'ellipsoïde inverse, tandis que dans la surface d'onde, la courbe obtenue n'est autre chose que cette ellipse elle-même.

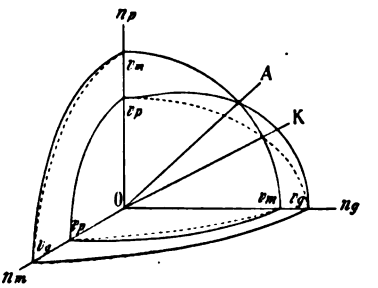



Fig. 101.

L'examen de la (fig. 101) montre enfin que, dans le plan des axes optiques, l'intersection de l'ovale avec le cercle ne coïncide pas avec celle du cercle et de l'ellipse. Les points ombilicaux de la surface

[1] Le trait pointillé montre les traces de la surface d'onde sur les trois plans principaux et le trait continu celles de la surface des vitesses normales.

des vitesses normales ne se confondent donc pas avec ceux de la surface d'onde, et par conséquent les deux droites qui, dans ces surfaces, joignent ces points ombilicaux deux à deux, ne sont pas parallèles. Les directions qui transmettent dans un cristal une seule onde plane, sont donc différentes de celles selon lesquelles peut se propager un seul rayon lumineux; toutefois l'angle formé par ces deux directions est petit, sauf dans ces certains cas exceptionnels.

## § 4. POLARISATION DES ONDES ET DES RAYONS.

**82. Théorème de Fresnel.**[1] Nous avons vu que FRESNEL admet que le plan de polarisation est perpendiculaire à la vibration; comme celle-ci est contenue dans l'onde plane, il s'ensuit que le plan de polarisation passe nécessairement par la normale $ON$ à cette onde. Mais suivant $ON$

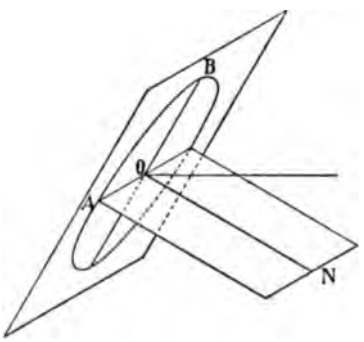



Fig. 102.

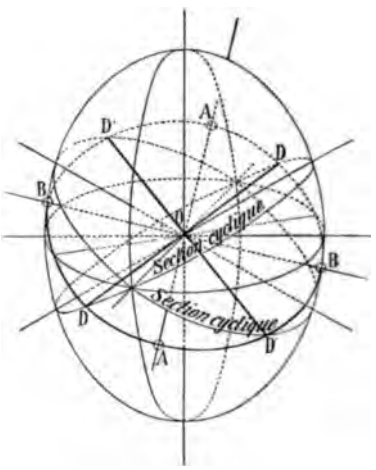



Fig. 103.

pourront se propager deux ondes, avec des vitesses différentes, inversement proportionnelles aux axes de l'ellipse de section normale, et dont les vibrations sont perpendiculaires entre elles. La droite $ON$ se trouve donc à l'intersection de deux plans perpendiculaires entre eux, et passant par les deux axes $OA$ et $OB$ de l'ellipse de section normale (fig. 102). Ces deux axes représentent donc à la fois la trace des plans de polarisation et la direction des vibrations des deux ondes transmises normalement à $ON$; le théorème suivant, dû à FRESNEL, va permettre de fixer leur position sur un plan perpendiculaire à une direction quelconque: *Les axes d'une section elliptique découpée dans l'ellipsoïde inverse par un plan diamétral quelconque, sont les bissectrices des*

[1] FRESNEL, Œuvres.

*angles formés par les projections des deux axes optiques sur le plan considéré.*

On sait en effet que les axes $OA$ et $OB$ d'une ellipse, bissèquent les angles formés par deux diamètres égaux quelconques $OD$ et $OD'$ qui seront toujours fournis, dans le cas qui nous occupe, par les intersections des deux sections cycliques avec le plan diamétral considéré $AB$ (fig. 103). Comme les deux axes optiques perpendiculaires aux sections cycliques se projettent suivant une normale à ces intersections, il en résulte que les axes de l'ellipse de section découpée dans l'ellipsoïde par le plan diamétral, seront évidemment les bissectrices des angles des projections des axes optiques sur ce plan. On voit en outre que si l'on mène deux plans par les axes optiques et la normale, les plans de polarisation des ondes bissèquent nécessairement les deux dièdres ainsi formés.

Un raisonnement fort simple montre encore que le plus grand axe de l'ellipse de section, c'est-à-dire la vibration qui se propage le moins vite, est la bissectrice de la projection de l'angle aigu des axes optiques sur le plan diamétral si le cristal est positif, et de l'angle obtus s'il est négatif.

**83. Polarisation des rayons.** Pour passer maintenant des ondes aux rayons, il faut tout d'abord démontrer que le rayon lumineux, la vibration, et la normale à l'onde polarisée, sont situés dans un même plan. En effet, la vibration $OV$ étant perpendiculaire au plan de polarisation, le rayon lumineux $OL$, contenu dans le plan de vibration[1], sera nécessairement situé dans un plan perpendiculaire au plan de polarisation, c'est-à-dire dans celui qui contient la vibration $OV$ et la normale à l'onde $ON$ (fig. 104).

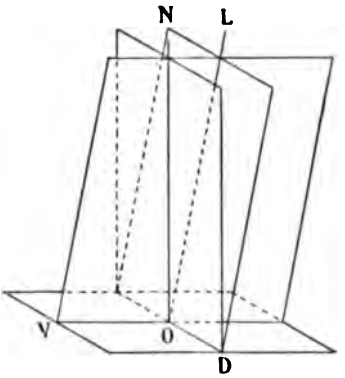


Fig. 104.

On appelle plan de polarisation des rayons lumineux, celui qui contient le rayon lumineux $OL$ et la normale $OD$ à la vibration $OV$; ce plan n'est point perpendiculaire sur la vibration $OV$ elle-même. Cette normale $OD$ est généralement désignée sous le nom *direction de polarisation* (Lichtvektor de Neumann).

Le théorème de Fresnel appliqué à l'ellipsoïde direct, permettra d'obtenir par les bissectrices des angles de la projection des axes de réfraction conique interne sur un plan diamétral quelconque, les traces

[1] D'après l'une des hypothèses de Fresnel.

des directions de polarisation $OD$ et $OD'$ des rayons lumineux qui peuvent se propager suivant une même droite $OL$ avec des vitesses différentes. Les deux plans passant par ces traces et par $OL$, sont les plans de polarisation ou de vibration des deux rayons.

Si l'on voulait obtenir les plans de polarisation des deux ondes correspondantes, il faudrait construire, pour chaque direction de polarisation $OD$ et $OD'$, un plan normal à chaque vibration $OV$ et $OV'$, ces deux plans contiendraient alors les normales $ON$ et $ON'$ aux ondes planes. Les vibrations ne sont en général pas perpendiculaires au rayon $OL$, et ne peuvent faire entre elles un angle droit.

Si la direction de propagation est située dans une section principale de l'ellipsoïde, on sait que celle-ci transmet alors un rayon ordinaire et un extraordinaire. Comme l'onde plane du rayon ordinaire est perpendiculaire dans ce cas à la direction de propagation, le plan de polarisation du rayon se confond alors avec celui de l'onde.

Les considérations qui précèdent nous conduisent à un procédé très simple pour trouver la direction de la vibration d'un rayon qui aboutit à un point quelconque de la surface de l'onde. Cette vibration sera évidemment située dans le plan tangent à la surface au point considéré, plan tangent qui n'est autre chose que l'onde plane. En outre le rayon, la normale à l'onde et la vibration lumineuse étant situés dans le même plan, la direction de la vibration sur l'onde plane sera celle de la projection du rayon sur celle-ci.

## § 5. AXES OPTIQUES ET AXES DE RÉFRACTION CONIQUE.

**84. Relation entre les angles des axes optiques et de réfraction conique.** Nous allons maintenant chercher la relation qui lie l'angle des axes optiques avec les indices principaux, comme aussi celle qui lie l'angle des axes de réfraction conique interne avec les vitesses principales. Ces axes étant respectivement perpendiculaires aux sections cycliques des ellipsoïdes inverse et direct, et de plus compris dans les plans $n_g\ n_p$ ou $v_p\ v_g$; il faudra pour résoudre le problème, chercher l'angle compris entre la normale à l'une des sections et l'un des axes $n_p = \frac{1}{v_g}$ ou $n_g = \frac{1}{v_p}$. Il suffit pour cela de faire un changement d'axes de coordonnées par rotation autour de l'axe des $y$. L'équation de l'ellipsoïde inverse étant:

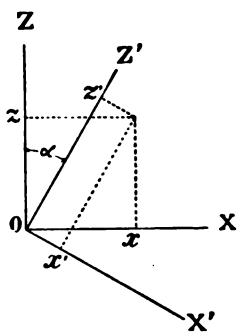


Fig. 105.

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1$$

et d'autre part (fig. 105):

$$z = z' \cos\alpha - x' \sin\alpha \quad \text{et} \quad x = z' \sin\alpha + x' \cos\alpha;$$

les formules de transformation qui permettent de passer du système d'axes rectangulaires $X$, $Y$, $Z$ au système $X'$, $Y'$, $Z'$ donneront

$$x'^2(a^2 \cos^2\alpha + c^2 \sin^2\alpha) + b^2 y^2 + z'^2(a^2 \sin^2\alpha + c^2 \cos^2\alpha) + x'z'(a^2 - c^2)\sin 2\alpha = 1.$$

Posant $z' = 0$, nous aurons alors

$$x'^2(a^2 \cos^2\alpha + c^2 \sin^2\alpha) + b^2 y^2 = 1,$$

équation de la nouvelle ellipse découpée dans l'ellipsoïde par un plan normal à $Z'$, faisant avec $Z$ un angle $\alpha$.

Si maintenant $b^2 = a^2 \cos^2\alpha + c^2 \sin^2\alpha$, cette section deviendra cyclique.

Comme $a$, $b$ et $c$ désignent respectivement dans l'ellipsoïde inverse les trois vitesses principales $v_g$, $v_m$, $v_p$; on tirera de l'équation qui précède

$$\sin^2\alpha = \frac{v_g^2 - v_m^2}{v_g^2 - v_p^2}, \quad \cos^2\alpha = \frac{v_m^2 - v_p^2}{v_g^2 - v_p^2} \quad \text{et} \quad \operatorname{tang}^2\alpha = \frac{v_g^2 - v_m^2}{v_m^2 - v_p^2}$$

ou si nous remplaçons $v_g$, $v_m$ et $v_p$ par leurs valeurs $\frac{1}{n_p}$, $\frac{1}{n_m}$, $\frac{1}{n_g}$, nous aurons:

$$(1) \quad \sin^2\alpha = \frac{n_m^2 - n_p^2}{n_g^2 - n_p^2} \cdot \frac{n_g^2}{n_m^2} \qquad (2) \quad \cos^2\alpha = \frac{n_g^2 - n_m^2}{n_g^2 - n_p^2} \cdot \frac{n_p^2}{n_m^2}$$

et

$$(3) \quad \operatorname{tang}^2\alpha = \frac{n_m^2 - n_p^2}{n_g^2 - n_m^2} \cdot \frac{n_g^2}{n_p^2}.$$

Cet angle $\alpha$ ainsi défini, représente celui des axes optiques avec l'axe $Z$, lequel coïncide par définition avec $n_g$. Désignant par $V$ l'angle que fait l'un de ces axes avec la bissectrice aiguë nous aurons:

$$\operatorname{tang} V = \frac{n_g}{n_p} \sqrt{\frac{n_m^2 - n_p^2}{n_g^2 - n_m^2}}$$

pour un cristal positif et

$$\operatorname{tang} V = \frac{n_p}{n_g} \sqrt{\frac{n_g^2 - n_m^2}{n_m^2 - n_p^2}}$$

pour un cristal négatif.

Si maintenant nous passons aux axes de réfraction conique, l'angle $\beta$ compris entre l'un d'eux et l'axe $Z$ s'obtiendra aisément en remplaçant dans les équations $a$, $b$, $c$ par $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ et $\frac{1}{c}$ ou par $n_p$, $n_m$ et $n_g$, puis $\alpha$ par $\beta$, nous aurons:

$$\sin^2\beta = \frac{n_m^2 - n_p^2}{n_g^2 - n_p^2}, \quad \cos^2\beta = \frac{n_g^2 - n_m^2}{n_g^2 - n_p^2} \quad \text{et} \quad \tang^2\beta = \frac{n_m^2 - n_p^2}{n_g^2 - n_m^2}.$$

En comparant les quantités $\tang\alpha$ et $\tang\beta$, nous aurons enfin:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}\,\beta \frac{n_g}{n_p},$$

relation qui permet aisément de calculer l'angle des axes optiques ou cèlui de réfraction conique interne, si l'un des deux est connu.

Comme $n_p < n_g$, $\alpha$ sera toujours supérieur à $\beta$, en outre $\alpha$ et $\beta$ étant comptés à partir de la direction $n_g$, celle-ci sera bissectrice de l'angle aigu $\beta$ si $n_m^2 - n_p^2 < n_g^2 - n_m^2$ et bissectrice obtuse dans le cas contraire. Les formules donnant l'angle des axes peuvent être simplifiées considérablement si l'on remarque avec MALLARD [1] que

$$\frac{n_g^2 - n_m^2}{n_g^2 - n_p^2} \cdot \frac{n_p^2}{n_m^2}$$

est sensiblement égal

$$\frac{n_g - n_m}{n_g - n_p}$$

vu les différences relativement faibles entre $n_g$, $n_m$, $n_p$, qui permettent cette approximation, les formules (1), (2) et (3) deviendront:

$$\sin^2\alpha = \frac{n_m - n_p}{n_g - n_p} \qquad \cos^2\alpha = \frac{n_g - n_m}{n_g - n_p}$$

$$\tang^2\alpha = \frac{n_m - n_p}{n_g - n_m}.$$

L'angle compris entre l'un des axes optiques et la bissectrice aiguë, sera alors si le cristal est positif:

$$\tang V = \sqrt{\frac{n_m - n_p}{n_g - n_m}}$$

et

$$\tang V = \sqrt{\frac{n_g - n_m}{n_m - n_p}}$$

si le cristal est négatif.

Le tableau suivant, met en évidence la différence qui existe entre l'angle $V_o$ des axes optiques et celui $V_c$ de réfraction coniqne, on peut remarquer que l'écart entre les deux valeurs est généralement petit, mais peut atteindre plusieurs degrés chez des corps comme le soufre ou le sphène, dont les indices de réfraction très élevés présentent en outre entre eux un écart très grand.

[1] E. MALLARD, Traité de cristallographie 2. 1884, 116.

| | | Signe optique | $n_g$ | $n_m$ | $n_p$ | $2V_o$ | $2V_c$ | Différence $2(V_o - V_c)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anhydrite | 1 | + | 1.61300 | 1 57518 | 1.56933 | 43° 45′ | 42° 40′,7 | 1° 4′,3 |
| Anglésite | 2 | + | 1.89365 | 1.88226 | 1.87709 | 68° 16′,7 | 67° 48′,7 | 0° 28′ |
| Aragonite | 3 | — | 1.68589 | 1.68157 | 1.53013 | 17° 49′,7 | 19° 36′,7 | 1° 47′ |
| Barytine | 1 | + | 1.64815 | 1.63726 | 1.63608 | 36° 39′,3 | 36° 24′,3 | 0° 15′ |
| Céruse | 4 | — | 2.07803 | 2.07628 | 1.80368 | 8° 13′,9 | 9° 28′,7 | 0° 14′,8 |
| Diopside | 5 | + | 1.7026 | 1.6798 | 1.6727 | 58° 58′,8 | 58° 6′,8 | 0° 52′ |
| Gypse | 6 | + | 1.52962 | 1.52260 | 1.52046 | 56° 52′,7 | 56° 35′,3 | 0° 17′,4 |
| Olivine | 5 | + | 1.697 | 1.678 | 1.661 | 87° 46′ | 86° 32′,2 | 1° 13′,8 |
| Orthose | 7 | — | 1.52497 | 1.52486 | 1.52027 | 17° 17′,3 | 17° 29′,3 | 0° 12′ |
| Soufre | 4 | + | 2.24052 | 2.03832 | 1.95047 | 72° 20′,2 | 64° 56′,8 | 7° 23′,4 |
| Sphène | 8 | + | 2.0093 | 1.8904 | 1.8879 | 33° 56′,2 | 16° 14′,3 | 17° 41′,9 |
| Acide tartrique | 9 | + | 1.6051 | 1.5345 | 1.4948 | 76° 56′,4 | 73° — | 3° 56′,4 |

[1] Mülheims. [2] Arzruni. [3] Rudberg. [4] Schrauf. [5] Des Cloizeaux. [6] Dufet. [7] Offret. [8] Busz. [9] Kohlrausch.

## § 6. RÉFRACTION ET CONSTRUCTION D'HUYGENS.

**85. Cas général.** La surface d'onde étant formée de deux nappes qui ne sont ni l'une ni l'autre sphériques, il est évident qu'un rayon incident donnera toujours deux rayons réfractés, polarisés rectilignement, et dont les vibrations sont toutes deux extraordinaires et à peu près perpendiculaires l'une sur l'autre. Ces deux rayons ne seront pas situés dans le plan d'incidence, car les points de contact entre les plans tangents et la surface de l'onde seront en général en dehors de ce plan.

**86. Cas particuliers.** Si le rayon est normal à la surface de séparation, les deux points de contact ne sont en général pas situés sur la normale, et les deux rayons réfractés s'écartent de celle-ci. Dans tous les cas, la direction des vibrations transmises par les rayons est celle de la projection de ces rayons sur le plan tangent mené au point où ils rencontrent la surface d'onde.

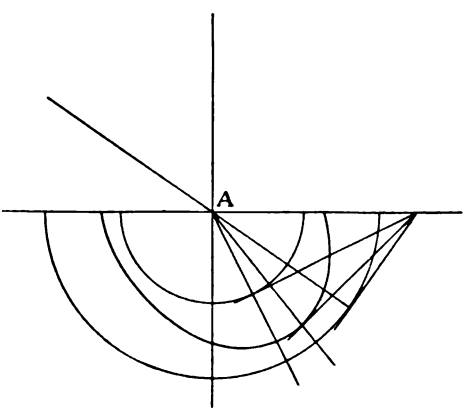


Fig. 106.

Lorsque le plan d'incidence coïncide avec l'une des sections principales, les deux rayons restent dans ce plan, et de plus l'un

d'eux devient ordinaire (fig. 106) puisque les points atteints dans ce plan au bout de l'unité de temps sont situés sur un cercle dont le rayon sera selon les cas: $v_g = \frac{1}{n_p}$, $v_m = \frac{1}{n_m}$ ou $v_p = \frac{1}{n_g}$. Les trois sections principales fournissent donc les trois indices principaux. Quant au rayon extraordinaire, sa vitesse change avec la direction du rayon incident et avec la section principale considérée. Lorsqu'il se propage parallèlement à l'un des axes de l'ellipsoïde, les ondes planes étant dans ce cas particulier normales aux rayons, il aura l'une des trois vitesses $\frac{1}{v_g} = n_p$, $\frac{1}{v_p} = n_g$ et $\frac{1}{v_m} = n_m$, et nous aurons alors pour les rayons extraordinaires trois indices, qui auront les mêmes valeurs que ceux des ordinaires.

**87. Réfraction conique interne.**[1] Lorsque le plan d'incidence coïncide avec la section principale $v_g v_p$, son intersection avec la surface d'onde sera un cercle et une ellipse, qui se coupent comme nous l'avons vu en quatre points.

De la droite $B$ perpendiculaire au plan d'incidence (fig. 107), nous pourrons généralement mener à la surface deux plans tangents distincts, dont les points de contact sont sur le cercle et sur l'ellipse. Il y aura également dans ce plan deux rayons réfractés distincts. Cependant, pour une certaine position du rayon incident $SA$, la droite $B$ aura une position telle que le plan tangent mené touchera simultanément le cercle et l'ellipse dans le plan d'incidence, aux points $P$ et $R$, et la surface d'onde elle-même suivant un cercle de diamètre $PR$ passant par ces deux points, et dont le plan est perpendiculaire à celui de la figure. Comme d'après la construction d'Huygens, à chaque point de contact du plan tangent et de la surface d'onde correspond toujours un rayon réfracté, nous aurons donc une infinité de rayons formant un cône creux ayant $A$ pour sommet et le cercle $PR$ pour base. Ce phénomène curieux porte le nom de réfraction conique interne. Comme le rayon $AP$ joint le centre d'un cercle

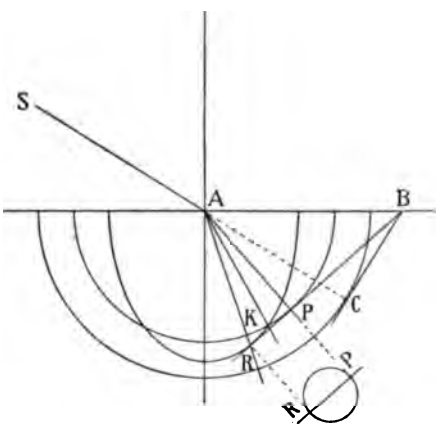


Fig. 107.

[1] Hamilton, Trans. Irish Acad. 17. 1837. 134. Lloyd, id. 145.

avec le point où il est rencontré par le plan tangent $BPR$, il est évident que l'onde $RP$ lui est perpendiculaire. Tous les rayons situés sur le manteau du cône ont la même onde plane $RP$, mais sont polarisés dans des plans différents. On peut trouver la direction de vibration de tous ces rayons en les projetant sur leur onde commune. Ces projections forment un système de droites qui se coupent toutes au point $P$, qui est la projection d'un rayon normal à l'onde (fig. 108). Si l'on construit des plans perpendiculaires à ces vibrations, ils passeront tous par le rayon lumineux $OA$ normal à l'onde, on a ainsi les plans de polarisation de l'onde pour tous les rayons transmis. Tous ces plans de polarisation de l'onde commune se coupent selon $AP$, qui sera donc une direction capable de transmettre une onde quelle que soit sa polarisation, c'est-à-dire un axe optique.

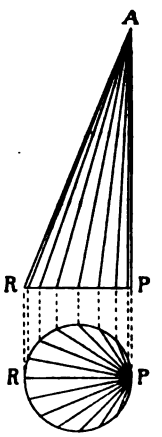


Fig. 108.

Il résulte pratiquement de la réfraction conique interne, que le cône creux de rayons qui se forme dans une lame cristalline par suite de ce phénomène, donnera naissance à la sortie de celle-ci à un cylindre creux de rayons lumineux (fig. 109), si les faces de la lame sont parallèles.

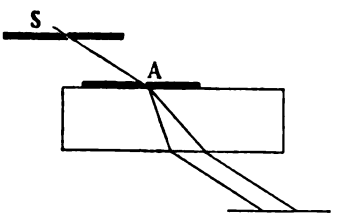


Fig. 109.

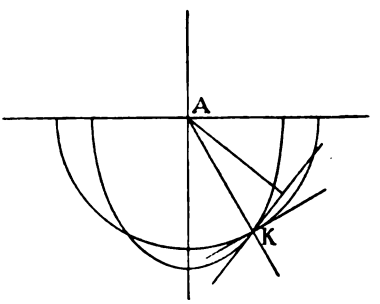


Fig. 110.

**88. Réfraction conique externe**[1]. Considérons maintenant un rayon qui se propage selon la direction de l'axe de réfraction conique interne $AK$ (fig. 110). $A$ celui-ci correspondent une infinité d'ondes planes diversement orientées, et polarisées également dans des plans différents. Le point ombilical par lequel passe l'axe de réfraction conique, admet en effet une infinité de plans tangents, et si l'on abaisse du centre de la surface d'onde des perpendiculaires sur chacun d'eux, on obtient de la sorte un cône formé par les normales à ces ondes planes.

[1] F. E. Neumann, Pogg. Ann. 33. 1834, 257.

La projection sur chacune de ces ondes, du rayon $AK$ correspondant, définit la direction de la vibration, et le plan passant par la normale à l'onde et la perpendiculaire à la vibration sera le plan de polarisation.

Appliquons maintenant la construction d'Huygens pour examiner ce qui se passe à l'émergence. Comme à l'axe de réfraction conique correspond une infinité d'ondes planes diversement orientées, leur intersection avec le plan réfringent fournit une infinité de droites ayant des positions et des orientations différentes. Par chacune d'elles il faudra mener un plan tangent à la surface d'onde sphérique du deuxième milieu supposé isotrope, et les points de contact seront situés sur un cercle. On aura ainsi un cône creux de rayons émergents à l'extérieur du cristal (fig. 111).

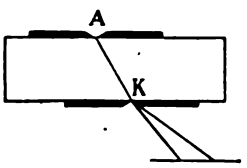


Fig. 111.

## § 7. RÉFRACTION DANS LES PRISMES.[1]

**89. Prisme d'orientation quelconque.** Si l'on fait pénétrer dans un prisme d'orientation quelconque un rayon lumineux, on obtiendra toujours deux rayons réfractés, qui seront tous deux extraordinaires, et ne restent ni l'un ni l'autre dans le plan d'incidence. Le raisonnement fait à propos du rayon extraordinaire des cristaux uniaxes s'applique ici également aux deux rayons réfractés. A l'émergence, ces rayons se propagent dans l'air parallèlement au plan d'incidence. Les formules indiquées précédemment (a. 67, p. 59) s'appliquent également ici, et nous montrent que l'on pourrait, le cas échéant, évaluer les trois indices principaux par la détermination d'un nombre suffisant de points de la surface des vitesses normales. Ces points s'obtiendront en tirant des formules données l'expression de $V$, qui est celle de la vitesse de propagation de l'onde qui chemine normalement à une droite faisant dans l'intérieur du prisme un angle $r$ avec la normale à la face d'incidence

$$\sin i = \frac{1}{V} \sin r.$$

Cette vitesse s'obtiendra pour différentes directions en faisant varier l'angle d'incidence $i$, et en mesurant la déviation $D$ qu'éprouve chacun des deux rayons réfractés.

**90. Prismes d'orientation déterminée.** Il est évident que le problème se simplifie considérablement si l'arête du prisme est parallèle à un

[1] Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. I. 1886. 23. Physikalische Krystallographie. Leipzig 1891. 376.

axe principal de l'ellipsoïde, ou encore si l'un des plans d'élasticité principaux bissèque l'angle réfringent.

a) *L'arête du dièdre est parallèle à un axe principal de l'ellipsoïde.* Le plan d'incidence est alors parallèle à une section principale, l'un des rayons devient ordinaire et se propage avec une vitesse constante, qui sera selon les cas $v_g$, $v_m$ ou $v_p$. La vitesse du rayon ordinaire est toujours celle représentée par l'axe de l'ellipsoïde parallèle à l'arête réfringente. De plus ce rayon est polarisé, comme l'on sait, dans le plan principal qui contient la direction de propagation, ce sera donc le plan d'incidence; le rayon vibre lui-même parallèlement à l'arête du prisme, considération qui permettra de distinguer le rayon ordinaire de l'extraordinaire, qui lui, vibre dans le plan d'incidence.

A la déviation minima, nous aurons pour le rayon ordinaire:

$$n = \frac{\sin \frac{D + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

et la valeur de $n$ sera, selon l'orientation du prisme, égale à $n_g$, $n_p$ ou $n_m$.

En faisant varier l'angle d'incidence, le rayon extraordinaire pourra également passer par un minimum de déviation lorsque l'onde plane est parallèle au plan bissecteur $AA'$ (fig. 112), mais comme le point de contact n'est pas à l'intersection de la surface d'onde et d'un axe principal, la déviation minima obtenue ne correspondra pas à celle d'un rayon extraordinaire ayant une des trois vitesses principales.

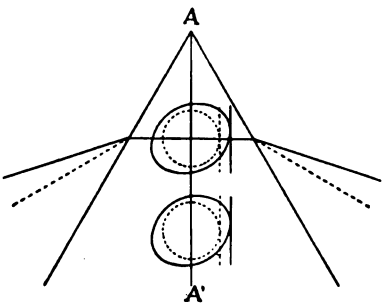


Fig. 112.

On voit donc en résumé, que les trois indices principaux seront obtenus par la déviation minima du rayon ordinaire, au moyen de trois prismes différents, dont l'arête réfringente est respectivement parallèle aux trois axes $v_g$, $v_m$ et $v_p$ de l'ellipsoïde direct. Le rayon ordinaire se distinguera de l'extraordinaire par l'orientation de son plan de polarisation, qui coïncide toujours avec le plan normal à l'arête réfringente du prisme.

b) *L'angle réfringent est bisséqué par un plan principal.* Les indices définis par la déviation minima des rayons ordinaire et extra-

ordinaire sont tous deux principaux, car les ondes planes transmises dans ce cas étant alors parallèles (fig. 113) à une section principale sont tangentes à la surface d'onde aux points où elle est rencontrée par l'axe principal perpendiculaire au plan $AA'$. Ces deux ondes, normales aux rayons lumineux correspondants, se propagent alors avec des vitesses mesurées par les segments $oa$ et $ob$, qui représentent selon les cas $v_p v_m$, $v_m v_g$ ou $v_g v_p$.

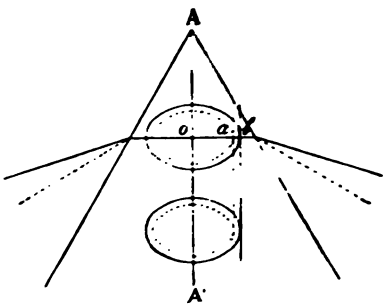


Fig. 113.

Deux prismes différents taillés de la façon qui vient d'être indiquée, fournissent donc les trois indices principaux; la valeur de l'un d'eux se retrouvera sur les deux prismes.

**91. Incidence normale.** Le raisonnement développé à propos des cristaux uniaxes (a. 69, p. 62) s'applique ici entièrement, lorsque le rayon incident pénètre dans un prisme normalement à une face qui est parallèle à un plan principal de l'ellipsoïde. Deux ondes planes tangentes aux surfaces d'onde aux points rencontrés par le rayon incident, se transmettent normalement à celui-ci avec des vitesses différentes, qui correspondent toujours à deux des trois vitesses principales, car le rayon lumineux se propage dans la direction d'un axe de symétrie optique. Les indices qui satisfont à la condition:

$$n = \frac{\sin(A + D)}{\sin A}$$

seront toujours principaux, et les trois indices seront déterminés au moyen de deux prismes, dont l'une des faces doit être parallèle à l'un ou à l'autre des plans principaux de l'ellipsoïde.

## § 8. RÉFLEXION TOTALE.[1]

**92. Section d'orientation quelconque.** Les rayons incidents qui peuvent subir le phénomène de la réflexion totale, sont limités, dans le cas d'une section quelconque, par deux cônes dont les génératrices font avec la normale des angles $\theta$ qui varient avec l'orientation du plan d'incidence.

[1] Ch. Soret, Compt. rend. Acad. sc. Paris 1888. 106, 176, 479. Arch. Sc. phys. et nat. 20. 1888. 263. Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. 2. 1885. 198; 2. 1886. 49, 58. Physikalische Krystallographie. Leipzig 1891. 404. Lavenir, Bul. Soc. Miner. de Fr. 14. 1891. 100.

Nous avons vu (a. 71, p. 62) à propos de la réflexion totale des rayons extraordinaires des cristaux uniaxes, que l'équation:

$$n_1 \sin\theta = n_2 = \frac{1}{V}$$

exprime, à l'aide de $\theta$, la vitesse de déplacement $V$ de la trace de l'onde plane dans le plan réfringent. Le vecteur $AB$ (fig. 114) est proportionnel à $V$, et trace comme on l'a vu, la podaire de l'intersection de la surface d'onde avec le plan réfringent.

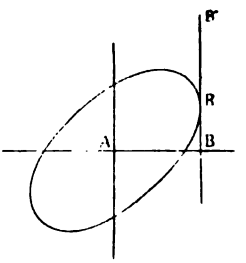


Fig. 114.

L'intersection de la surface d'onde avec le plan de séparation fournira deux courbes convexes, lorsque la section ne passe pas dans le voisinage des ombilics; dans les cas contraire, l'une des courbes seulement est convexe, c'est l'intersection fournie par la nappe interne; l'autre offre évidemment deux points d'inflexion, qui se confondent pour devenir un point double pour les deux courbes, lorsque le plan passe au point ombilical.

La surface d'onde étant centrée, ces courbes qui sont du quatrième degré, le sont également, et chacune d'elles présente deux valeurs maxima et minima par lesquelles passe le rayon vecteur $\varrho$ qui joint leur centre avec un point quelconque. Ces quatre valeurs de $\varrho$ sont (fig. 115) celles maxima et minima que peuvent prendre les vitesses de propagation des rayons qui cheminent dans le plan de la lame. La plus grande et la plus petite de ces quatre valeurs, ainsi que l'une des deux moyennes sont des vitesses de propagation principales, comme il est facile de s'en convaincre par le raisonnement suivant:

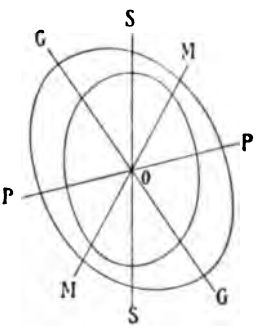


Fig. 115.

Une section faite dans la surface de l'onde par un plan diamétral quelconque, rencontrera toujours dans les trois plans principaux, des cercles de rayon $v_g$, $v_m$ et $v_p$, et les droites $OG$, $OM$, $OP$, qui, dans le plan de la section, joignent avec le centre de la surface d'onde les trois points d'intersection de ces cercles, seront les vitesses principales. Par conséquent, deux d'entre elles correspondent aux maxima et minima de l'une ou de l'autre des deux courbes d'intersection découpées dans la surface d'onde par le plan de la plaque. Remarquons également que les maxima et minima des deux courbes d'intersection que fournirait

une section de même orientation avec les autres surfaces à deux nappes, seraient situés sur les mêmes droites, car les cercles de rayon $v_g$, $v_m$ et $v_p$ des trois plans principaux, se retrouvent dans ces surfaces avec les mêmes rayons, ou avec des rayons réciproques $\frac{1}{v_g}$, $\frac{1}{v_m}$ et $\frac{1}{v_p}$.

Suivant les trois directions considérées, les rayons lumineux et les normales aux ondes planes se confondent, et celles-ci se transmettent avec la même vitesse que les rayons.

Une autre méthode de raisonnement peut également conduire au même résultat. Soit (Fig. 116) $v_g$, $v_m$ et $v_p$ les projections stéréographiques des axes de l'ellipsoïde direct sur le plan réfringent, et $O$ celle de la normale à ce dernier. Les vitesses des rayons lumineux qui se propagent dans une direction quelconque $OD$ du plan, sont données par les axes des sections elliptiques faites dans l'ellipsoïde par un plan diamétral tel que $RR'$ normal à la direction donnée. Il est évident que pour chacune des trois directions $OM$, $OG$ et $OP$, le plan normal contiendra un des axes principaux de l'ellipsoïde, ces directions seront celles des maxima e minima des courbes d'intersection du plan réfringent avec n'importe laquelle des surfaces à deux nappes.

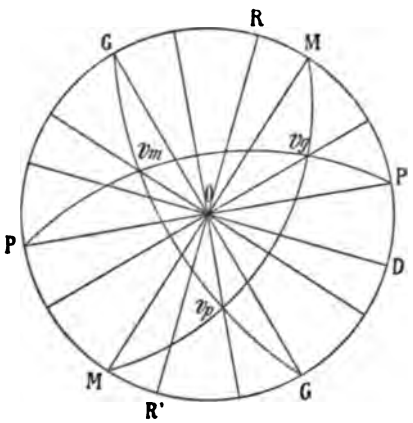


Fig. 116.

Parmi les quatre valeurs maxima, l'une est donc égale à $v_g = \frac{1}{n_p}$, l'autre à $v_p = \frac{1}{n_g}$, la troisième à $v_m = \frac{1}{n_m}$; quant à la quatrième, elle ne peut évidemment correspondre à une vitesse principale et sera $v_\nu = \frac{1}{n_\nu}$, elle est fournie par une ellipse dont les axes sont respectivement parallèle et perpendiculaire au plan de la lame. La direction perpendiculaire à cette section diamétrale, correspond à un maximum ou minimum de la courbe d'intersection (où la tangente est perpendiculaire au rayon vecteur), car la normale à la surface d'onde se projette, ainsi que nous allons le voir, sur son prolongement. Chacun des points de la surface d'onde peut être considéré comme obtenu par le rabattement des axes des ellipses des sections diamétrales sur leur normale, et si nous envisageons la normale à l'ellipsoïde au point où il est rencontré par un de ces axes,

celle-ci est entraînée dans la rotation et devient par le rabattement, une normale à la surface d'onde. Si nous appliquons ce résultat au cas qui nous occupe, nous voyons que le rayon, normal à la section elliptique dont l'un des axes est perpendiculaire au plan réfringent, fournit l'indice intermédiaire $n_\nu$, car si on rabat sur celui-ci l'axe vertical de l'ellipse, la normale à l'ellipsoïde qui deviendra celle à la surface d'onde, se projette sur la direction de propagation, puisqu'elle est contenue dans un plan passant par celle-ci et la normale à la lame.

Les podaires passent par des maxima ou minima suivant les mêmes directions que les courbes d'intersection, car suivant celles-ci les rayons transmis sont normaux aux ondes planes ou à leur trace, et le point $B$ de la podaire se confond avec celui $R$ de la surface d'onde (Fig. 114).

Les angles $\theta$ que font les génératrices des deux cônes avec la normale à la section, passent par des maxima et minima en même temps que le rayon vecteur $\varrho$ des courbes d'intersection de la lame avec la surface d'onde. Les quatre valeurs $\theta_g$, $\theta_m$, $\theta_p$ et $\theta_\nu$ définissent d'après l'équation

$$n_1 \sin\theta = n_2$$

quatre indices de réfraction, dont trois sont les indices principaux $n_g$, $n_m$ et $n_p$ et le quatrième $n_\nu$ possède une valeur intermédiaire entre $n_g$ et $n_p$, supérieure ou inférieure à $n_m$, dont le calcul sera d'ailleurs aisé à faire.

Soit en effet $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ les angles de la normale à la section avec les trois axes $x$, $y$ et $z$ de l'ellipsoïde. L'équation de celui-ci est:

$$\frac{x^2}{v_p^2} + \frac{y^2}{v_m^2} + \frac{z^2}{v_g^2} = 1$$

et nous avons:

$$x = \varrho \cos\alpha \qquad y = \varrho \cos\beta \qquad z = \varrho \cos\gamma .$$

Mais $\varrho = v_\nu$; remplaçant dans l'équation ci-dessus, nous aurons:

$$\frac{\cos^2\alpha}{v_p^2} + \frac{\cos^2\beta}{v_m^2} + \frac{\cos^2\gamma}{v_g^2} = \frac{1}{v_\nu^2} = n_\nu^2 .$$

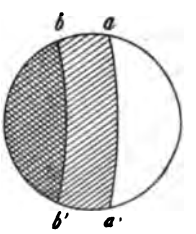


Fig. 117.

La théorie exposée s'applique également au cas où le plan réfringent passe dans le voisinage des points ombilicaux.

Si l'on observe à l'aide d'une lunette convenablement disposée les rayons réfléchis par une plaque orientée d'une manière quelconque, le champ sera divisé en trois parties inégalement éclairées, et si l'on tourne la plaque dans son propre plan, on verra les deux limites se déplacer simultanément, et chacune d'elles osciller pour une rotation

de $2\pi$ entre deux positions extrêmes qui correspondent aux maxima et minima de $\theta$ (fig. 117).

**93. Section voisine du point ombilical.** Si la section passe dans le voisinage du point ombilical le phénomène se complique alors, et les limites qui séparent les trois parties éclairées du champ présentent la disposition indiquée (fig. 118). Celle-ci est due au fait que l'intersection de la face réfringente avec la surface d'onde donne une

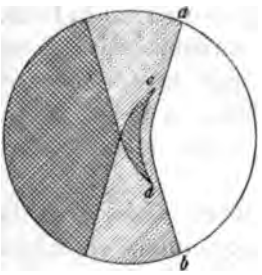


Fig. 118.

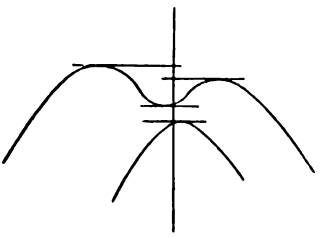


Fig. 119.

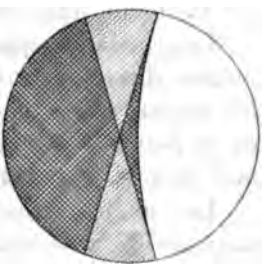


Fig. 120.

courbe convexe, et une autre à deux points d'inflexion (fig. 119). Il y aura quatre valeurs différentes $\theta_1$, $\theta_2$, $\theta_3$ et $\theta_4$ de l'angle d'incidence pour lesquelles le phénomène de réflexion totale pourra se produire. D'autres rayons incidents faisant avec les normales des angles compris entre $\theta_1$ et $\theta_2$ ou $\theta_2$ et $\theta_3$ etc. fournissent des rayons réfractés selon que le point de contact avec la surface d'onde se trouve au dessous ou au dessus du plan réfringent. Il en résulte par conséquent la disposition indiquée (Fig. 118). Si la section passe par le sommet du point ombilical, la limite $ab$ se confond avec celle $cd$ du croissant, et le champ de la lunette présentera l'aspect que montre la (fig. 120).

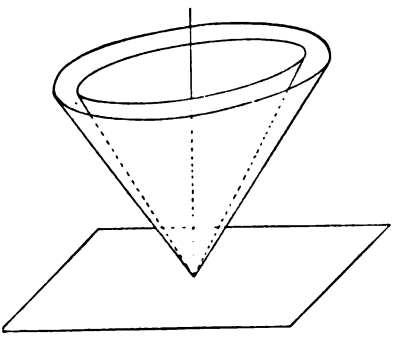


Fig. 121.

**94. Sections d'orientation déterminée.** *Section parallèle à un plan principal*: L'intersection de la surface d'onde avec le plan réfringent donne toujours un cercle de rayon $v_g$, $v_m$ ou $v_p$, et une ellipse dont les deux axes sont égaux à deux des vitesses principales. Les rayons totalement réfléchis sont limités par deux cônes; l'un d'entre eux est circulaire, et sa génératrice fait avec la normale à la section un angle $\theta_0$ (fig. 121). L'indice $n_0$ de réfraction qui répond à la condition:

$$n_1 \sin \theta_0 = n_0$$

sera: $n_g$, $n_m$ ou $n_p$, selon que celle-ci est normale à $n_g$, $n_m$ ou $n_p$.

Les génératrices du second cône font avec la normale des angles $\theta$ variables, dont les maxima et minima définissent deux des indices principaux.

Une section paralléle à un plan de symétrie, fournit en résumé les trois indices principaux, et l'un d'entre eux se retrouve deux fois.

## § 9. ORIENTATIÓN DE L'ELLIPSOIDE OPTIQUE ET DISPERSION CRISTALLINE.

**95. Dispersion des axes optiques et des indices principaux.** Les cristaux orthorhombiques, monocliniques et tricliniques sont, comme nous l'avons vu, à deux axes optiques, et les axes principaux des ellipsoïdes coïncideront toujours avec les lignes de symétrie du cristal, puisque les axes de l'ellipsoïde sont également des directions de symétrie optique. Il est par conséquent évident que si le système possède trois axes de symétrie, les trois axes de l'ellipsoïde *coïncideront pour toutes les couleurs* avec ces derniers. Toutefois comme l'ellipsoïde a pour chaque couleur des dimensions différentes, l'angle des axes optiques $2V$ variera d'une couleur à l'autre, car $n_g$ pour le rouge sera toujours plus petit que $n_g$ pour le violet, il en sera de même pour $n_m$ et $n_p$, mais dans des rapports différents.

La formule (a. 84, p. 78):

$$\operatorname{tang} V = \frac{n_p}{n_g} \sqrt{\frac{n_g^2 - n_m^2}{n_m^2 - n_p^2}}$$

montre de plus que selon les valeurs respectives que prennent les indices des différentes radiations, l'angle des axes pour le rouge peut être plus grand ou plus petit que celui pour le violet, ce que l'on désigne généralement par:

$$\varrho > v \quad \text{et} \quad \varrho < v.$$

Ce phénomène porte le nom de *dispersion des axes optiques*; tout cristal biaxe le présentera inévitablement à un degré plus ou moins fort.

Il se complique de *la dispersion des indices principaux* dans les systèmes monocliniques et tricliniques, chez lesquels la position des trois axes de l'ellipsoïde n'est plus fixée invariablement par trois axes de symétrie rectangulaires, et où par conséquent l'ellipsoïde optique de chaque couleur est situé différemment dans l'espace.

**96. Orientation optique et dispersion dans le système orthorhombique.** Les trois axes de l'ellipsoïde coïncident avec les trois axes de symétrie $A^2$, $A'^2$, $A''^2$, et le plan des axes optiques $n_g$, $n_p$ sera ipso facto parallèle à l'un des trois pinacoïdes $p = (001)$, $h^1 = (100)$, ou $g^1 = (010)$. Ceux-ci seront donc perpendiculaires aux bissectrices aiguë et obtuse ainsi qu'à l'axe $n_m$ (fig. 122 et 123).

Tous les cristaux orthorhombiques présentent le phénomène de la dispersion des axes optiques, mais l'observation montre que celle-ci peut se faire dans un des plans de symétrie seulement, ou dans deux plans perpendiculaires. Dans le premier cas, la bissectrice aiguë

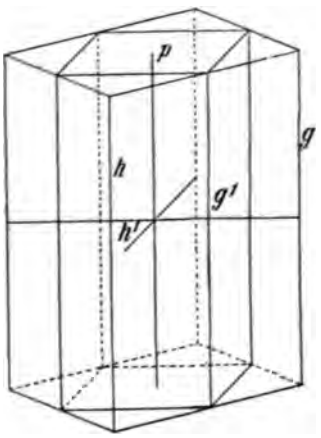



Fig. 122.

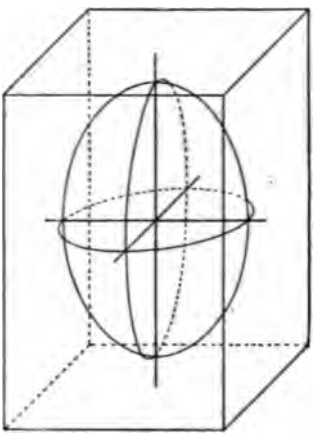


Fig. 123.

est en général commune pour toutes les couleurs avec $\varrho \gtrless v$; cependant lorsque l'angle des axes est voisin de 90° ou que la dispersion est très forte, une des bissectrices sera aiguë pour certaines couleurs et obtuse pour d'autres, c'est-à-dire que le signe optique changera selon la couleur considérée (fig. 124).

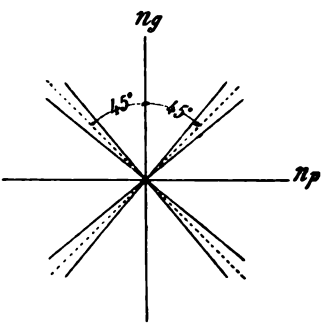



Fig. 124.

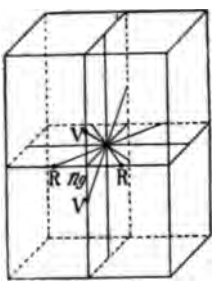



Fig. 125.

Dans le second cas, réalisé dans la brookite (fig. 125), les axes optiques s'ouvrent dans deux plans perpendiculaires autour de $n_g$ qui est bissectrice commune, et pour une couleur déterminée, le cristal est uniaxe. Ce phénomène curieux s'explique aisément par les considérations suivantes:

Les indices $n_g$, $n_m$ et $n_p$ varient avec la longueur d'onde, mais d'une manière différente; avec des radiations de longueur d'onde décroissante, il peut arriver que $n_m$ variant plus rapidement que $n_p$ atteigne, pour une certaine radiation, une valeur égale à $n_p$, le cristal est alors uniaxe positif pour celle-ci; puis quand $n_p$ prendra une valeur inférieure, le cristal devient de nouveau biaxe mais $n_p$ aura pris la situation de $n_m$, et le plan des axes optiques sera situé dans un plan perpendiculaire. Dans la brookite, la bissectrice $n_g$ est pour toutes les couleurs, normale à $h^1 = (100)$; ce minéral est uniaxe pour les radiations vertes, et biaxe pour les autres. Les axes optiques pour les radiations qui s'échelonnent du rouge au vert, sont dans un plan parallèle à $p = (001)$, tandis que ceux du vert au violet sont dans le plan parallèle à $g^1 = (010)$.

**97. Orientation optique et dispersion dans le système monoclinique**[1]. La symétrie du système est représentée par $A^2 C P^2$. L'axe binaire $A^2$ perpendiculaire au pinacoïde $g^1 = (010)$ joint le milieu des arêtes $g$ (fig. 126). L'ellipsoïde optique aura donc un de ses axes qui coïncidera avec $A^2$, tandis que les deux autres seront situés dans le plan de symétrie $P^2$ normal à $A^2$, où ils occupent d'ailleurs une position quelconque, tout en étant perpendiculaires entre eux, car rien ne détermine leur position dans ce plan.

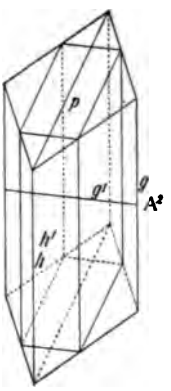


Fig. 126.

a) *Dispersion inclinée* (fig. 127). Si $n_m$ est parallèle à $A^2$, le plan des axes est situé dans le plan de symétrie, c'est-à-dire parallèle au clinopinacoïde $g^1 = (010)$. Si au contraire $A^2$ coïncide avec $n_g$ ou $n_p$, il sera bissectrice aiguë ou obtuse, et le plan des axes sera perpendiculaire au clinopinacoïde, et en général oblique sur l'orthopinacoïde $h^1 = (100)$.

La dispersion s'observera nécessairement pour les axes optiques, mais il y aura de plus, dans le plan $P^2$, dispersion des indices principaux.

Si $A^2$ coïncide avec $n_m$, nous aurons dans $P^2$ dispersion des axes optiques $A$, $A'$ etc. avec $\varrho \gtrless v$, ainsi que celle des bissectrices aiguës $B$, $B'$ etc. et obtuses. Ce cas porte le nom de dispersion inclinée.

Si $A^2$ coïncide avec $n_g$ ou $n_p$, il est alors bissectrice obtuse ou aiguë.

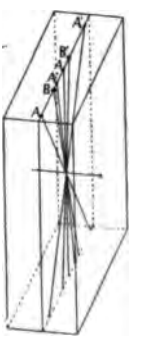


Fig. 127.

b) *Dispersion horizontale.* Si $A^2$ est bissectrice obtuse, nous aurons dans $P^2$, dispersion des bissectrices

[1] Nörrenberg, Pogg. Ann. 35. 1835, 81. F. Neumann, id. 203. J. Herschell. id. 26. 1832, 308. Nörrenberg, id. 26. 1832, 309; 35. 1835, 380.

aiguës $B$, $B'$ etc. et de $n_m$. Nous aurons d'ailleurs également dispersion des axes $A$, $A'$ etc. (fig. 128) avec $\varrho \gtrless v$ et les plans des axes optiques qui pivotent autour de $A^2$, sont orientés différemment pour les différentes couleurs. Ce cas porte le nom de dispersion horizontale.

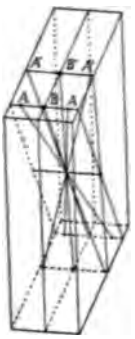


Fig. 128.

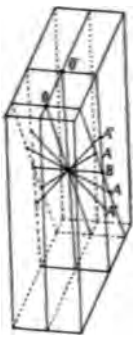


Fig. 129.

c) *Dispersion croisée* (fig. 129). Si maintenant $A^2$ est bissectrice aiguë $B$ pour toutes les couleurs, il y a dispersion des indices $n_m$ et des bissectrices obtuses $O$, $O'$ etc. dans le plan $P^2$.

Le mode de dispersion est identique au précédent, mais cette fois la bissectrice aiguë est commune à toutes les couleurs. Ce phénomène porte le nom de dispersion croisée.

**98. Orientation optique et dispersion dans le système triclinique.** Nous tombons ici dans le cas général où les trois indices et les axes optiques pour les différentes couleurs, ont des situations quelconques et différentes, car il n'y a plus d'axes de symétrie pour fixer leurs positions.

## CHAPITRE VI.

## LENTILLES ET INSTRUMENTS D'OPTIQUE.

§ 1. Réfraction à travers les lentilles. § 2. Loupes et oculaires. § 3. Lunettes et collimateurs. § 4. Microscope.

### § 1. RÉFRACTION A TRAVERS LES LENTILLES.

Dans la technique minéralogique et pétrographique, les instruments d'optique jouent un grand rôle, et sont des auxiliaires précieux pour effectuer divers travaux de laboratoire. Parmi ceux-ci, les microscopes polarisants, les réfractomètres, les spectromètres etc., sont particulièrement importants. Dans ces divers appareils, on fait usage de lunettes diversement combinées, basées sur l'application de l'optique géométrique. Il nous paraît donc nécessaire d'en rappeler ici les principaux éléments.

**99. Réfraction à travers une surface courbe.** Les lentilles sont des corps réfringents limités par des surfaces sphériques convexes ou concaves. Pour en étudier les propriétés, il convient d'examiner tout d'abord la marche des rayons à travers une seule surface sphérique

séparant deux milieux d'indice $n_1$ et $n_2$. Nous supposerons que le point $A$ est suffisamment rapproché de $S$ (fig. 130) pour que l'on

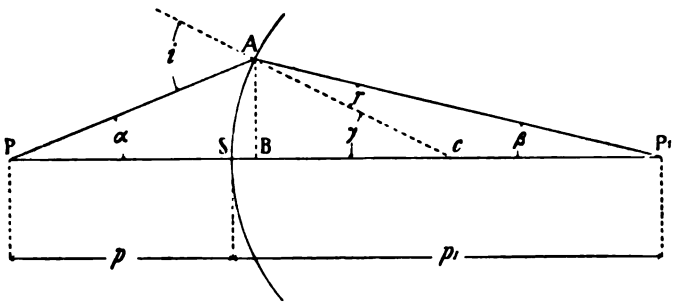



Fig. 130.

puisse considérer la distance $SB$ comme nulle, et les sinus des angles $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ $i$ et $r$ comme égaux à leurs arcs ou tangentes. Dans ces conditions nous aurons:

$$n_1 i = n_2 r$$

et de plus

$$i = \alpha + \gamma \quad \text{et} \quad r = \gamma - \beta .$$

Les triangles $ABP$, $BAP_1$ et $BAC$ nous donneront:

$$\alpha = \frac{AB}{BP} \qquad \beta = \frac{AB}{BP_1} \qquad \gamma = \frac{AB}{BC} .$$

Remplaçant dans l'expression $n_1 i = n_2 r$, les angles $i$ et $r$ déduits de ces quantités, il viendra enfin:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{R} = n_2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{p_1} \right),$$

dans laquelle $R$ désigne le rayon de courbure, $p$ la distance comprise entre $S$ et $P$ et $p_1$ celle comprise entre $S$ et $P_1$. Cette formule pourra aussi s'écrire:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p_1} = \frac{1}{R} (n_2 - n_1) .$$

Si le premier milieu est l'air, et si $n$ est l'indice du deuxième milieu, on aura:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p_1} = \frac{1}{R} (n - 1) .$$

Les points $P$ et $P_1$ s'appellent foyers conjugués, et sont séparés du sommet $S$ par les distances $p$ et $p_1$.

Si $p = \infty$, les rayons sont parallèles à l'axe dans le premier milieu, il vient alors:

$$p_1 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = f_1$$

et si $p_1 = \infty$ on a de même:

$$p = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = f.$$

Les longueurs $f_1$ et $f$ sont appelées *foyers principaux*, et mesurent la distance où convergent les rayons parallèles à l'axe dans l'un ou l'autre des deux milieux.

**100. Construction de Weierstrass et points aplanétiques.** Nous indiquerons également ici deux propriétés des surfaces sphériques réfringentes dont il est souvent fait usage dans la construction des appareils d'optique et en particulier des objectifs de microscopes.

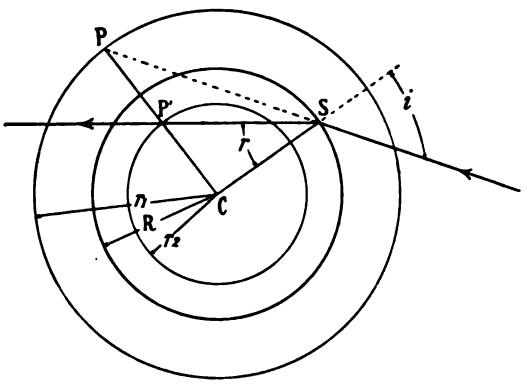


Fig. 131.

Soit un faisceau de rayons incidents (fig. 131) qui se propagent dans un premier milieu d'indice $n_1$ et convergent vers un certain point $P$. Les rayons qui se réfractent à travers une sphère de rayon $R$ convergeront en un autre point $P'$ déterminé. Ces deux points $P$ et $P'$ jouissent de l'aplanétisme l'un par rapport à l'autre, c'est-à-dire sont les intersections uniques des faisceaux incident et réfracté. En effet contruisons autour de $C$ une sphère de rayon $r_1 = \frac{n_2}{n_1} R$ et une autre de rayon $r_2 = \frac{n_1}{n_2} R$, nous aurons

$$\frac{CP}{R} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{et} \quad \frac{CP'}{R} = \frac{n_1}{n_2},$$

d'où

$$\frac{CP}{R} = \frac{R}{CP'}.$$

Les deux triangles $SPC$ et $SP'C$ sont donc semblables et l'angle $CP'S = i$, on a encore:

$$\frac{\sin i}{R} = \frac{\sin r}{r_2}.$$

En résumé, tous les points qui seront situés comme $P$ sur la sphère de rayon $r_1$ défini par l'égalité ci-dessus auront un conjugué $P'$, situé sur une sphère de rayon $r_2$, vers lequel convergent après réfraction les rayons du faisceau incident dont le sommet est en $P$. Il est à

remarquer que ces points sont sans aberration, et répondent à la condition $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_1}{n_2}$ = constante, qui se déduit de la dernière équation. Enfin il faut encore démontrer que les rayons émanant d'une sphère ont également leur foyer conjugué sur une sphère concentrique. Soient $P$ et $P_1$ deux points quelconques, les droites $PC$ et $P_1C$ jouissent optiquement des mêmes propriétés; le conjugué de $P$ sera sur $PC$, à une certaine distance $CP'$ et le conjugué de $P_1$ sur $CP_1$ à une distance $CP_1' = CP'$ (fig. 132).

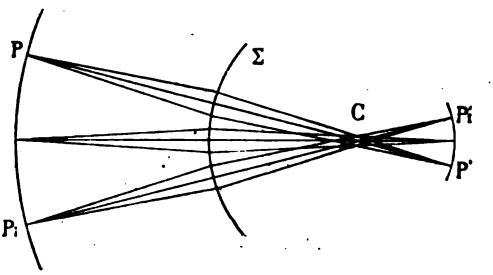


Fig. 132.

**101. Réfraction à travers deux surfaces courbes, lentilles.** Supposons maintenant le corps réfringent limité par une seconde surface sphérique de rayon $R'$ (fig. 133). Pour simplifier nous ne nous occuperons que du cas où le troisième milieu dans lequel pénètre la lumière

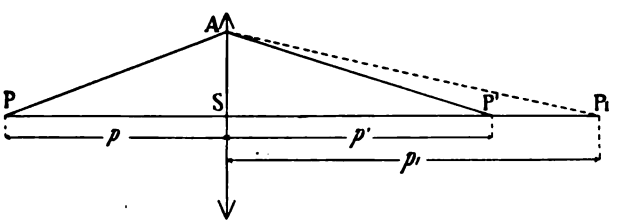


Fig. 133.

est de même nature que le premier, l'air par exemple. Nous admettrons en second lieu que la deuxième surface est suffisamment rapprochée de la première pour qu'il soit permis de négliger l'épaisseur du corps réfringent. Le rayon $PA$ subit en traversant la seconde surface une nouvelle réfraction, et passe par le point $P'$. Les points $P$ et $P_1$ sont liés par la relation suivante:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p_1} = \frac{1}{R}(n-1)$$

et les points $P_1$ et $P'$ par l'équation:

$$\frac{1}{p'} - \frac{n}{p_1} = \frac{1}{R'}(n-1)$$

étant situés du même côté de la face réfringente.

En ajoutant ces deux égalités, il vient:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right).$$

Cette équation est celle des foyers conjugués. Si $p=\infty$ on aura:

$$p'=\frac{RR'}{(n-1)(R+R')}=f$$

les rayons parallèles à l'axe principal, convergent alors en un point appelé foyer principal $f$. Si l'on posait $p'=\infty$, on aurait évidemment un résultat analogue. En tenant compte de la relation indiquée, l'équation des foyers conjugués pourra s'écrire enfin comme suit:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f} \quad \text{car } \frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right).$$

Cette formule permettra de trouver les positions de $p'$ si on fait varier $p$ depuis $f$ à $\infty$.

**102. Divers types de lentilles.** En combinant les différentes courbures entre elles et celles-ci avec le plan, on arrive aux six com-

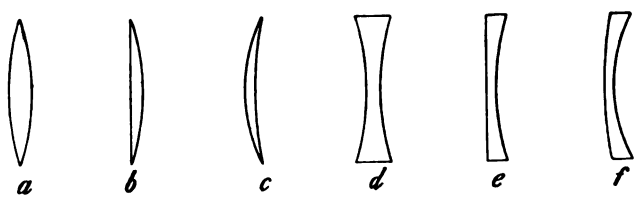



Fig. 134.

binaisons réfringentes indiquées par les (fig. 134). Les trois premières sont des lentilles convergentes, elles ont un *foyer principal réel F*, qui se trouve à l'intersection des rayons qui ont traversé la lentille (fig. 135),

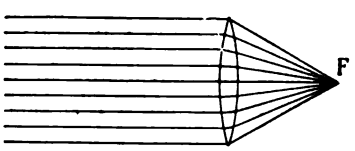



Fig. 135.

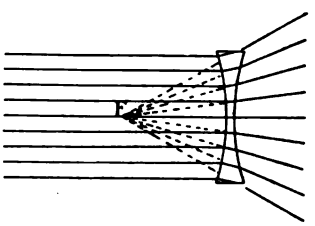



Fig. 136.

et qui sont issus d'un faisceau parallèle à l'axe principal, elles portent le nom de lentille biconvexe *a*), lentille plan convexe *b*) et ménisque convergent *c*). Les trois dernières sont divergentes, *leur foyer est virtuel*, et se trouve en *F* à l'intersection du prolongement des rayons qui ont traversé la lentille (fig. 136).

Pour celles-ci l'équation des foyers conjugués deviendrait évidemment:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

on les appelle (fig. 134) lentilles biconcaves *d*), plan concave *e*) et ménisque divergent *f*).

**103. Lentilles épaisses.** Dans les développements qui précèdent, nous avons supposé l'épaisseur de la lentille négligeable vis-à-vis de sa distance focale. Lorsque les lentilles sont épaisses, leurs propriétés sont un peu différentes, mais se déduisent cependant assez facilement de la connaissance de leurs *points cardinaux*, notions introduites par Gauss dans la théorie des lentilles. Ceux-ci sont au nombre de six, à savoir: 1° *Les foyers principaux et les plans focaux:* Les foyers principaux $F$ et $F'$ ont la même signification que dans les lentilles minces; quant aux plans focaux principaux, ce sont des plans normaux à l'axe principal et passant par chacun des foyers.

2° *Plans et points principaux.* On appelle plans principaux, deux plans $MM'$ perpendiculaires à l'axe principal, qui sont les lieux des

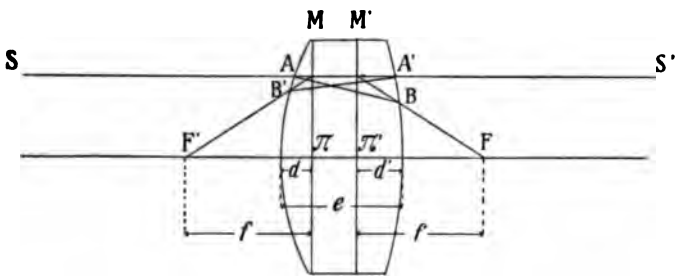



Fig. 137.

intersections des rayons $SA$ parallèles à l'axe, avec ceux $BF'$ qui en résultent après réfraction au travers de la lentille, et passent par le foyer principal (fig. 137). Dans toute lentille épaisse il y a deux plans principaux $MM'$, puisqu'il y a deux foyers $F$ et $F'$ situés à une distance $f$ de ceux-ci; l'intersection de ces plans avec l'axe principal fournit les deux points principaux $\pi$ et $\pi'$. Une étude détaillée des lentilles épaisses montre que, si les deux milieux sont identiques, les distances $d$ et $d'$ des plans principaux aux faces de la lentille sont proportionnelles aux rayons de courbure $R$ et $R'$ des faces, on aurait les relations:

$$d = \frac{Re}{n(R+R') - e(n-1)} \quad \text{et} \quad d' = \frac{R'e}{n(R+R') - e(n-1)}$$

qui donnent:

$$\frac{d}{d'} = \frac{R}{R'},$$

dans lesquelles $e$ représente l'épaisseur de la lentille. On voit aisément que si $e$ est nul, les deux plans principaux se confondent, ce

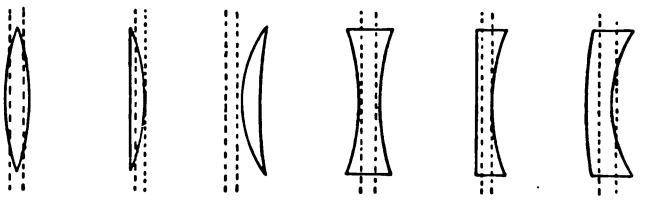


Fig. 138.

qui est le cas pour les lentilles minces. La fig. 138 représente la position des plans principaux des diverses lentilles.

3° *Points nodaux.* Soit $A$ et $A'$ deux points choisis de telle façon que les plans tangents en ces points aux faces de la lentille soient parallèles. Le rayon incident $IA$ qui donne naissance au rayon réfracté $AA'$, sortira parallèlement à sa direction première, puisque tout se passera comme si le milieu réfringent était ici limité par deux faces parallèles. Si on prolonge les rayons incident et émergent $IA$ et $A'I'$ jusqu'à leur rencontre avec l'axe principal, leurs intersections $N$ et $N'$ s'appellent les *points nodaux*, tandis que le point 0 où le rayon $AA'$ coupe l'axe principal, porte le nom de *centre optique* (fig. 139). La position de ce centre optique dépend évidemment des rayons de courbure des surfaces qui limitent la lentille. De plus, on démontre que, lorsque les deux milieux sont les mêmes, les points nodaux $N$ et $N'$ se confondent avec les points principaux.

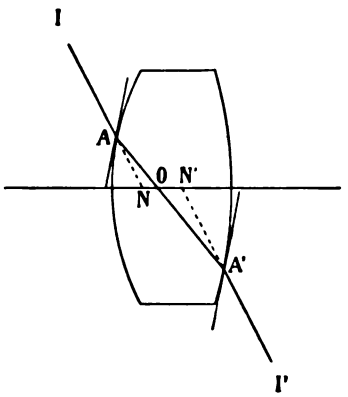



Fig. 139.

Les distances focales principales se comptent à partir des plans principaux, elles sont différentes si les trois milieux à travers lesquels se propage le rayon sont différents, et égales si les deux extrêmes sont les mêmes. Dans ce dernier cas on aura:

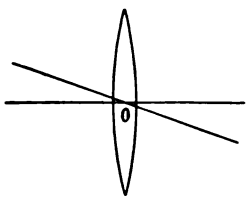



Fig. 140.

$$f = \frac{n R R'}{(n-1)[n(R+R') - e(n-1)]}.$$

Si l'épaisseur $e = 0$, on retombe à nouveau sur la formule donnée pour les lentilles minces, dans lesquelles les

points principaux et nodaux se confondent avec le centre optique $O$. Ce point jouit donc de la propriété que tous les rayons qui passent par lui, ne subissent aucune déviation (fig. 140).

**104. Construction des images.** Elle revient à la recherche des foyers conjugués des divers points de l'objet. Soit $B$ un de ces points (fig. 141.); par $B$ on mène un rayon parallèle à l'axe jusqu'à sa rencontre en $P$ avec le premier plan principal, puis on trace la droite $PF$ qui représente la direction du rayon émergent.

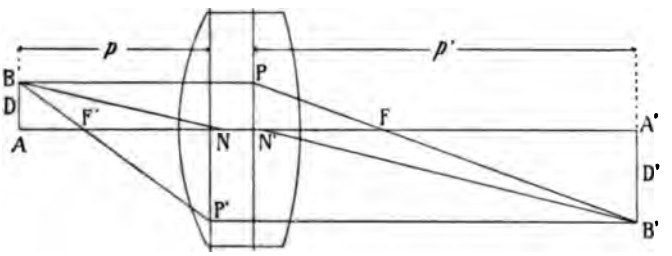



Fig. 141.

On construit ensuite la droite $BF'$ par le second foyer principal, mène le rayon émergent $P'B'$, et à l'intersection, en $B'$ avec $PF$, se trouvera le foyer conjugué de $B$. Une construction identique devrait évidemment être faite pour tous les points de l'objet $AB$. On peut également trouver le foyer conjugué $B'$ en joignant $B$ avec le premier point nodal $N$, puis en menant une parallèle $N'B'$ à $BN$ par le deuxième point nodal $N'$. L'objet et l'image sont situés à des distances $p$ et $p'$ des plans principaux, et auront des dimensions qui sont $D = AB$ et $D' = A'B'$. L'examen de la figure montre que l'on peut tirer les relations:

$$\frac{D'}{D} = \frac{f}{p-f} \quad \text{et} \quad \frac{D'}{D} = \frac{p'-f}{f}.$$

En égalant ces deux équations, on tire la relation:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

qui est celle des foyers conjugués. L'on déduit encore:

$$\frac{D'}{D} = \frac{p'}{p} = G.$$

$G$ exprime le grossissement, c'est-à-dire le rapport de la dimension linéaire de l'image à celle de l'objet. Si cet objet est situé à une distance $p > f$, cette image est toujours réelle, et pourra être reçue sur un écran, si par contre l'objet se trouve à une distance $p < f$, la construction précédente montre alors que cette image $A'B'$ est

virtuelle et agrandie (fig. 142); elle ne pourra être reçue sur un écran, mais sera visible pour l'œil placé de l'autre côté de la lentille.

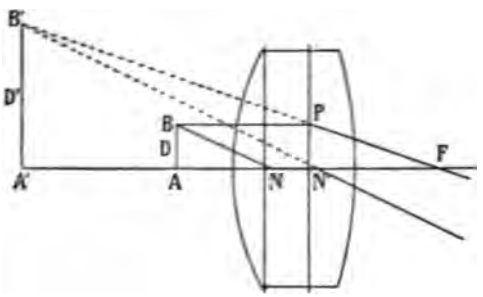


Fig. 142.

**105. Association de lentilles.** La connaissance des points cardinaux permet de trouver l'action produite par un système quelconque de lentilles; nous ne nous arrêterons pas aux démonstrations qu'on en peut donner, et que l'on trouvera dans tous les traités de physique; nous nous bornerons à énoncer les résultats, en supposant les deux milieux extrêmes identiques.

1° Cas: Deux lentilles $L$ et $L'$ sont situées à une distance $x$ mesurée entre les plans principaux $P'$ et $P_1$ (fig. 143).

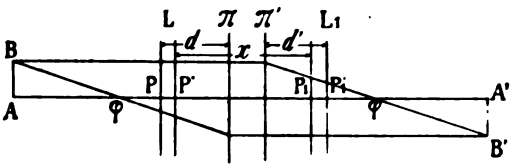


Fig. 143.

On démontre que le système équivaut à une lentille unique, possédant deux plans principaux $\pi$ et $\pi'$, et une distance focale principale $\varphi$. Ces éléments sont liés entre eux par les relations suivantes:

$$\varphi = \frac{ff'}{f+f'-x}$$

$$d = \frac{xf}{f+f'-x} \quad \text{et} \quad d' = \frac{xf'}{f+f'-x}$$

$d$ représente la distance entre les plans principaux $P$ et $\pi$, et $d'$ celle entre $P_1'$, $\pi'$.

2° Cas de plusieurs lentilles. Ce cas se déduit aisément du précédent. On remplacerait tout d'abord deux des lentilles par une première lentille équivalente, et on continuerait de la sorte pour les autres lentilles, de façon à ramener tout le système à une seule lentille, dont la distance focale porte le nom de *distance focale équivalente.*

Si les lentilles sont minces, $d$ et $d'$ deviennent alors les distances qui les séparent des plans principaux $\pi$ et $\pi'$; dans bien des cas la longueur représentée par $x$ peut être négligée par rapport à

celle de $f$ et de $f'$; la valeur de la distance focale équivalente $\varphi$ sera alors représentée par

$$\varphi = \frac{ff'}{f+f'}. \qquad \text{Si } f=f',\ \varphi = \frac{f}{2}.$$

**106. Aberration sphérique.** Dans ce qui précède, nous avons examiné la réfraction à travers les surfaces courbes et les lentilles, dans le cas où celles-ci ont une faible ouverture, et nous avons établi les conditions qui déterminent la formation des images. Nous avons vu (a. 101, p. 97) que la lumière émanant d'un point $P$ placé en avant d'une surface réfringente sphérique, converge après réfraction en un autre point $P_1$, situé comme $P$ sur l'axe principal, et dont la position est donnée par l'équation:

$$(1) \qquad \frac{1}{p} + \frac{n}{p_1} = \frac{n-1}{R}.$$

Cette équation n'est plus applicable lorsque le faisceau incident est de large ouverture; les rayons émanant d'un même point et qui s'écartent de l'axe, convergent après réfraction en des points d'autant plus rapprochés du sommet de la surface que l'angle $\alpha$ que forment les rayons incidents avec l'axe est plus grand. Les rayons marginaux tels que $PA$ (fig. 144) convergent en un point $B$ distant du point $P_1$ où se réunissent les rayons centraux d'une quantité:

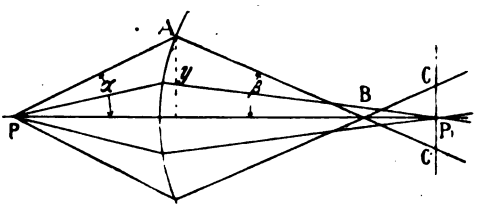


Fig. 144.

$$\lambda = BP_1,$$

que l'on appelle *aberration longitudinale*. Les rayons réfractés qui leur correspondent prolongés, découpent sur un plan normal à l'axe et passant par $P_1$ un cercle, dont le rayon $\varrho = P_1C$ mesure *l'aberration latérale*.

Il est évident que $\lambda$ et $\varrho$ dépendent eux-mêmes de $y$, et diminuent avec l'ouverture. Nous ne voulons pas entrer dans une étude détaillée de cette aberration qui porte le nom *d'aberration sphérique;* on trouvera dans l'ouvrage de M. Czapsky[1] cette question développée tout au long, nous désirons simplement insister sur quelques résultats particulièrement importants[2] pour la compréhension des corrections apportées aux systèmes optiques.

[1] D. S. Czapsky, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente. Deuxième édition. 1904.

[2] Chwolson, Traité de physique; traduction française. II. Paris 1906.

Dans une première approximation, on a:

$$\frac{\varrho}{\lambda} = \frac{y}{p_1} \tag{2}$$

qui établit une relation entre l'aberration latérale et longitudinale, puis en combinant cette relation avec (1) on obtient en négligeant les puissances supérieures de $y$.

$$\varkappa = \frac{(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{p}\right)^2\left(\frac{1}{R}+\frac{n+1}{p}\right)}{2n^2\left(\frac{n-1}{R}-\frac{1}{p}\right)}$$

puis

$$\lambda = p_1 \varkappa y^2$$
$$\varrho = \varkappa y^3.$$

Remarquons en passant que $\lambda$ est négatif pour les lentilles concaves, et qu'on peut donc le réduire à zéro en combinant une lentille convexe à une lentille concave.

Si dans ces formules, nous faisons $p = \alpha$, nous aurons les aberrations au foyer principal, et obtiendrons:

$$\varkappa = \frac{1}{2n^2R^2}, \qquad \lambda = \frac{y^2}{2n(n-1)R}, \qquad \varrho = \frac{y^3}{2n^2R^2}.$$

L'aberration existe en général pour tous les foyers conjugués, mais si nous nous reportons à la construction de Weierstrass, nous remarquons qu'il existe cependant deux points conjugués sans aberration sphérique, et satisfaisant de plus à la relation:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \text{constante}.$$

L'expression complète des aberrations longitudinales des lentilles est d'une forme extrêmement complexe, nous nous bornerons à indiquer simplement quelques-uns des résultats les plus importants.

1° Avec une seule lentille, l'aberration sphérique ne peut être annulée, on peut seulement la réduire à une valeur minimum en donnant aux deux surfaces de la lentille des rayons de courbure convenables.

2° L'aberration peut être annulée par la combinaison de deux lentilles.

3° L'aberration au foyer est minimum pour un faisceau incident parallèle à l'axe et pour une lentille d'indice $n = 1{,}5$, si le rapport des rayons de courbure:

$$\frac{R}{R'} = \frac{1}{6}$$

à condition que la face la plus convexe soit tournée du côté du faisceau incident.

4° Avec les lentilles plan-convexes, fréquemment employées dans les instruments d'optique, la face convexe doit être tournée du côté des rayons les moins convergents, et l'aberration au foyer est quatre fois plus petite, que dans le cas contraire.

**107. Aplanétisme des systèmes optiques.** Nous venons de voir qu'avec une combinaison convenable de lentilles, un système optique, que nous pouvons pour simplifier, représenter par un plan $S$, peut être débarrassé de l'aberration sphérique, et donnera par conséquent en $P'$ une image parfaite d'un point $P$ situé sur l'axe principal, ceci pour un faisceau de grande ouverture. Mais cette propriété n'est pas nécessairement réalisée pour tous les points de l'espace. Considérons d'abord (fig. 145) le cas d'un élément plan $AP$ perpendiculaire à l'axe, passant par un des points dépourvus d'aberration $P$. Si le système était de faible ouverture, nous obtiendrions une image $A'P'$, due aux rayons centraux, avec un grossissement linéaire $G = \frac{A'P'}{AP}$. Avec une grande ouverture, les rayons marginaux fournissent une image $P'A''$ passant nécessairement par $P'$, mais avec un agrandissement qui diffère. Il en résulte que le faisceau de grande ouverture, donnera nécessairement une infinité d'images différemment agrandies, qui se superposeront. Helmholtz, Clausius, Abbe, et d'autres ont montré qu'un système optique est *aplanétique*, c'est-à-dire donne une image parfaite d'un élément plan perpendiculaire à l'axe, lorsque la relation:

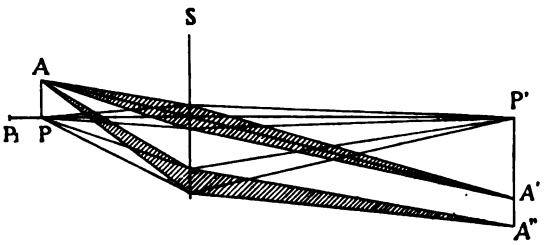


Fig. 145.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} G = \text{constante}$$

est satisfaite. Dans cette expression $\alpha$ et $\beta$ sont les angles que fait avec l'axe un rayon émanant de $P$, dans le premier et le deuxième milieu dont $n_1$ et $n_2$ sont respectivement les indices de réfraction. Si nous comparons cette formule avec celle:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \text{constante}$$

relative aux points sans aberration de la sphère, nous voyons que la condition d'aplanétisme est approximativement remplie pour ceux-ci.

Enfin on démontre encore que si l'on prend sur l'axe principal un petit élément comme $P_1P$, le système n'en donne une image parfaite que si la condition:

$$\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}} = \text{constante}$$

est remplie pour tous les rayons du faisceau; mais comme d'autre part pour le point $P$, les rayons doivent satisfaire à la condition:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \text{constante}$$

il s'ensuit que le système optique ne peut donner une image parfaite d'un élément $P_1P$ de l'axe.

**108. Astigmatisme.** Considérons maintenant un faisceau de rayons émanant d'un point d'un élément plan normal à l'axe principal; l'onde sphérique incidente deviendra, après avoir traversé le système optique, une surface à double courbure. Les rayons lumineux situés dans le plan méridien passant par l'axe principal étant réfractés différemment que ceux situés dans un plan équatorial, normal au précédent et passant

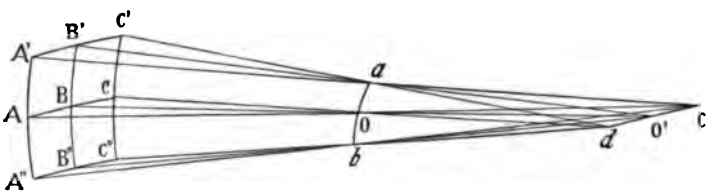



Fig. 146.

par l'axe du faisceau incident, l'onde émergente ne peut être sphérique. Le faisceau de rayons normaux à cette onde non sphérique donnera naissance à deux petites lignes lumineuses $aob$ et $co'd$ parallèles aux lignes de courbure $B'BB''$ et $ABC$ (fig. 146). Les normales élevées en tous les points de la courbe $ABC$ se rencontrent en son centre de courbure $O$, et celles de la courbe $B'BB''$ au point $O'$, qui est le deuxième centre de courbure, situé sur la droite $BOO'$. Si nous considérons les courbes $A'B'C'$ et $A''B''C''$ comme parallèles, et très rapprochées de $ABC$, leurs normales se rencontrent en $a$ et $b$, et déterminent une petite ligne parallèle à $B'BB''$, située dans le plan méridien. Les normales à $A'AA''$, $B'BB''$ et $C'CC''$ se

rencontrent également sur une autre ligne *co'd* qui est perpendiculaire au plan méridien. En outre les lignes *aob* et *co'd* peuvent être considérées comme de petites droites.

Si nous appliquons ce résultat aux différents points d'un élément plan normal à l'axe principal, nous trouverons que son image est située sur une surface de révolution à deux nappes, qui est le lieu géométrique des droites focales afférentes à chacun des points de l'élément. Ces deux nappes sont tangentes sur l'axe principal, et se réduisent à une surface unique dans les systèmes *anastigmatiques* corrigés pour cette aberration. Les conditions d'anastigmatisme n'ont été formulées que pour des faisceaux faiblement inclinés sur l'axe principal.

**109. Courbure du champ.** Supposons un système optique anastigmatique, fournissant une image aplanétique des différents points d'un objet plan. Celle-ci n'est pas nécessairement plane, et peut se trouver sur une certaine surface de révolution dans laquelle se résolvent les deux nappes du système débarrassé de l'astigmatisme.

**110. Distorsion.** On appelle ainsi une nouvelle aberration qui provient du fait que le grossissement varie dans les différentes parties du champ, et qu'une droite qui ne coupe point l'axe, donne comme image une courbe. Si le grossissement croît vers la périphérie du

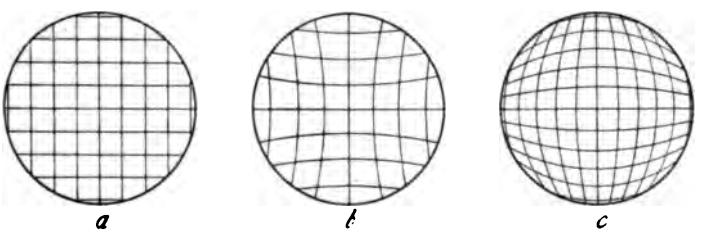



Fig. 147.

champ, un réseau tel que celui représenté par la fig. 147*a* prendra l'aspect reproduit par la fig. 147*b* (distorsion en croissant); si au contraire il diminue vers la périphérie, on observera la disposition réalisée dans la fig. 147*c*, et appelée distorsion en barillet. Un système optique qui donne une image géométriquement semblable à l'objet, est dit *orthoscopique*. La condition d'orthoscopie est exprimée par la formule:

$$\frac{\operatorname{tang}\alpha}{\operatorname{tang}\beta} = \frac{\operatorname{tang}\alpha_1}{\operatorname{tang}\beta_1} = \text{etc.} = \text{constante.}$$

Dans cette expression, $\alpha$, $\alpha_1$ etc. sont les angles que font dans le premier milieu les axes des faisceaux incidents avec l'axe principal, et $\beta$, $\beta_1$ etc. ceux qu'ils forment dans le deuxième milieu.

**111. Aberration de réfrangibilité.** Lorsque la lumière n'est pas homogène, chaque radiation possède un foyer différent. Il en résulte que pour un même objet, nous obtiendrons une image qui aura une position différente pour chacune des radiations du spectre. Ce phénomème constitue l'aberration de réfrangibilité, il est important de le réduire au minimum chez les divers systèmes optiques employés dans les appareils.

Les lentilles achromatiques, c'est-à-dire celles qui sont corrigées pour l'aberration de réfrangibilité, sont obtenues par la combinaison d'une lentille convergente de crown avec une divergente de flint. Soit en effet (fig.148) une lentille de crown, dont le foyer pour les rayons rouges est en $F$, et celui pour les violets en $F'$. Si nous prolongeons le rayon incident $IA$, l'angle $\alpha$ représente celui de la déviation éprouvée par les rayons rouges, tandis que $\alpha + \beta$ correspond à l'angle de déviation des rayons violets. Les autres radiations qui sont moins réfrangibles que le violet et plus réfrangibles que le rouge, ont leurs différents foyers échelonnés entre $F$ et $F'$, en des positions qui dépendent de la façon dont se comporte le verre relativement à chacune d'elles.

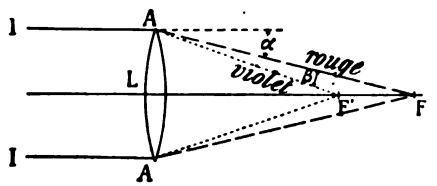


Fig. 148.

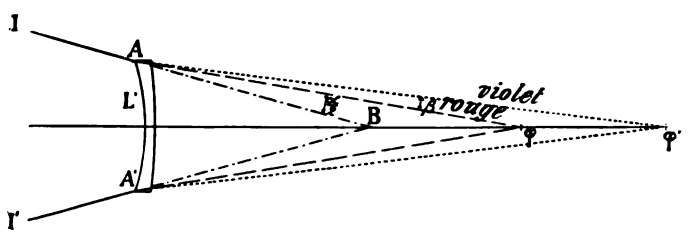


Fig. 149.

Soit maintenant une lentille divergente de flint, qui reçoit un faisceau convergent tel que $IBI'$. Les rayons rouges convergent en un point $\varphi$ plus rapproché de la lentille que celui $\varphi'$ où se rencontrent les rayons violets (fig. 149). Si le foyer de cette lentille est deux fois plus long que celui de la précédente, et si de plus l'indice du flint employé est, pour le rayon rouge, le même que celui du crown, tandis que son pouvoir dispersif est deux fois plus grand, nous aurons, pour les rayons rouges, une déviation représentée par $\frac{1}{2}\alpha$, et pour les violets $\frac{1}{2}\alpha + \beta$. En juxtaposant maintenant les deux lentilles comme

l'indique la fig. 150, les rayons rouges émanant d'un faisceau incident parallèle à l'axe éprouveront, dans la première de ces lentilles, une déviation $\alpha$ contre l'axe, et dans la seconde, une déviation $\frac{1}{2}\alpha$ en sens inverse. La déviation totale $\gamma$ des rayons rouges sera donc:

$$\gamma = \alpha - \tfrac{1}{2}\alpha = \tfrac{1}{2}\alpha.$$

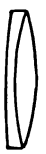


Fig. 150.

Quant aux rayons violets, ils éprouveront dans la première lentille une déviation égale à $(\alpha + \beta)$, et dans la seconde une déviation $-(\frac{1}{2}\alpha + \beta)$ en sens inverse, de sorte que la déviation qu'ils subiront en traversant le système, sera identique à celle éprouvée par les rayons rouges, car nous aurons:

$$(\alpha + \beta) - (\tfrac{1}{2}\alpha + \beta) = \tfrac{1}{2}\alpha = \gamma.$$

Il en résulte donc que les rayons rouges ainsi que les violets, auront, dans la combinaison réalisée, un foyer commun. Un tel système est dit achromatisé pour deux couleurs.

Dans l'exemple que nous avons choisi, nous avons supposé que les deux verres possédaient pour le rouge le même indice; s'il n'en était pas ainsi, il est évident qu'il faudrait alors calculer le foyer de la lentille divergente. Nous ne pouvons entrer ici dans le détail de cette question, et nous renverrons le lecteur qu'elle pourrait intéresser à l'ouvrage de M. Czapsky cité précédemment. Nous ferons encore remarquer que l'achromatisme ne peut être réalisé simultanément que pour deux couleurs, le rouge et le violet par exemple, et pas pour deux autres quelconques, car le pouvoir dispersif de deux corps n'est nullement proportionnel aux longueurs d'onde, et se fait différemment chez les deux corps considérés.

On démontre aussi que l'achromatisme ne peut être réalisé pour trois rayons de coloration différente avec les verres d'optique ordinaires, que par l'emploi de trois lentilles. Toutefois grâce aux nouveaux verres créés par la maison Schott à Jéna, l'achromatisme pour trois couleurs a pu être obtenu à l'aide de deux lentilles seulement. Dans les objectifs apochromatiques d'Abbe qui utilisent ces verres, la correction d'achromatisme est réalisée pour trois couleurs du spectre, et de plus l'aberration sphérique est corrigée par deux rayons de courbure différents.

## § 2. LOUPES ET OCULAIRES.

**112. Loupes simple et composée.** La loupe simple consiste en une lentille convergente, destinée à fournir une image virtuelle et agrandie d'un objet qui doit être placé entre le foyer principal et la lentille.

Une simple lentille biconvexe suffit pour de faibles grossissements, pour des grossissements plus considérables, il faut alors employer des combinaisons aplanétiques et achromatiques. Divers dispositifs ont été proposés dans ce but, la fig. 151 montre celui qui a été réalisé

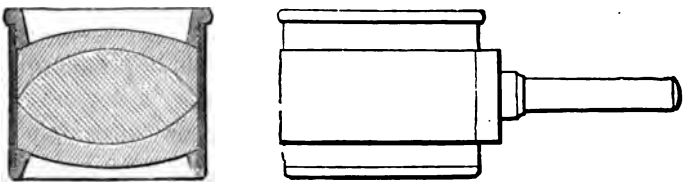


Fig. 151. Loupe aplanétique et achromatique de la maison C. Zeiss à Jéna.

par la maison Zeiss. La loupe se compose d'une lentille biconvexe en crown, intercalée entre deux ménisques en flint.

Dans les loupes composées appellés doublets, le dispositif optique est formé de deux lentilles convergentes plan-convexes, dont les convexités sont en regard (fig. 152).

Fig. 152. Doublet achromatique de la maison E. Leitz à Wetzlar.

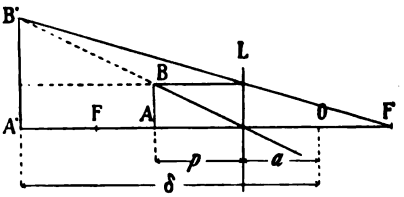



Fig. 153.

**113. Grossissement de la loupe.** Le grossissement donné par une loupe dépend non seulement de sa distance focale, mais encore de la position et des propriétés de l'œil de l'observateur. On sait en effet que la vision n'est possible pour un œil normal que si l'objet se trouve placé à une distance qui n'est pas inférieure à 250 millimètres environ; c'est la *distance minimum de vision distincte* pour un œil normal. Pour voir un objet avec une loupe, il faut donc que l'image virtuelle de celui-ci soit à la distance minimum de vision distincte.

L'équation des foyers conjugués donnera pour la position de l'image $A'B'$ (fig. 153)

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{\delta - a} = \frac{1}{f}. \tag{1}$$

$\delta$ représente la distance minimum de vision distincte, et $a$ celle de la loupe $L$ à l'œil (au point nodal antérieur $O$ de cet organe).

On donne le nom de grossissement, au rapport entre la dimension de l'image $A'B'$ et celle de l'objet $AB$ vus tous deux à la distance minimum de vision distincte:

$$G = \frac{D'}{D} = \frac{\delta - a}{p}$$

quantité qui peut s'écrire en tenant compte de (1)

$$G = 1 + \frac{\delta - a}{f}$$

et comme $a$ est généralement très petit vis-à-vis de $\delta$, on aura enfin:

$$G = 1 + \frac{\delta}{f}.$$

*La puissance P d'une loupe* est une quantité qu'il ne faut pas confondre avec le grossissement, et qui sert à exprimer la valeur d'une loupe. C'est l'angle sous lequel on voit à travers la loupe un objet égal à l'unité. On aura donc, vu la petitesse des angles qui permet de les assimiler à leurs tangentes:

$$P = \frac{1}{p} \quad \text{ou} \quad P = \frac{1}{f} + \frac{1}{\delta - a}$$

et pour la même raison que précédemment, on pourra écrire cette relation sous la forme:

$$P = \frac{1}{f} + \frac{1}{\delta}.$$

En comparant maintenant cette formule avec celle du grossissement $G = 1 + \frac{\delta}{f}$ nous obtiendrons enfin

$$P = \frac{G}{\delta}.$$

**114. Oculaire positif de Ramsden.** Les oculaires sont des combinaisons de lentilles que l'on emploie dans divers instruments d'optique tels que lunettes, microscopes etc. Ils sont destinés à donner une image virtuelle, visible pour l'œil, d'une autre image réelle d'un objet fournie par un objectif. Il existe plusieurs types d'oculaires que nous examinerons successivement. Celui de Ramsden est constitué par deux lentilles $L$ et $L'$. La première dite frontale et de foyer $f$, est placée de telle sorte que l'image

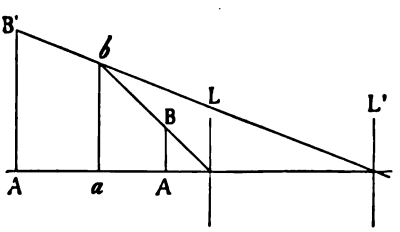


Fig. 154.

réelle $AB$ à examiner, se trouve entre cette lentille et son foyer. Tout se passe alors pour l'observateur comme s'il recevait la lumière émanant de l'image virtuelle $ab$ fournie par la première lentille et agrandie une deuxième fois en $A'B'$ par la seconde (fig. 154), qui est située de façon à ce que $ab$ tombe entre elle et son foyer. Le système équivaut à une lentille unique (fig. 155), dont le foyer et les positions des plans principaux $\pi$ et $\pi'$ sont donnés par les formules (a. 105, p. 102).

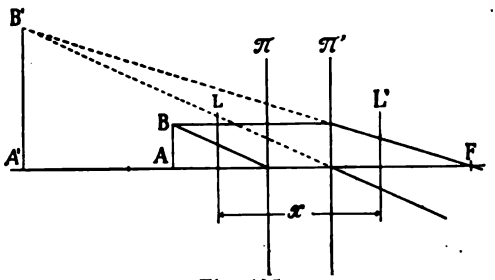


Fig. 155.

Le grossissement sera donné par la relation

$$G = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'\pi'}{A\pi}.$$

Mais d'après l'équation des foyers conjugués nous aurons, si $\varphi$ est le foyer du système:

$$\frac{1}{A\pi} - \frac{1}{A'\pi'} = \frac{1}{\varphi}$$

d'où:

$$G = 1 + \frac{A'\pi'}{\varphi} = 1 - \frac{\delta - d}{\varphi}$$

en désignant par $d$ la distance qui sépare la deuxième lentille $L'$ du plan principal $\pi'$. En remplaçant $d$ et $\varphi$ par leurs valeurs tirées des équations données (a. 105 p. 102) nous aurons enfin:

$$G = \frac{\delta(f + f' - x) + f'(f - x)}{ff'}.$$

Dans la pratique on prend pour les oculaires de Ramsden $f = f'$, la distance $x$ qui sépare les deux lentilles est alors $x = \frac{2}{3} f$. On aura donc pour le grossissement:

$$G = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}\frac{\delta}{f}$$

et la nouvelle distance focale serait d'après la formule:

$$\varphi = \frac{ff'}{f' + f - x}, \quad \varphi = \frac{3}{4} f.$$

En plaçant les deux lentilles de façon à ce que les convexités soient en regard, on réduit au minimum les aberrations sphérique et chromatique. Cet oculaire permet de plus de viser simultanément

l'image réelle $AB$ fournie par un objectif, et un réticule, micromètre, ou diaphragme, qui se trouveraient placés dans le même plan, et seraient vus nettement dans ces conditions. Cette propriété précieuse est employée souvent dans les instruments d'optique. La figure 156 montre la coupe d'un oculaire de cette nature.

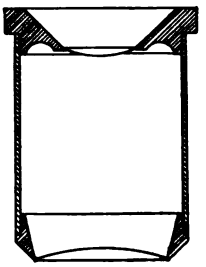


Fig. 156.

**115. Oculaire négatif d'Huygens.** Il se compose également (fig. 157) de deux lentilles $L$ et $L'$, disposées de manière que l'image $AB$ réelle que doit observer l'oculaire, vienne se former entre celles-ci. La lentille $L$ modifie la marche des rayons pénétrant dans l'oculaire, ce qui détermine la formation de l'image en $A'B'$, car $AB$, étant donné sa position, se comporte vis-à-vis de $L$ comme une image virtuelle; celle-ci en fournira une autre $A'B'$, qui sera vue agrandie à travers la lentille oculaire $L'$. Le raisonnement fait à propos de l'oculaire de Ramsden s'applique entièrement ici, et on aurait de même:

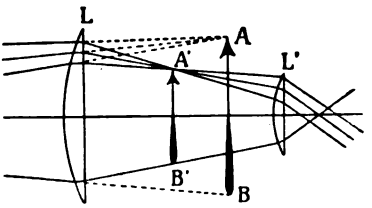



Fig 157.

$$G = \frac{\delta(f + f' - x) + f'(f - x)}{ff'},$$

$f$ et $f'$ étant les foyers des lentilles $L$ et $L'$, $x$ la distance qui les sépare, et $\delta$ la distance minimum de la vision nette. Dans la pratique on prend $f' = \frac{1}{3}f$ et $x = \frac{2}{3}f$.

L'étude de l'aberration montre en outre qu'il faut employer des lentilles plan-convexes, dont la convexité est tournée contre la lumière.

Le grossissement sera donc:

$$G = \frac{1}{3} + 2\frac{\delta}{f}.$$

La lentille $L$ est appelée lentille de champ, elle a pour effet d'agrandir le champ visuel de l'instrument, en ramenant l'image dans le champ d'observation. A puissance égale, un oculaire négatif a un champ supérieur à celui d'un oculaire positif.

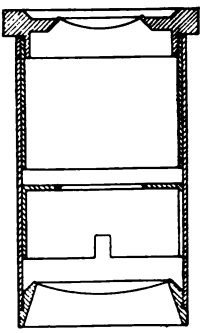


Fig. 158.

Si, en même temps que l'image, l'oculaire doit permettre la vision d'un réticule, micromètre, ou diaphragme, ceux-ci devront se trouver dans le plan $A'B'$ où se forme l'image après que les rayons ont traversé la lentille de champ. Les oculaires négatifs sont

employés dans les lunettes et particulièrement dans les microscopes. La figure 158 montre la coupe de cet appareil.

**116. Oculaires à trois verres.** Cet oculaire employé dans certaines lunettes (spectroscopes), est une combinaison des deux précédents.

La première lentille fonctionne comme lentille de champ, et ramène l'image réelle fournie par un objectif dans le champ d'observation d'un oculaire positif.

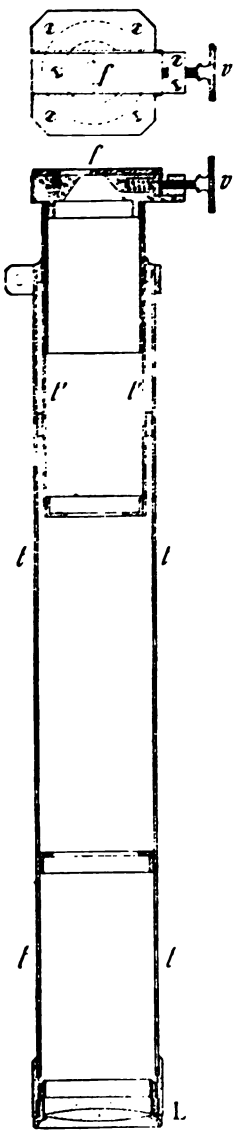


Fig. 159.

§ 3. LUNETTES ET COLLIMATEUR.

**117. Collimateur.** Cet appareil est destiné à fournir dans certains instruments un faisceau de rayons parallèles. Il se compose essentiellement d'une lentille convergente achromatique $L$, au foyer de laquelle se place une fente étroite $f$, dont on peut faire varier la largeur à l'aide de la vis $v$ (fig. 159). La lentille est fixée à l'extrémité du tube $t$ dans lequel peut glisser le tube $t'$ qui porte la fente, cette disposition permet de faire varier la distance de la fente à la lentille, et de la placer exactement au foyer principal de celle-ci. Dans des appareils un peu plus perfectionnés, ce déplacement est réalisé à l'aide d'une crémaillère.

**118. Lunette.** La théorie de cet instrument qui est très employé dans les appareils d'optique, nécessite quelques développements. Il se compose en principe de deux parties optiques distinctes, à savoir: l'objectif $L$, et l'oculaire $L'$ (fig. 160). Chacune de ces parties est en réalité composée de plusieurs lentilles, que l'on peut, en vertu de ce qui a été dit, résumer à une lentille simple, de foyer équivalent.

La lunette sert généralement à observer des objets très éloignés, dont l'objectif donne une image $A'B'$ qui vient se former dans le voisinage de son foyer principal. Cette image se trouve placée entre la lentille oculaire et son foyer principal; celle-ci en donne une image virtuelle $A''B''$, agrandie et renversée (fig. 160). Cette image est visible pour l'œil placé derrière l'oculaire,

et se forme pour lui à la distance $\delta$ minimum de vision nette. La marche des rayons dans la lunette est représentée par la figure 160.

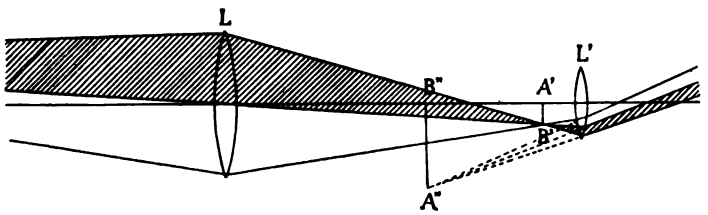



Fig. 160.

Le grossissement est toujours le rapport de la dimension apparente de l'image à celle de l'objet $AB$, ou ce qui revient au même, le rapport entre les angles $\alpha_i$ et $\alpha_0$ sous lesquels ces deux images sont vues:

$$G = \frac{\alpha_i}{\alpha_0}.$$

Comme dans la lunette ces angles ne sont pas grands, on peut les confondre avec leurs tangentes et écrire:

$$\alpha_i = \frac{A''B''}{\delta} \qquad \text{et} \qquad \alpha_0 = \frac{AB}{AL'}$$

et la longueur de la lunette étant négligeable par rapport à la distance de l'objet, on écrira:

$$\alpha_0 = \frac{AB}{AL} = \frac{A'B'}{p'},$$

$p'$ représente la distance comptée de l'objectif, au point où se forme l'image réelle de l'objet, on aura donc ensuite:

$$G = \frac{A''B''}{A'B'} \frac{p'}{\delta}.$$

Mais $\frac{A''B''}{A'B'}$ n'est pas autre chose que le grossissement de l'oculaire, et d'après les formules (a. 113, p. 111), on écrira:

$$\frac{A''B''}{A'B'} = 1 + \frac{\delta}{f}.$$

Donc

$$G = \left(1 + \frac{\delta}{f}\right) \frac{p'}{\delta}$$

ce qui peut s'écrire sous la forme:

$$G = \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{f}\right) p'.$$

Or la teneur de la parenthèse n'est autre chose que la puissance de la loupe, qui fonctionne comme oculaire; nous aurons donc $G = Pp'$.

Le grossissement d'une lunette est ainsi égal au produit de la puissance de l'oculaire par la distance $p'$ comprise entre l'image réelle de l'objet et l'objectif. Si l'objet est très éloigné, $p'$ est sensiblement égal à $f$, et on aura alors $G = P \cdot f$.

Dans les lunettes, on peut employer des oculaires variés, l'oculaire de Ramsden sera préféré lorsque la lunette est destinée à relever une direction, ce qui nécessite la présence d'un réticule ou micromètre visible en même temps que l'objet. Quand la lunette devra avoir un grand champ visuel, l'oculaire de Huygens est alors préférable.

**119. Mise au point de la lunette.** Pour que l'image d'un objet soit visible pour un observateur, l'oculaire doit avoir une position telle, que les rayons dont les prolongements forment l'image virtuelle $A''B''$ puissent parvenir à l'œil de l'observateur. L'oculaire $O$ doit pour cela occuper une certaine position, qui dépend à la fois des qualités de l'œil, et de l'éloignement de l'objet; il doit donc être mobile, et fixé à l'extrémité d'un tube $t$ que l'on peut déplacer à la main, ou par une crémaillère. Ce tube pénètre à frottement doux dans un autre tube $T$ qui porte l'objectif (fig. 161), formé d'une lentille achromatique $L$.

Si, dans la lunette, on fait usage d'un oculaire positif, le diaphragme, réticule, ou échelle graduée placés en $a\,a'$ en avant de celui-ci, doivent pouvoir se déplacer avec lui pendant la mise au point, sans changer leurs positions respectives.

**120. Champ des lunettes, diaphragmes.** Tous les points visés à travers l'oculaire dans le plan où se forme l'image, ne sont pas éclairés avec la même intensité. Dans le cas où le foyer de l'oculaire n'est pas très distant de ce plan, ce qui est réalisé dans la pratique, la clarté est sensiblement la même pour tous les points situés à l'intérieur du cercle donné par l'intersection du plan $dd'$ de l'image (fig. 162), avec le cône $lol'$ qui s'appuie sur les bords opposés de l'objectif $LL'$ et de l'oculaire $ll'$.

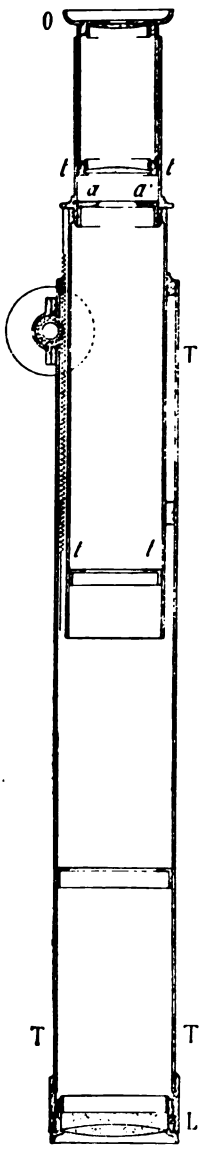


Fig. 161.

Il n'en est pas ainsi pour les points placés comme $M$ par exemple, à l'extérieur de ce cercle, qui ne peuvent transmettre à l'oculaire qu'une partie de la lumière envoyée par l'objectif. Il faut donc limiter le champ aux parties nettement visibles, ce qui se fait en plaçant dans le plan de l'image réelle un diaphragme $dd'$ d'ouverture convenable, que l'on peut toujours calculer.

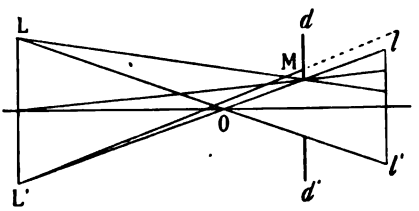


Fig. 162.

Si la lunette doit avoir un réticule, celui-ci se fixe sur le diaphragme lui-même qui lui sert alors de support.

**121. Mesure du grossissement de la lunette.** Pour mesurer le grossissement d'une lunette, on détermine, à l'aide d'un oculaire micrométrique, le diamètre de l'anneau oculaire; (on donne ce nom à l'image réelle de l'objectif que fournit l'oculaire). Si $D$ représente le diamètre de l'objectif et $d$ celui de l'anneau oculaire, on aura:

$$G = \frac{D}{d}.$$

Les objectifs et oculaires des lunettes doivent naturellement être aplanétiques et achromatiques; ils sont construits généralement avec les verres d'optique habituels, crown et flint-glass. Lorsque la lunette est destinée à l'observation des radiations ultra-violettes, qui sont absorbées par les verres ordinaires, on fait alors usage d'objectifs et oculaires en quartz.

## § 4. MICROSCOPE.[1]

**122. Marche des rayons.** Il se compose comme les lunettes, d'un objectif et d'un oculaire, mais il sert à observer des objets rapprochés, et de petite dimension. L'objectif fournit une image réelle et agrandie de l'objet, qui est alors observée par un oculaire, qui en donne une image virtuelle et agrandie à nouveau.

La fig. 163 montre la marche des rayons dans un microscope avec un oculaire négatif, qui est celui que l'on emploie le plus souvent. Le miroir $M$ envoie dans l'appareil la lumière diffuse de l'atmosphère, celle-ci traverse une lentille $C$ appelée condensateur, qui concentre sur l'objet le faisceau lumineux. L'objectif $O$, que nous pouvons supposer réduit à une simple lentille convergente, fournit de l'objet $ab$

[1] L. Dippel, Das Microscop. I. 2e édit. 1882.

une image $AB$, réelle et agrandie, qui se forme devant la lentille frontale de l'oculaire positif, ou derrière celle de l'oculaire négatif. Dans le second cas, la convergence des rayons étant modifiée par leur passage à travers la lentille de champ $L$, l'image se formera en $A'B'$. Cette image est enfin agrandie par la lentille oculaire $L'$, qui en donnera une autre virtuelle $A''B''$, à la distance minimum de vision distincte.

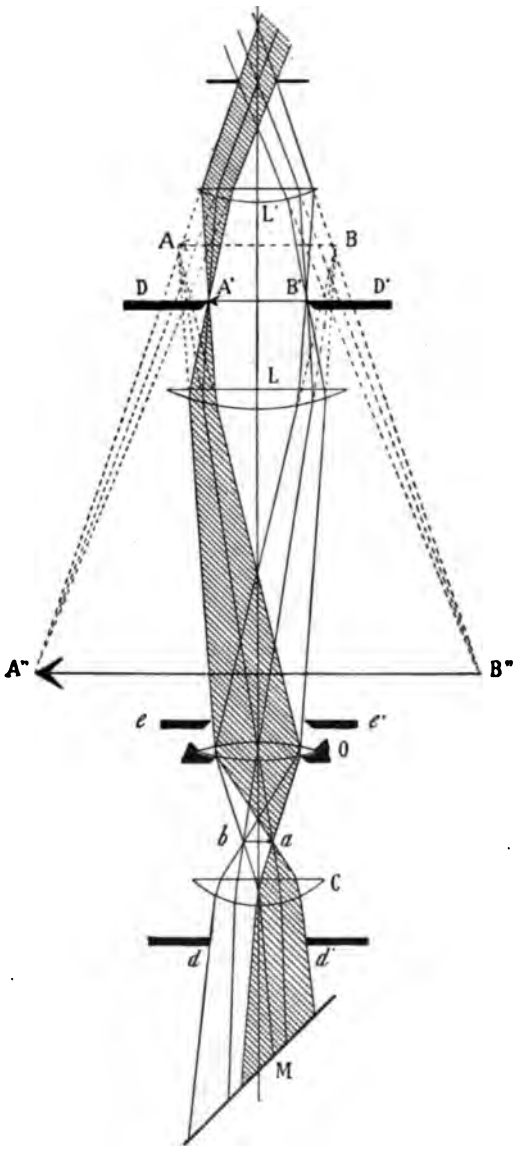


Fig. 163.

**123. Diaphragmes.** Le faisceau lumineux transmis par l'appareil et éclairant un point donné de l'objet, peut être limité selon les cas : 1° par la dimension du miroir $M$, 2° par celle $dd'$ de l'orifice situé au dessous du condensateur par lequel pénètre la lumière, 3° par celle de la lentille frontale de l'objectif, c'est le cas représenté sur la fig. **163**, 4° enfin par un diaphragme $ee'$ placé entre les lentilles de l'objectif, ou derrière celles-ci. L'image conjuguée que donne l'objectif de cet orifice a été appelée par Abbe *pupille d'entrée*, et l'image conjuguée de celle-ci fournie par l'oculaire se nomme la *pupille d'émergence*; elle se confond avec l'anneau oculaire lorsque la frontale de l'objectif limite le faisceau. La pupille de l'œil doit coïncider avec celle d'émergence pour recevoir tous les rayons du faisceau lumineux que transmet le microscope.

Pour limiter le champ aux parties nettement distinctes, on place un diaphragme $DD'$ dans le plan $AB$ de l'image conjuguée réelle si l'oculaire est positif; si au contraire on utilise un oculaire négatif, on met ce diaphragme dans le plan $A'B'$ où cette image se forme lorsque les rayons ont traversé la lentille de champ.

**124. Objectifs, ouverture numérique.** Les objectifs des microscopes doivent être aplanétiques et achromatiques, conditions qui sont réalisées

Fig. 164.

Fig. 165.

Fig. 166.

Objectifs achromatiques de la maison E. Leitz à Wetzlar.

par l'emploi de plusieurs lentilles. Ils sont achromatiques pour deux couleurs du spectre, l'orangé (raie $C$), et le bleu (raie $F$). Les fig. 164, 165, 166, empruntées au catalogue de E. Leitz, constructeur à Wetzlar, montrent plusieurs types d'objectifs achromatiques. Chaque objectif est caractérisé par sa distance focal eéquivalente $F$, et son ouverture numérique O donnée par les équations:

$$O = \sin u \quad \text{et} \quad O = n \sin u$$

pour les objectifs secs et à immersion.

$n$ représente l'indice du liquide qui baigne la lentille frontale, et $u$ la moitié de l'angle d'ouverture du système.

Cette quantité O introduite par Abbe, exprime non seulement l'ouverture de l'objectif, mais elle est encore en relation avec sa luminosité et son pouvoir résolvant, car on peut démontrer que la luminosité croît avec le carré de l'ouverture numérique.

Depuis 1886 la maison C. Zeiss[1] à Jéna, a construit, sur les indications du professeur Abbe, des objectifs dits *apochromatiques*, qui corrigent l'aberration chromatique d'une façon plus complète. Ces objectifs sont aplanétiques pour deux couleurs, et achromatiques pour trois; dans ces conditions, les spectres secondaires dûs à l'aberration de sphéricité, sont fort réduits.

[1] C. Zeiss, Mikroskope und mikroskopische Hilfsapparate. 6. Aufl. Jena 1906.

Pour certains buts spéciaux, soit pour obtenir de forts grossissements, soit aussi pour avoir à sa disposition un grand angle d'ouverture, on emploie les *objectifs dits à immersion*, dans lesquels la frontale qui est hémisphérique, baigne dans un liquide réfringent qui peut être l'eau, l'huile de cèdre, et dans certains cas l'iodure de méthylène. Lorsque l'on emploie l'huile de cèdre dont l'indice $n = 1{,}515$, l'immersion est dite homogène. L'indice du liquide est alors sensiblement égal à celui du verre de la lentille frontale de l'objectif, ainsi qu'à celui de la lamelle de verre qui recouvre la préparation.

L'ouverture numérique et par conséquent la luminosité, peuvent être accrues dans de grandes proportions par l'emploi des objectifs à immersion; la fig. 167 montre le rôle que joue le liquide, en empêchant la perte d'une partie des rayons qui passent de la préparation dans l'air sous des angles qui vont croissant, de sorte qu'ils s'écartent trop fortement de la normale, ou subissent même le phénomène de la réflexion totale.

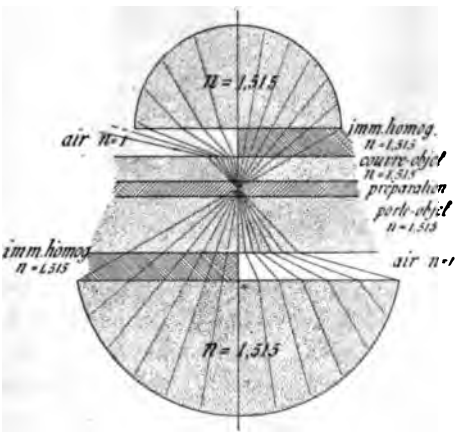


Fig. 167.

Si l'ouverture numérique de l'objectif est grande, et si on veut en tirer le meilleur profit, il faut nécessairement que celle de l'appareil d'éclairage soit la même. Dans ce but on intercale le même liquide entre la préparation et la lentille frontale du condensateur. Le tableau ci-dessous donne la valeur de l'ouverture numérique de quelques objectifs à fort grossissement, pris dans les séries de la maison Zeiss.

| | Distance focale équivalente | ouverture numérique |
|---|---|---|
| Objectif sec achromatique F | 1,8 | 0,90 |
| » à immersion à eau J | 1.8 | 1.18 |
| » à immersion homogène | 1.8 | 1.30 |
| » apochromatique | 2 | 1.40 |

Le couvre-objet qui se place au-dessus de la préparation, amène, lorsqu'on emploie les objectifs secs, une certaine aberration qui varie avec son épaisseur. Pour diminuer cette aberration, les objectifs sont munis d'une bague $R$ mobile (fig. 168), qui permet de régler l'écartement des lentilles $L_1$ et $L_2$. Cette bague de correction porte une

division en $\frac{1}{100}$ de millimètres, indiquant les épaisseurs des couvre-objets.

**125. Oculaires.** On emploie généralement comme oculaire celui d'Huygens, à cause de son champ étendu. Les oculaires du microscope portent une numérotation qui exprime leur grossissement. On se sert, avec les objectifs apochromatiques, d'oculaires négatifs compensateurs, construits de façon à corriger l'aberration chromatique qui existe dans ces objectifs, en produisant une aberration égale, mais en sens contraire.

Fig. 168. Objectif avec monture à correction de la maison C. Zeiss à Jéna.

L'oculaire et l'objectif sont placés aux deux extrémités d'un tube métallique, qui peut se mouvoir dans le sens vertical au moyen d'une crémaillère. Les faibles déplacements que nécessite la mise au point, sont obtenus au moyen d'une vis micrométrique. La longueur du tube du microscope est en général de 160 mm; cette dimension pour laquelle les objectifs sont ajustés, a été proposée par Abbe, et adoptée par la majorité des constructeurs.

**126. Grossissement.** Le grossissement du microscope est le rapport des angles $\alpha'$ et $\alpha$ sous lesquels on voit, à la distance minimum $OA''$ de vision distincte, l'image virtuelle $A''B''$, et l'objet $ab$ (fig. 169); ces angles étant très petits, peuvent se confondre avec les dimensions $A''B''$ et $ab$ de l'image et de l'objet lui-même; nous aurons donc:

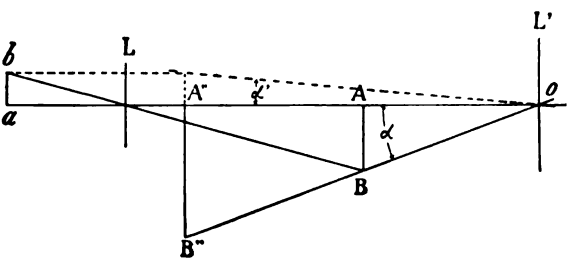


Fig. 169.

$$G = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{A''B''}{ab}.$$

Si l'on multiplie le numérateur et le dénominateur du deuxième membre par $AB$, on aura:

$$G = \frac{A''B''}{AB} \times \frac{AB}{ab}.$$

Mais $\frac{A''B''}{AB}$ n'est autre chose que le grossissement dû à l'oculaire $L'$, et $\frac{AB}{ab}$ celui produit par l'objectif $L$. Le grossissement total est donc égal au produit du grossissement de l'objectif par celui de l'oculaire.

**127. Chambre claire et mesure du grossissement.** La mesure du grossissement se fait au moyen d'une chambre claire identique à celle utilisée pour le dessin exact des préparations microscopiques. Il en existe des types variés, nous décrirons seulement celle d'Abbe construite

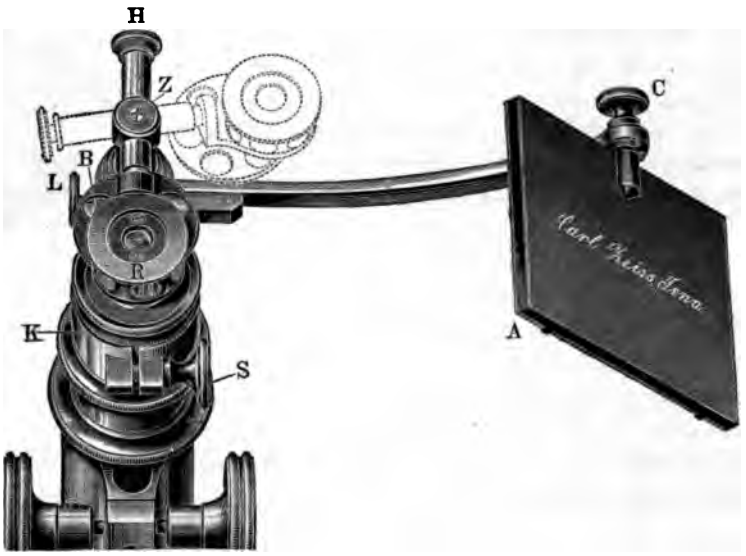



Fig. 170.

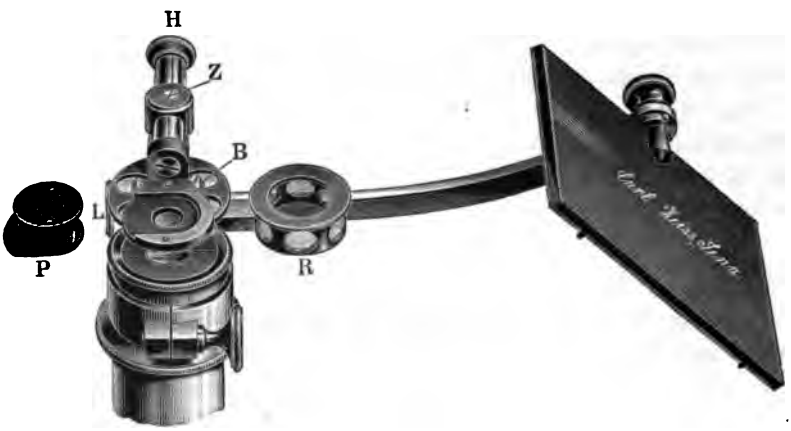



Fig. 171. Chambre claire à dessiner de la maison C. Zeiss à Jéna.

par la maison Zeiss (fig. 170, 171). Sur la lentille supérieure de l'oculaire on place un petit cube formé de deux prismes de verre à réflexion totale et contenu dans la douille $P$; la face hypoténuse du prisme supérieur est argentée, à l'exception d'un petit orifice circulaire de deux

millimètres de diamètre environ (fig. 172). Cet orifice laisse passer les rayons venant du microscope, tandis que la face argentée réfléchit les rayons qui lui sont envoyés par le miroir auxillaire $A$ (fig. 170). On peut donc voir simultanément l'image réfléchie d'une feuille de papier convenablement placée, devant le miroir $A$, et celle de l'objet mis devant l'objectif.

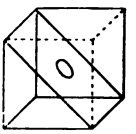


Fig. 172.

La clarté relative des deux images se règle en intercalant des petits verres enfumés placés dans la bonnette $R$ et le disque $B$.

Pour déterminer le grossissement, on se sert d'un micromètre-objectif, qui est une lame de verre sur laquelle on a gravé des traits équidistants de $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{100}$ de millimètre. On met au point cette échelle graduée, après l'avoir posée en $ab$ sur la platine du microscope (fig. 173), et par l'intermédiaire d'une chambre claire, on superpose à l'image agrandie $A''B''$ du micromètre, celle d'une autre échelle $EE'$ graduée, ou d'un papier quadrillé au millimètre, l'œil de l'observateur étant placé en $O$ au-dessus du cube d'Abbe. L'échelle de comparaison est fixée sur une table mobile de bas en haut, et doit se trouver à la même distance $oc + cd + de$ que celle $oA''$ de l'image apparente du micromètre, c'est-à-dire à 25 centimètres pour un œil normal. On trouve par tâtonnements la position que doit avoir l'échelle de comparaison, en montant ou descendant la table mobile qui la porte jusqu'au moment où les deux graduations n'éprouvent aucun mouvement relatif lorsqu'on déplace l'œil devant l'oculaire.

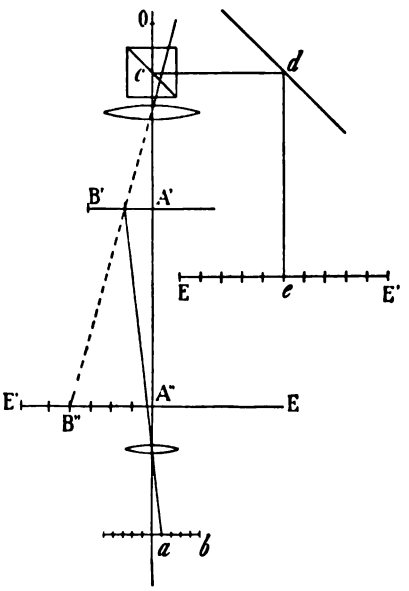


Fig. 173.

Le calcul du grossissement se fera très simplement comme suit: Supposons que $n$ divisions d'un micromètre au centième de millimètre occupent sur l'échelle de comparaison $m$ millimètres, nous aurons:

$$G = \frac{m}{n} \times 100.$$

Le grossissement d'une image dû à l'objectif seul peut s'obtenir par l'emploi d'oculaires micrométriques, qui se composent d'une

échelle gravée sur verre visible à travers un oculaire positif en même temps que l'image $A'B'$ de l'objet (si le micromètre est situé dans le plan $A'B'$). Il suffit alors d'évaluer à combien d'intervalles du micromètre oculaire correspond une division du micromètre objectif, pour en déduire facilement le grossissement du microscope si celui de l'oculaire est connu.

## § 5. OPÉRATIONS QUE L'ON PEUT EFFECTUER AU MOYEN DU MICROSCOPE ORDINAIRE.

**128. Mesure des longueurs.** Divers procédés sont en usage pour mesurer la longueur des objets sous le microscope:

a) *Au moyen de la vis micrométrique du chariot.* Ce procédé nécessite l'emploi d'une platine à chariot mobile, entraîné par une vis à pas fin et à tambour gradué. L'objet est mis sous l'objectif, et déplacé au moyen du mouvement du chariot de façon à mettre successivement ses deux extrémités en coïncidence avec l'un des fils du réticule de l'oculaire. Le déplacement imprimé, évalué sur la tête de la vis, mesure la dimension réelle de l'objet. Ce procédé ne s'applique guère qu'à des objets un peu gros, examinés à de faibles grossissements.

b) *Par le micromètre oculaire.* On utilise pour cela l'un ou l'autre des deux appareils décrits plus loin (a. 153, p. 162). Si on se sert de l'oculaire à échelle graduée, il suffit d'évaluer le nombre de divisions interceptées sur l'échelle par la longueur à mesurer. On obtient de la sorte la dimension de l'image, et non celle de l'objet. Soit $n$ le nombre de traits interceptés sur l'échelle micrométrique et $D$ la dimension de l'objet, nous aurons:

$$D = Kn.$$

$K$ représente une constante dépendant du système optique employé; elle mesure la grandeur réelle d'un objet dont l'image occupe dans l'oculaire une longueur égale à une division, et se déterminera pour chaque objectif, et pour une longueur déterminée du tube. On place pour cela un micromètre gravé sur verre, au $\frac{1}{10}$ ou au $\frac{1}{100}$ de millimètre, et l'on détermine le nombre $m$ de divisions de l'oculaire correspondant à un nombre $m'$ déterminé de divisions du micromètre objectif, nous aurons alors:

$$K = \frac{m' \times 0{,}1}{m} \quad \text{ou} \quad K = \frac{m' \times 0{,}01}{m}.$$

Avec le second système d'oculaire micrométrique à réticule mobile, on mesure la dimension de l'image par la rotation qui doit être imprimée à la vis micrométrique, pour faire coïncider successivement

le fil mobile du réticule avec les deux extrémités de l'image de l'objet placé sur la platine, et examiné avec un système optique déterminé.

Soit $N$ le nombre de divisions lu sur le tambour de la vis, on a:

$$D = KN,$$

où $K$ est une constante qui mesure la longueur qui correspond au déplacement du fil pour une division du tambour. On la détermine avec un micromètre objectif, en mesurant le nombre $M$ de divisions du tambour qui correspondent à $n$ divisions d'un micromètre au $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{100}$. On aura:

$$K = \frac{n \times 0{,}1}{M} \quad \text{ou} \quad K = \frac{n \times 0{,}01}{M}.$$

**129. Mesure des surfaces et des épaisseurs.** Elle se fera au moyen de l'oculaire planimétrique décrit plus loin (a. 154, p. 163), en comptant simplement le nombre de carrés recouverts sur l'échelle micrométrique par l'image de l'objet. Si $S$ est la surface occupée par cette image, celle $s$ de l'objet sera:

$$s = SK.$$

$K$ étant une constante pour le système optique, qui se déterminera par le micromètre oculaire comme précédemment.

Quant à la mesure des épaisseurs, elle s'obtiendra en utilisant à l'instar d'un sphéromètre la vis micrométrique du microscope, et en mettant successivement au point à l'aide d'un objectif approprié la partie supérieure et inférieure de l'objet; le déplacement qu'il a fallu communiquer au tube, mesure l'épaisseur apparente, qu'il faut corriger de la réfraction. Cette mesure est utilisée particulièrement pour l'évaluation de l'épaisseur des coupes dans la détermination de la biréfringence; elle sera décrite tout au long au plus loin.

**130. Mesure des angles plans.** Cette opération se présente fréquemment quand il s'agit de fixer l'angle que font la trace de deux clivages sur une section orientée, ou encore celui formé par les côtés qui délimitent le contour d'une section. On peut pour cela se servir de la platine tournante du microscope, et on place l'objet de façon à ce que le sommet de l'angle à mesurer coïncide avec le centre du champ. On amène alors par rotation de la platine les deux côtés de l'angle successivement en coïncidence avec l'un des fils du réticule, l'angle mesuré, ou son supplément, correspondront selon le sens de la rotation, à celui qu'il s'agit de déterminer.

On peut également utiliser pour cette opération un oculaire goniométrique à réticule mobile, et mesurer l'angle par la rotation de ce réticule évaluée sur le cercle gradué qu'il porte.

Lorsque les objets sur lesquels on veut effectuer la mesure des angles plans sont très petits, on utilise alors le procédé suivant:

Fig. 174.

On adopte un dispositif spécial (fig. 174) contenant un petit prisme biréfringent[1], monté de façon à pouvoir tourner au-dessus de l'oculaire, son déplacement étant évalué par un cercle gradué. En regardant à travers cet appareil, on voit deux images de l'objet dont il s'agit de mesurer les angles; pour une situation quelconque du prisme biréfringent, ces deux images ne coïncident pas, mais en tournant alors celui-ci, on peut amener successivement les arêtes *ab* et *bd* (fig. 175) de l'angle à mesurer à coïncider exactement pour les deux images, et l'angle *abc* dont on a tourné le prisme pour obtenir ce résultat est évidemment égal à l'angle *abd* cherché (fig. 175).

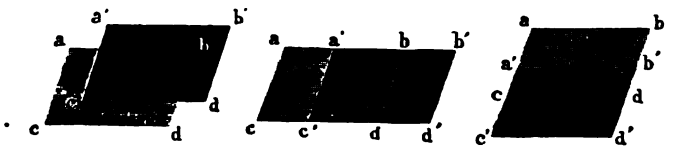



Fig. 175.

**131. Mesure des angles de cristaux microscopiques.** La mesure des angles dièdres des cristaux microscopiques est une opération délicate et d'une exactitude relative. Elle peut être effectuée par différentes méthodes qui sont les suivantes:

a) *Méthode de Wertheim.*[2] Elle consiste à déterminer la position d'un plan, qui est l'une des faces du dièdre à mesurer, par la connaissance de trois points dont on pourra fixer la position au moyen des vis de rappel d'un chariot mobile, et de la vis micrométrique du tube porte-objectif. On cherche tout d'abord sur l'une des faces du dièdre un premier point, que l'on amène au centre du champ au moyen des deux mouvements du chariot, et qu'on examine avec un objectif déterminé, en faisant une mise au point aussi bonne que possible. On note alors avec soin la position occupée par les vis du chariot et par celle de tube. On répète alors cette observation pour deux autres points situés sur la même face, et note leur situation relative par rapport au premier au moyen du même procédé. On opère exactement de la même façon pour la seconde face du dièdre, en fixant

[1] Leeson, Chem.-Soc. Mem. and Proc. 3. 1845—48, 550—552.
[2] G. Wertheim, Sitzungsber. d. Akad. Wien 45, 2. Abt. 1862, 157—170.

comme précédemment, la situation de deux autres points relativement à un premier servant d'origine.

Les deux plans passant par ces six points forment entre eux un angle qu'il est aisé de calculer par les données recueillies. Si $a$, $b$, $c$ sont les trois premiers points et $(x_1 y_1 z_1)$, $(x_2 y_2 z_2)$, $(x_3 y_3 z_2)$ leurs coordonnées, l'équation du plan sera:

$$Ax + By + Cz = D$$

avec

$$\begin{aligned} A &= y_1 (z_2 - z_3) + y_2 (z_3 - z_1) + y_3 (z_1 - z_2), \\ B &= z_1 (x_2 - x_3) + z_2 (x_3 - x_1) + z_3 (x_1 - x_2), \\ C &= x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2). \end{aligned}$$

Pour le second plan, nous aurions de même:

$$A'x + B'y + C'z = D,$$

avec $(x_4 y_4 z_4)$, $(x_5 y_5 z_5)$ et $(x_6 y_6 z_6)$ comme coordonnées et de même:

$$\begin{aligned} A' &= y_4 (z_5 - z_6) + y_5 (z_6 - z_4) + y_6 (z_4 - z_5), \\ B' &= z_4 (x_5 - x_6) + z_5 (x_6 - x_4) + z_5 (x_4 - x_5), \\ C' &= x_4 (y_5 - y_6) + x_5 (y_6 - y_4) + x_6 (y_4 - y_5). \end{aligned}$$

On peut alors former les équations des faces, et déduire l'angle de leurs normales qui est donné par la formule:

$$\cos \alpha = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

Cette méthode est d'autant plus exacte que le grossissement employé est plus fort.

b) *Méthode de M. Thoulet.*[1] C'est une modification de la méthode précédente. M. Thoulet place le cristal d'une manière quelconque sur un porte-objet; il choisit sur l'arête du dièdre deux points $a$ et $b$ et deux autres $c$ et $d$ situés chacun sur l'une des faces du dièdre. Sans changer la position du cristal, il met successivement au point $a$, $b$, $c$ et $d$, en lisant la position de la vis micrométrique. A l'aide de la chambre claire, il dessine ensuite le cristal sur un papier, et fixe la position sur le dessin de $a$, $b$, $c$, $d$ qu'il réunit par des droites. Il obtient de la sorte la projection d'un tétraèdre, dont les sommets sont les quatre points en question, et il est dès lors aisé de déterminer la longueur apparente des côtés en projetant au moyen d'une chambre claire l'image d'un micromètre que l'on dessine également sur le même papier; il est clair que la division du micromètre doit être identique à celle de la vis micrométrique du microscope, une division du tambour correspondant à une division du micromètre. La longueur des

[1] T. Thoulet, Bull. soc. minér. de Fr. I. 1878, 68.

côtés, ainsi que la différence de hauteur des points *a*, *b*, *c*, *d* sont les côtés de triangles rectangles, dont les hypoténuses mesurent la longueur des arêtes du tetraèdre construit sur les points relevés. Il sera aisé, celles-ci connues, de calculer le dièdre dont *ab* forme l'arête.

c) *Méthode de Bertrand.*[1] Bertrand a indiqué le procédé ingénieux suivant qui permet de mesurer avec une exactitude assez grande les angles des faces sur de très-petits cristaux. Il se sert pour cela d'un cube de verre bien dressé, qu'il fixe sur la platine du microscope, en disposant ses arêtes parallèles au mouvement des chariots. Le cristal est placé sur la face supérieure, et maintenu au moyen d'un peu de cire (fig. 176). La méthode consiste à déterminer les positions des traces des faces du cristal sur celles du cube, par rapport aux arêtes de celui-ci; on obtient ainsi le nombre d'angles nécessaires pour calculer la valeur du dièdre cherché. Pour exécuter ces mesures, après avoir placé le cube et le cristal comme il vient d'être indiqué, on dispose en avant du microscope et dans le plan passant par le fil Nord-Sud du réticule, un diaphragme percé d'une fente aussi haute que possible, donnant passage à des rayons situés dans le plan vertical. Si on fait alors tourner la platine, on verra la face cristalline vivement éclairée lorsque le plan mené par l'axe du microscope et la fente lumineuse contiendra sa normale (si bien entendu, la fente possède une longueur suffisante). On amène alors l'une des arêtes du cube parallèle au fil (Est-Ouest) du réticule, puis on tourne la platine jusqu'à ce que la face *a* du cristal soit éclairée. La rotation mesure alors l'angle de la trace *aa'* avec l'arête. On répète la même opération pour la face *b*, et on relève de la même façon la trace de l'arête *bb'*. Puis sans déranger le cristal, on retourne le cube pour le placer sur la face normale à l'axe *x* (fig. 176) ou *y*, et l'on relève de même la direction des deux traces sur ces plans.

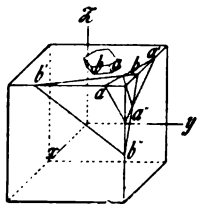


Fig. 176.

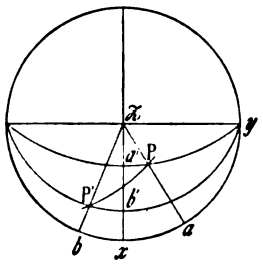


Fig. 177.

Pour calculer le dièdre qu'elles forment construisons d'abord une perspective stéréographique, et menons par les pôles *P* et *P'* des faces *a* et *b* des plans passant par *z* (fig. 177); leurs traces *za* et *zb* sont perpendiculaires à

[1] Em. Bertrand, Compt. rend. Acad. scienc. Paris 85, 1877, 1175, et Bull. soc. minér. d. Fr. 1. 1878, 22, 26.

celles des deux faces $a$ et $b$ sur le plan $y$, $x$. Si l'on fait de même pour l'axe $y$, nous aurons $a'$ et $b'$ les pôles des perpendiculaires aux traces des faces $ab$ sur le plan $zx$.

Dans le triangle rectangle $zPa'$ ou $a'z$ et $ax$ se déduisent des mesures, on a:

$$\operatorname{tang} Pz = \frac{\operatorname{tang} a'z}{\cos ax}$$

et dans le triangle $zPb'$ ou $b'z$ et $bx$ se déduisent également des mesures:

$$\operatorname{tang} P'z = \frac{\operatorname{tang} b'z}{\cos bx}.$$

Ces formules permettent de calculer les côtés $Pz$ et $P'z$ du triangle sphérique $PzP'$, où l'on connaît en outre l'angle $zPP' = ax + bx$, et dans lequel on calcule enfin l'arc $PP'$ qui mesure l'angle cherché.

Pour déterminer avec plus de précision la position de la face éclairée du cristal, Bertrand a construit un oculaire spécial, qui n'est autre chose qu'un oculaire négatif ordinaire, dans lequel il place un cylindre de flint de 6 cent. de hauteur, partagé en deux parties égales dans le sens de sa longueur. Entre les deux demi-cylindres ainsi obtenus, il colle, à l'aide du baume de Canada, une lame de crown à faces parallèles. Les deux bases du cylindre sont bien dressées, normales sur l'axe, et la face supérieure est placée dans le plan où se met habituellement le diaphragme. Le champ de l'instrument est uniformément éclairé lorsque le rayon entre parallèlement, ce qui est le cas lorsque l'une des faces du cristal se trouve au maximum d'éclairement; les traces des plans de collage apparaissent alors comme deux fines lignes noires parallèles. La moindre rotation du cristal fera disparaître cette uniformité par suite de la réflexion totale qu'éprouvent les rayons qui entrent alors obliquement; la section de crown devient obscure, et le flint seul est éclairé. On arrive avec ce dispositif à une approximation de 6′ à 7′, et on peut opérer sur des cristaux de très petite dimension.

# CHAPITRE VII.

# LES APPAREILS DE POLARISATION.

§ 1. Moyens d'obtenir de la lumière polarisée et polariseurs divers. § 2. Marche de la lumière à travers deux prismes de NICOL. § 3. Microscopes polarisants. § 4. Microscopes polarisants pour les recherches pétrographiques. § 5. Systèmes optiques employés dans les microscopes polarisants pour recherches pétrographiques. § 6. Réglage du microscope polarisant.

## § 1. MOYENS D'OBTENIR DE LA LUMIÈRE POLARISÉE ET POLARISEURS DIVERS.

**132. Polarisation par réflexion.** On peut polariser la lumière par réflexion, réfraction et double réfraction. Pour polariser la lumière par réflexion, il suffit de faire tomber un rayon lumineux sur un miroir de verre noir, incliné de telle manière que ce rayon incident arrive sous l'angle de polarisation. Cet angle est celui pour lequel le rayon réfléchi est totalement polarisé, ce qui a lieu quand ce dernier est perpendiculaire sur le rayon réfracté. L'angle de polarisation est lié à l'indice de réfraction du verre formant le miroir, nous aurons en effet (fig. 178):

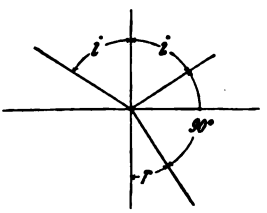


Fig. 178.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

mais si $i$ devient égal à l'angle de polarisation

$$(i + r) = 90^\circ$$

et

$$\sin r = \cos i$$

donc enfin

$$\operatorname{tang} i = n.$$

On voit ainsi que la tangente de l'angle de polarisation est égale à l'indice de réfraction, et comme ce dernier est supérieur à 1, cet angle sera toujours plus grand que 45°.

**133. Polarisation par double réfraction.** Nous avons vu qu'un cristal de spath décompose un rayon incident en deux rayons ordinaire et extraordinaire, polarisés à angle droit. L'énergique double réfraction du spath amène la séparation de ces deux rayons à leur sortie, de sorte que l'un ou l'autre peut être recueilli, et fournit de la lumière polarisée perpendiculairement ou parallèlement à la section principale. Ce procédé présente l'inconvénient d'exiger pour son application de gros cristaux de calcite, afin que les deux rayons soient suffisamment

écartés; il n'est généralement pas utilisé pour la construction des instruments de polarisation.

**134. Prisme de Nicol.**[1] On donne le nom de prisme de Nicol ou simplement *nicol*, à un cristal de spath d'Islande scié en deux parties qu'on polit, puis recolle ensemble avec du baume de Canada. La section $AC$ (fig. 179) est disposée de façon à produire l'élimination du rayon ordinaire par réflexion totale, tandis que le rayon extraordinaire est intégralement transmis, lorsqu'un rayon incident quelconque, comme $SO$, pénètre dans le prisme.

Soit $ABCD$ une section principale du spath (fig. 179), et $AC$ la trace de la lame de baume réunissant les deux moitiés recollées, le plan passant par $AC$ est normal à la section $ABCD$. Les indices de réfraction du spath sont:

pour le rayon ordinaire $n_0 = 1.6585$
» » » extraordinaire $n_e = 1.4864$
l'indice du baume de canada $n = 1.548$.

Le rayon ordinaire subira la réflexion totale si la condition

(1) $$n_0 \sin\theta_0 = n$$

est remplie. Or on voit sur la figure que

(2) $$\theta_0 + r_0 = A$$

en désignant par $A$ l'angle $BAC$.

D'autre part comme on a:

(3) $$\frac{\sin i}{\sin r_0} = n_0,$$

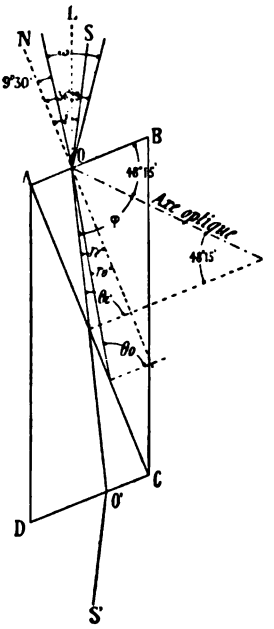


Fig. 179.

le calcul montrerait que l'angle $BAC$ doit être d'au moins de 80°, pour que le rayon ordinaire puisse se réfléchir totalement; dans la pratique cet angle est droit. La droite $AD$ est la projection d'une arête culminante du rhomboèdre, tandis que $AB$ est la trace d'une face artificielle qui fait avec $AD$ un angle de 112°.

On appelle «*ouverture du nicol*» celle du cône qui contient les rayons incidents pour lesquels l'élimination du rayon ordinaire est possible, sans entraîner également celle du rayon extraordinaire par réflexion totale.

[1] W. Nicol, Edimb. new phil. Journal 6. 1828, p. 83; 27. 1839, p. 332. Sparsky, Pogg. Ann. 44. 1838, 168. Radicke, Pogg. Ann. 50. 1840, 25. K. Feussner, Zeitschr. f. Instrum. 4. 1884, p. 41.

L'angle limite $\theta_o$ pour lequel la réflexion totale du rayon ordinaire aura lieu se tire de la formule (1):

$$\sin\theta_o = \frac{n}{n_o} = \frac{1.548}{1.6585}$$

d'où

$$\theta_o = 68^\circ\ 58'.$$

Comme l'angle $A = 90^\circ$, on aura d'après (2):

$$r_o = 21^\circ\ 2'.$$

Et enfin en tenant compte de (3), on trouve:

$$\sin i = n_o \sin 21^\circ\ 2'$$
$$i = 36^\circ\ 29'.$$

La direction d'allongement $OL$ du nicol faisant avec la normale $ON$ à la face $AB$ un angle de 22°, le rayon incident $SO$ fera avec cette direction un angle

$$\alpha = 14^\circ\ 29'.$$

Les rayons incidents pour lesquels la réflexion totale du rayon ordinaire est possible, devront donc faire au maximum un angle de 14° 29′ avec l'axe du nicol, du côté de l'angle aigu $ABC$.

Il s'agit maintenant de faire la même recherche pour le rayon extraordinaire, qui subira la réflexion totale lorsque la condition

(4) $$n = v \sin\theta_e$$

sera réalisée.

$\theta_e$ représente l'angle compris entre la normale à l'onde extraordinaire et celle à la surface de séparation, lorsque le rayon extraordinaire est totalement réfléchi, $v$ est l'inverse de la vitesse de propagation de l'onde correspondante, cette quantité peut se déduire de l'ellipsoïde inverse ou de la surface des vitesses normales, et a pour valeur:

(5) $$v = \frac{1}{\nu} = \frac{\sqrt{n_e^2 \cos^2\varphi + n_o^2 \sin^2\varphi}}{n_e n_o}$$

où $\varphi$ est l'angle compris entre la normale à l'onde et l'axe optique du spath, qui fait avec $AB$ un angle de 48° 15′ et avec l'arête $AD$ du rhomboèdre un angle de 63° 45′,

$$\varphi = 41^\circ\ 45' + (90 - \theta_e).$$

Mais le complément de $\theta_e$ représente l'angle compris entre la normale à l'onde et celle à la face $AB$, on peut donc poser:

(6) $$\varphi = 41^\circ\ 45' + r_e.$$

$r_e$ est lié à l'angle $i$ d'incidence par la relation:

$$\frac{\sin i}{\sin r_e} = \frac{1}{\nu}. \tag{7}$$

Ces quatre dernières équations permettent de calculer $\nu$ et $\varphi$, leur résolution directe est compliquée, mais on peut obtenir ces deux valeurs par le procédé suivant: éliminons $\frac{1}{\nu}$ entre (4) et (5) en remarquant de plus que

$$\theta = 131^\circ\ 45' - \varphi;$$

nous obtiendrons:

$$\frac{n^2}{n_0^2} = \sin^2 (135^\circ\ 45' - \varphi) - n^2 \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right) \sin^2 \varphi,$$

dans cette expression

$$\frac{n^2}{n_0^2} = 0{,}87119 \qquad \text{et} \qquad n^2 \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right) = 0{,}21341.$$

Il suffit de procéder par tâtonnements, et rechercher la valeur de $\varphi$ qui pourrait satisfaire à l'équation. On trouverait de la sorte:

$$\varphi = 47^\circ\ 53' \qquad \text{et} \qquad \nu = 1{,}5569.$$

L'équation (7) fournira enfin la valeur de $i$, et nous aurons:

$$i = 9^\circ\ 30'.$$

Comme l'arête d'allongement du nicol fait avec la normale à $AB$ un angle de 22° (fig. 179) le rayon incident fera avec cette direction un angle $\alpha = 12^\circ\ 26'$.

Si nous comparons cette valeur avec celle obtenue pour le rayon ordinaire, nous constatons que les rayons incidents sont situés à peu près symétriquement de part et d'autre de l'arête d'allongement du prisme de nicol et que l'ouverture de celui-ci est d'environ 27°. De plus sur la fig. 179, il est facile de se rendre compte que cette ouverture ne s'étend pas à toutes les parties de la face terminale $AB$, car le champ subit un déplacement et se trouve rejeté par la réfraction du côté de l'angle obtus $A$.

MM. Steeg et Reuter à Hombourg construisent également des prismes analogues à ceux de Nicol, mais qui ont leurs faces terminales parallèles aux plans de clivage du rhomboèdre. La section fait avec celles-ci un angle de 84° au lieu de 90°. Le prisme obtenu de la sorte est un peu plus court que celui de Nicol (la longueur est à peu près 2,83 fois la largeur); le baume de Canada est remplacé par celui de copahu; l'ouverture de ces prismes est de 24° environ.

La même maison livre également des nicols dont les faces terminales sont normales sur les faces verticales, qui sont elles-même des plans de clivage du rhomboèdre. La section fait un angle de 75° avec ces faces terminales, et la longueur comporte 3,75 fois la largeur. Le champ visuel est de 27°, il est symétrique par rapport à la direction du nicol lorsque le ciment qui réunit les deux moitiés possède un indice de 1,528.

**135. Prisme de Foucault.**[1] La couche de baume de Canada du nicol est remplacée ici par une lame d'air (fig. 180), ce qui permet de réduire considérablement la longueur du prisme qui atteint seulement 1,5 de la largeur. Les faces terminales et latérales sont parallèles aux clivages du rhomboèdre, et la section fait un angle de 59° avec la base. Les formules développées précédemment montrent que le champ de l'appareil ne dépasse pas 8°, ce qui n'en permet l'emploi qu'avec des faisceaux lumineux presque parallèles.

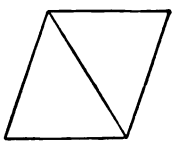


Fig. 180.

**136. Prismes de Hartnack-Prazmowsky**[2] **et Thompson.** Ces primes sont taillés de façon à réaliser un angle d'ouverture aussi grand que possible; le problème a été traité complètement par M. Feussner[3] qui l'a posé comme suit: Quelle est la direction qu'il faut donner à la section suivant laquelle le spath doit être scié, et quelle doit être celle de la face terminale, pour obtenir l'ouverture maxima du prisme? Si l'on se reporte à ce que nous avons dit à propos du nicol, on voit que pour que l'ouverture soit la plus grande possible, il faut que la différence entre les angles limite $\theta_e$ et $\theta_o$ atteigne la valeur maximum qu'elle peut avoir dans le spath; nous aurons d'abord, pour le rayon ordinaire:

$$n_o \sin\theta_o = n$$

et pour le rayon extraordinaire

$$\nu \sin\theta_e = n$$

où $\frac{1}{\nu}$ est, comme on le sait, la vitesse normale de propagation d'une onde extraordinaire qui fait avec l'axe optique un angle $\varphi$,

$$\frac{1}{\nu} = \frac{\sqrt{n_e^2 \cos^2\varphi + n_o^2 \sin^2\varphi}}{n_e n_o}.$$

[1] L. Foucault, Compt. rend. Acad. scienc. Paris 45. 1857, p. 238. Pogg. Ann. 102. 1857, p. 642.

[2] Hartnack und Prazmowsky, Ann. de chimie et phys., sér. 4, t. 7, 1866, p. 181. Pogg. Ann. 127. 1866, p. 494. Carl's Repert. 1. 1866, 325, 2. 1867, 217.

[3] K. Feussner, Zeitschr. f. Instrum. 4. 1884, p. 45.

De ces trois équations on tire:

$$\theta_e - \theta_o = \text{arc sin}\, n \frac{\sqrt{n_e^2 \cos^2\varphi + n_o^2 \sin^2\varphi}}{n_e n_o} - \text{arc sin}\, \frac{n}{n_o}.$$

La différence $\theta_e - \theta_o$ devient maximum avec le premier terme du deuxième membre, car arc sin $\frac{n}{n_o}$ est constant. Il est aisé de voir, que ce maximum est réalisé quand $\varphi = 90°$, c'est-à-dire quand l'axe optique est perpendiculaire sur la direction de propagation de l'onde extraordinaire, la formule précédente se réduit alors à:

$$\theta_e - \theta_o = \text{arc sin}\, \frac{n}{n_e} - \text{arc sin}\, \frac{n}{n_o}.$$

Si l'on choisit l'indice du ciment de façon à ce qu'il soit égal à l'indice extraordinaire $n_e$ du spath (on emploie dans ce but l'huile de lin épaissie dont l'indice $n = 1{,}48$ environ), $\theta_e - \theta_o$ prend alors la valeur:

$$\theta_e - \theta_o = 90° - \text{arc sin}\, \frac{n}{n_o}$$

d'où

$$\theta_e = 90°$$
$$\theta_o = 53°\ 38'.$$

La normale à l'onde extraordinaire ainsi que le rayon correspondant seront parallèles à la surface de séparation, et le rayon ordinaire fera avec celle-ci un angle $\theta_e - \theta_o = 26°\ 22'$.

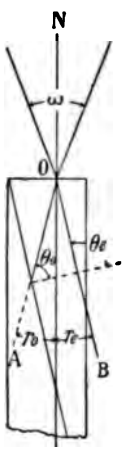


Fig. 181.

Il est possible maintenant de trouver la direction de la face terminale, dont la normale $ON$ doit faire des angles égaux $i_o$ et $i_e$ (fig. 181) avec les rayons incidents qui donneraient les rayons ordinaire $OA$ et extraordinaire $OB$ subissant la réflexion totale. En appelant $r_o$ et $r_e$ les angles que ces derniers font avec la normale à la face en question, nous devrons avoir:

$$i_o = i_e \quad \text{et} \quad n_o \sin r_o = n_e \sin r_e$$

de plus

$$r_o + r_e = 26°\ 22',$$

$OB$ étant parallèle à la surface de séparation;

$$\sin r_e = \frac{n_o}{n_e} \sin(26°\ 22' - r_e).$$

Développant le binôme du second membre il vient enfin:

$$\text{tang}\, r_e = \frac{n_o \sin 26°\ 22'}{n_e + n_o \cos 26°\ 22'}.$$

Le calcul effectué donne:

$$r_e = 13^\circ\, 55', \qquad r_o = 12^\circ\, 27'.$$

Ces angles sont ceux que font les deux rayons ordinaire et extraordinaire avec la normale à la face terminale du prisme: comme d'après ce qui vient d'être dit, le rayon extraordinaire doit se propager parallèlement au plan qui partage le spath, la face terminale devra faire avec ce plan un angle $\alpha$ qui sera:

$$\alpha = 90^\circ - 13^\circ\, 55' = 76^\circ\, 5'$$

et l'ouverture $\omega$, qu'il est alors aisé de calculer, sera $41^\circ\, 54'$. Quant à la longueur du prisme elle sera 4,04 fois la largeur.

On arriverait au même résultat en taillant, comme l'a fait Thompson (fig. 182), un prisme de spath de façon à ce que l'axe optique soit parallèle au plan de séparation, tout en étant perpendiculaire à l'axe du prisme. En outre on trouve dans le commerce des prismes de Hartnack-Prazmowsky ou de Thompson, collés au baume de Canada au lieu d'huile de lin, leur ouverture est alors un peu plus faible.

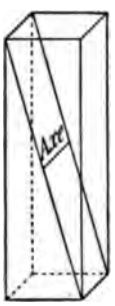


Fig. 182.

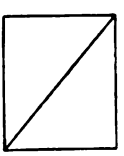


Fig. 183.

**137. Prisme de Glan**[1]. Dans ce prisme comme dans celui de Foucault, les deux fragments de spath sont séparés par une couche d'air, mais l'axe optique est orienté comme dans le prisme de Thompson (fig. 183). Les faces terminales sont perpendiculaires aux arêtes verticales du prisme et font avec le plan de recollement un angle de $39^\circ\, 43'$. La longueur est le 0,831 de la largeur, l'ouverture est de $8^\circ$ au plus.

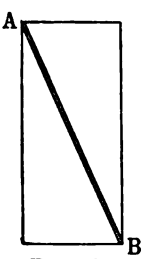


Fig. 184.

**138. Prismes de Feussner**[2]. M. Feussner a proposé de construire des prismes de polarisation au moyen d'une lame de calcite intercalée entre deux prismes de verre (fig. 184), dont l'indice de même que celui du ciment transparent, doivent être égaux à $n_o$ du spath. L'orientation de la lame est telle que la section principale du spath coïncide avec un plan normal à la section $AB$ du prisme passant par l'arête verticale. Pour obtenir l'angle maximum d'ouverture, l'inclinaison de la section $AB$ sur les faces terminales doit être:

$$90^\circ - \frac{1}{2} \arccos \frac{n_e}{n_o}.$$

[1] P. Glan, Carl's Repert. 16. 1880, p. 571 et 17. 1881, p. 195.
[2] K. Feussner, loc. cit.

Dans ces conditions, le rayon ordinaire passe sans réfraction ni réflexion, tandis que l'extraordinaire est alors éliminé. L'ouverture de l'appareil augmente avec l'écart qui existe entre les indices principaux du corps biréfringent; c'est la raison pour laquelle M. Feussner emploie du nitrate de soude, isomorphe de la calcite, pour lequel $n_o = 1{,}587$ et $n_e = 1{,}336$. L'ouverture devient dans ces conditions de 56° contre 44° avec la calcite; la longueur du prisme se réduit également.

**139. Prisme d'Ahrens**[1]. Cet appareil possède un grand angle d'ouverture qui atteint 60°, pour une longueur relativement faible. Il est formé de trois prismes de calcite (fig. 185) collés ensemble, les deux extrêmes ont leur axe optique perpendiculaire au plan de figure, tandis que dans celui du milieu, cet axe compris dans ce plan bissèque l'angle entre ces deux faces.

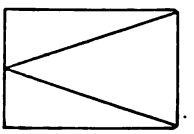


Fig. 185.

**140. Tableau résumant les propriétés des divers polariseurs.** Le tableau suivant, que nous empruntons au travail de M. Feussner, résume les caractères des divers appareils de polarisation.

| | Angle d'ouverture | Inclinaison de la section sur l'axe vertical | Rapport de la longueur au diamètre |
|---|---|---|---|
| 1° Prisme de Nicol . . . . . | 29° | 22° | 3.28 |
| 2° Prisme de Nicol de longueur réduite | | | |
| a) collé au baume de Canada . . | 13° | 25° | 2.83 |
| b) » » » » Copahu . . | 24° | 25° | 2.83 |
| 3° Prisme de Nicol avec faces terminales normales aux arêtes verticales | | | |
| a) collé au baume de Canada. . . | 20° | 15° | 3.73 |
| b) » avec un ciment d'indice 1.525 | 27° | 15° | 3.73 |
| 4° Prisme de Foucault . . . . . | 8° | 40° | 1.528 |
| 5° Prisme d'Hartnack-Prazmowsky. . | 35° | 15°9 | 3.51 |
| id. d'ouverture maxima . . . . . | 41°9 | 13°9 | 4.04 |
| id. » 30° . . . . . | 30° | 17°4 | 3.19 |
| id. » 20° . . . . . | 20° | 20°3 | 2.70 |
| 6° Prisme de Glan . . . . . | 7°9 | 50°3 | 0.831 |
| *Prismes de M. Feussner:* | | | |
| 1° à lame de calcite, ouverture maxima | 44° | 13°2 | 4.26 |
| 2° » » » » » de 30°. | 30° | 17°4 | 3.9 |
| 3° » » » » » de 20°. | 20° | 20°3 | 2.70 |
| 4° à lame de nitrate de soude, ouverture maxima . . . . . | 54° | 16°7 | 3.53 |
| 5° id., ouverture de 30° . . . . . | 30° | 24° | 2.25 |
| 6° id., » de 20° . . . . . | 20° | 27° | 1.96 |

[1] Ahrens, Phil. Magaz. (5), 19. 1885, p. 69—70.

Dans ce tableau, la longueur est celle de la projection sur l'axe vertical de la plus grande diagonale de la section principale, le diamètre est celui d'un cylindre engendré par la rotation de la section principale autour de l'axe du prisme.

## § 2. MARCHE DE LA LUMIÈRE A TRAVERS DEUX PRISMES DE NICOL.

**141. Cas où les sections principales font entre elles un angle quelconque.** Soit (fig. 186) les sections normales de deux prismes de polarisation quelconques, que pour les besoins de la démonstration nous figurons l'un à côté de l'autre, quoiqu'en réalité ils soient superposés et traversés par un rayon lumineux qui serait normal au plan du dessin. Le premier prisme s'appelle polariseur $P$, le second analyseur $A$; les sections principales des deux appareils sont figurées par leurs traces $PP'$ et $AA'$; nous supposerons qu'elles font entre elles un angle $\alpha$ quelconque. La vibration extraordinaire d'amplitude $a$ qui seule sort du polariseur lorsque celui-ci est traversé par un rayon incident, va se décomposer dans l'analyseur en deux nouvelles vibrations d'amplitudes $b$ et $c$, parallèle et perpendiculaire à la section principale $AA'$ de l'analyseur. La vibration ordinaire $c$ est éliminée par réflexion totale, tandis que la vibration extraordinaire $b$ est intégralement transmise.

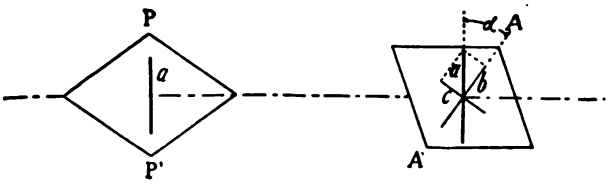


Fig. 186.

L'intensité lumineuse $I'$ du rayon émergent sera proportionnelle au carré de l'amplitude de la vibration qui passe, et on pourra poser:

$$I' = b^2 = a^2 \cos^2\alpha.$$

Mais $a^2$ n'est autre chose que l'intensité $I$ du rayon transmis par le premier prisme, nous aurons donc:

$$I' = I \cos^2\alpha.$$

**142. Sections principales parallèles ou perpendiculaires.** Si maintenant on fait tourner l'analyseur en laissant le polariseur fixe, l'angle $\alpha$ varie; lorsque $\alpha = 0$ ou $n\pi$, c'est-à-dire lorsque les sections principales $AA'$ et $PP'$ des deux nicols sont parallèles,

$$I' = I$$

la vibration extraordinaire $a$ sortie du polariseur étant parallèle à la section principale de l'analyseur, se comporte dans celui-ci comme

une vibration extraordinaire, qui ne subissant aucune décomposition nouvelle est transmise intégralement; la lumière traverse donc l'analyseur (fig. 187).

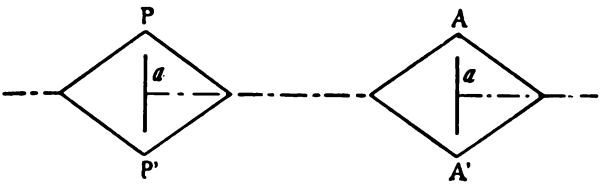



Fig. 187.

Si au contraire $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, etc., c'est-à-dire si les sections principales $AA'$ et $PP'$ sont perpendiculaires, la vibration extraordinaire $a$ sortie du polariseur est alors normale à la section principale de l'analyseur, et s'y comporte comme une vibration ordinaire $b$ totalement éliminée par le nicol lui-même; dans ces conditions: $I' = 0$.

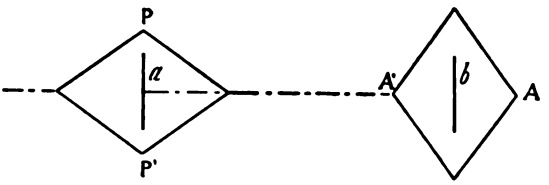



Fig. 188.

Aucune lumière ne traverse l'analyseur, et les deux nicols sont dits croisés ou placés à l'extinction (fig. 188).

## § 3. MICROSCOPES POLARISANTS.

**143. Microscope à lumière parallèle ou orthoscope.** Pour les travaux minéralogiques et pétrographiques, on se sert de microscopes spéciaux, construits sur le même principe que le microscope ordinaire, mais dans lesquels on intercale un polariseur et un analyseur sur le trajet des rayons lumineux, le premier au-dessous de l'objectif, le second entre l'objectif et l'oculaire ou au-dessus de celui-ci. La platine de ces appareils est tournante et graduée; quant au dispositif optique, il est tel que les rayons lumineux à leur sortie du polariseur traversent la préparation sous forme d'un faisceau parallèle, ou au contraire sous forme d'un faisceau convergent. Les appareils qui réalisent la première disposition sont appelés microscopes à lumière parallèle ou orthoscopes, les seconds sont désignés sous le nom de microscopes à lumière convergente ou conoscopes.

Le microscope à lumière parallèle réduit à sa plus simple expression, se compose des pièces essentielles suivantes (fig. 189):

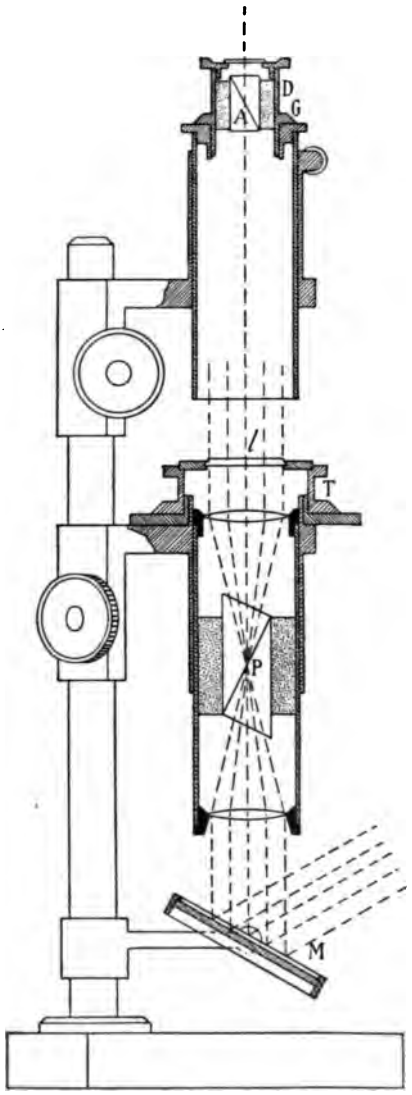



Fig. 189.

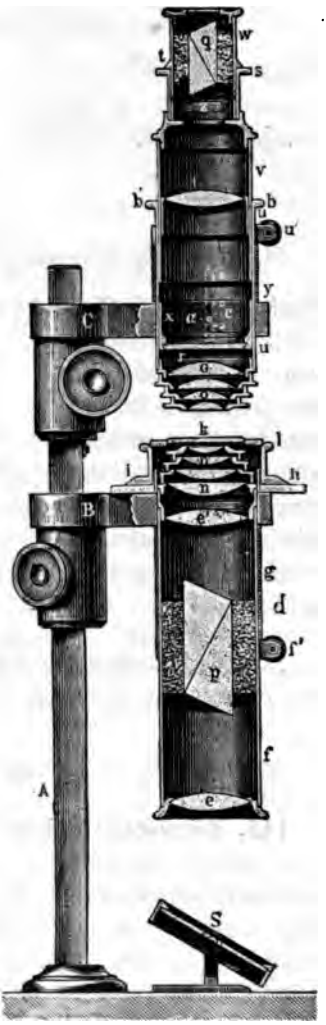



Fig. 190. Conoscope.
(Maison R. Fuess à Berlin.)

a) d'un polariseur quelconque *P*, nicol, miroir etc.

b) d'un appareil d'observation consistant en un simple œilleton qui supporte un analyseur *A* monté dans une douille *D* munie d'un cercle gradué *G* de façon à pouvoir tourner. Dans les systèmes plus perfectionnés,

cet œilleton peut être remplacé par un tube de microscope portant objectif et oculaire, au-dessus duquel se place généralement l'analyseur.

c) D'une platine tournante *T* graduée, servant à supporter les préparations à examiner (fig. 189) qui se placent sur la lame de verre *l*.

La lumière diffuse de l'atmosphère est réfléchie par le miroir *M* dans la direction de l'axe de l'appareil, elle traverse le polariseur qui est placé entre deux lentilles convergentes dont les foyers coïncident, ce qui réalise un système afocal. Tous les rayons qui traversent ensuite la préparation sont parallèles, à leur sortie ils sont repris par l'un des appareils d'observation indiqués précédemment, et arrivent dans l'œil de l'observateur après avoir traversé l'analyseur. Si l'appareil d'observation est un microscope, on observera l'image agrandie de l'objet qui sera vu en lumière polarisée parallèle.

**144. Microscope à lumière convergente ou conoscope.**[1] Dans cet instrument (fig. 190) le polariseur *P* est surmonté d'un système de lentilles *n* appelé condensateur, destiné à faire converger les rayons lumineux dans la plaque à examiner. Ces rayons se réunissent au foyer principal du condensateur, puis divergent ensuite, et sont alors repris par un autre système semblable qui constitue l'objectif *o*. Celui-ci doit nécessairement être à court foyer pour réaliser une grande ouverture et pouvoir transmettre la majeure partie du faisceau de rayons provenant du condensateur. Les rayons sortant de l'objectif sont repris par un lentille *t* ou un autre système optique qui les transmet à l'œil de l'observateur, après les avoir fait passer au travers d'un analyseur *q*.

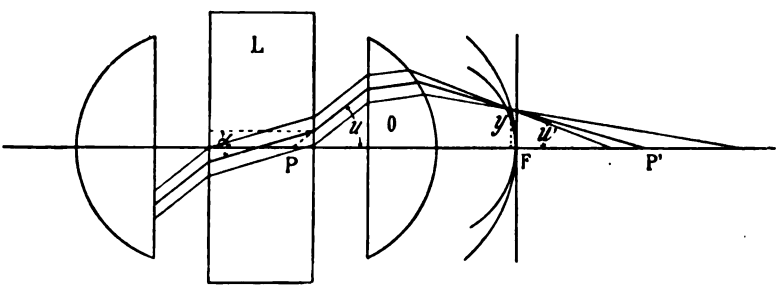



Fig. 191.

Les phénomènes que l'on observe en lumière convergente, consistent en des figures d'interférence, qui se forment sur une surface de révolution autour de l'axe de l'objectif,[2] elle est tangente au plan focal postérieur *F'* (fig. 191) et peut être confondue avec lui dans ses

[1] J. Grailich, Kryst.-optische Untersuchungen. Wien 1858. 42. E. Reusch, Bericht 34. Naturf.-Vers. Karlsruhe 1858. A. Bertin, Ann. d. chim. et phys. 69, 87, 1863. V. von Lang, Rep. f. exper. Physik 7. 1871. 377.

[2] S. Czapski, N. Jahrb. f. Miner. B. B. 7. 1891, 508.

parties voisines de l'axe principal. Cette surface de révolution est à deux nappes plus au moins voisines, grâce à l'astigmatisme du système constituant l'objectif *o* a. 108, p. 106. On sait qu'un faisceau étroit de rayons, incliné d'un angle $u$ sur l'axe principal, fournit après son passage dans un système astigmatique deux images lumineuses, qui sont de petites droites dont l'une, perpendiculaire au plan méridien, est due aux rayons contenus dans ce plan; tandis que l'autre, parallèle à ce dernier, est formée par les rayons incidents situés dans un plan perpendiculaire passant par l'axe du faisceau. Ces deux nappes sont tangentes sur l'axe principal, et passent nécessairement par le foyer postérieur $F$, qui est le point de convergence des rayons centraux parallèles à l'axe du système optique; leur forme dépend de la construction de celui-ci.

Pour l'étude des coupes minces, on transforme le microscope à lumière parallèle ordinaire en conoscope, en faisant usage pour cela d'objectifs de microscope qui sont des systèmes aplanétiques, et fournissent une image plane d'un élément plan perpendiculaire à l'axe. Ceux-ci répondent sensiblement à la condition d'aplanétisme établie par Clausius, Helmholtz, Abbe (a. 107, p. 105).

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{n' A}{n} = \text{const.} \tag{1}$$

qui est remplie également pour les points $P$ et $P'$ où l'élément plan et son image rencontrent l'axe; $P$ et $P'$ sont dans ce cas sans aberration, $n$ est l'indice de réfraction du milieu en avant de la lentille frontale du système optique, et $n'$ celui du milieu postérieur, qui sera donc, dans le cas qui nous occupe, toujours égal à 1. $A$ est l'agrandissement linéaire relatif aux points $P$ et $P'$ exempts d'aberration de sphéricité, on sait que:

$$A = \frac{p' - f}{f} = \frac{\xi}{f}.$$

$u$ et $u'$ sont les angles que fait l'axe du faisceau incident dans les milieux en avant et en arrière du système optique; si l'on tient compte que $n' = 1$, on aura:

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{\xi}{nf}. \tag{2}$$

Sur la figure 191 on remarque que la distance $y$ comprise entre un point quelconque de l'image et l'axe principal sera:

$$y = \xi \operatorname{tang} u',$$

ou encore:

$$y = \xi \sin u',$$

car on peut sans grande erreur poser $\operatorname{tang} u' = \sin u'$, le point $p'$ étant

suffisamment éloigné de $f$ (160 à 200 mm environ) et $y$ petit, en substituant dans (2) on obtient enfin:

$$\sin u = \frac{y}{nf}. \tag{3}$$

Cette dernière équation nous montre que l'image d'interférence se formera avec des objectifs aplanétiques, sur une sphère de rayon $R = f$, lorsque l'on fait usage d'objectifs secs, car alors $n = 1$, et de rayon $R = nf$ pour des objectifs à immersion, $n$ étant l'indice du milieu qui baigne la lentille frontale. Mais il faut pour cela, que les axes des faisceaux incidents infiniments minces arrivant sur la lentille se croisent au point aplanétique antérieur $P$, pour lequel la condition d'aplanétisme est remplie; cela revient à poser comme condition que l'œil doit se trouver en $P'$ au point conjugué de $P$ de façon à ne recevoir que les rayons qui satisfont aux conditions exprimées par la formule (1).

Un faisceau quelconque qui se propage dans le milieu antérieur en faisant avec l'axe principal un angle $u$, a traversé la lame $L$ dont l'indice est $\mu$, sous un angle $\alpha$ lié a $u$ par:

$$\frac{\sin u}{\sin \alpha} = \frac{\mu}{n},$$

en substituant dans (3) il vient:

$$\sin \alpha = \frac{y}{\mu f}. \tag{4}$$

La lame supposée à faces parallèles n'introduira aucun changement, l'équation (4) étant de même forme que (3).

Les rayons qui ont traversé l'objectif, arrivent dans l'œil de l'observateur après leur passage dans l'analyseur qui mettra en évidence les modifications qu'ils ont éprouvés à leur passage au travers de la plaque. Ils viennent former sur une sphère passant au foyer principal $F$ une image particulière, que l'on peut observer directement[1] (dispositif von Lasaulx), ou que l'on peut agrandir en se servant d'une lentille convergente $t$ qui fonctionne comme loupe (fig. 190) (dispositif Laspeyres).[2] On peut se servir également du système Amici-Bertrand[3] qui consiste en une lentille convergente achromatique $B$ fonctionnant comme un objectif, qui donne une image réelle $a'b'c'$

[1] von Lasaulx, N. Jahrb. f. Min. 1878, 377—380. H. Lenk, Zeitsch. f. Kryst. 25. 1896, 379, 380.

[2] H. Laspeyres, Zeitsch. f. Kryst. 4. 1880, 460; 25. 1896, 380.

[3] G. B. Amici, Ann. d. chim. et phys. (3) 12. 1844, 114. Pogg. Ann. 64. 1845, 472. E. Bertrand, Bull. soc. miner. de Fr. 1. 1878, 27, 96; 3. 1880, 97; 8. 1885, 29, 377.

des points $abc$, et qui est ensuite agrandie au moyen d'un oculaire quelconque (fig. 192).

Mais comme le fait remarquer M. Czapski,[1] pour que dans les mesures sur la figure d'interférence, on puisse appliquer la relation

$$\sin\alpha = \frac{y}{\mu f},$$

il faut que la condition d'aplanétisme $\frac{\sin u}{\sin u'}$ = const. soit remplie. Le centre de la lentille $B$ devrait pour cela coïncider avec le point aplanétique postérieur $P'$, ce qui ne peut se faire, vu sa distance à l'objectif. Pour limiter alors les rayons transmis par le dispositif de Bertrand à ceux qui se croiseraient en $P'$ (avant l'interposition de $B$), il suffit de placer dans le plan de l'image $\pi$ conjuguée de $P'$ relativement à $B$, un diaphragme, dont on règle convenablement l'ouverture. On arriverait à un résultat semblable, en plaçant encore le diaphragme dans le plan de l'image $\pi'$ conjuguée de $\pi$, que donne l'oculaire $C$ ou conjuguée du point aplanétique antérieur $P$, relativement au système $OBC$. Ce résultat peut s'appliquer également au dispositif précédent. Il est à remarquer que, contrairement à ce qui est dit dans bon nombre d'ouvrages, les figures d'interférence en lumière convergente se forment sensiblement sur une sphère, et jamais dans un plan. La lentille d'Amici-Bertrand ne fournit donc une vision nette que pour certains points de la figure seulement; nous reviendrons d'ailleurs plus tard sur ce sujet. Enfin on peut encore examiner la figure d'interférence au moyen de la loupe de Klein,[2] en plaçant simplement une loupe ordinaire à une distance convenable au-dessus de l'oculaire du microscope.

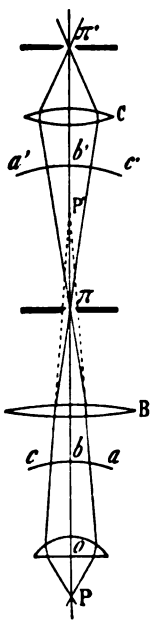


Fig. 192.

En résumé, les dispositifs que l'on peut utiliser pour observer les figures d'interférence sont:

1° Celui de von Lasaulx (objectif et œil).

2° Le dispositif Laspeyres (objectif loupe et œil).

3° Le système Amici-Bertrand (objectif, lentille, oculaire et œil).

4° Le système Klein (objectif, oculaire, loupe et œil).

Les deux premiers systèmes équivalent à observer l'image avec une lunette astronomique, cette image sera donc renversée; les deux

[1] S. Czapski, Loc. cit.

[2] C. Klein, Sitz.-Ber. d. K. preuss. Akad. 18. 1893, 221. F. Becke, Min. u. petr. Mitt. 14. 1895, 375.

autres correspondent à une lunette terrestre, l'image d'interférence observée sera droite. Toutefois, dans les procédés 1 et 2, les images d'interférence ont déjà été retournées par rapport au faisceau incident, on les verra en conséquence dans leur position réelle, et vice-versa pour les systèmes 3 et 4.

Dans la pratique le condensateur et l'objectif sont composés de plusieurs lentilles, ce qui ne modifie en rien la théorie qui vient d'être exposée.

## § 4. MICROSCOPES POLARISANTS UTILISÉS POUR LES RECHERCHES PÉTROGRAPHIQUES.

**145. Généralités.** Les microscopes polarisants pour recherches pétrographiques doivent satisfaire à trois conditions fondamentales, à savoir:

1° réunir sur un seul instrument le dispositif à lumière parallèle et celui à lumière convergente.

2° posséder un système de centrage aussi parfait que possible, permettant de faire coïncider un objet placé sur la platine du microscope avec le point de croisement des fils d'un réticule placé dans l'oculaire, et ce pour une rotation quelconque de la platine. En effet, on ne peut obtenir par construction une coïncidence parfaite de l'axe de rotation de la platine avec l'axe optique de la lunette; quelle que soit la perfection de la construction, à chaque changement d'objectif, l'appareil est décentré, et si un très petit objet coïncide à un instant déterminé avec le point de croisement des fils du réticule (fig. 193), la rotation de la platine amène le déplacement de l'image sur un cercle dont le centre *c* ne coïncide pas avec celui du champ, et dont le rayon est d'autant plus grand que l'excentricité est plus forte. Il est facile de se rendre compte que ce décentrement pourra être corrigé par un déplacement convenable de l'objectif.

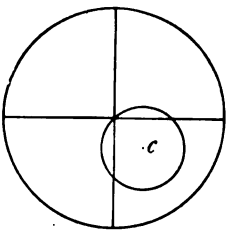


Fig. 193.

3° Permettre d'examiner à volonté les préparations microscopiques avec ou sans analyseur.

4° Présenter une grande rigidité dans les différentes parties constitutives, pour permettre de fixer certaines pièces accessoires assez lourdes.

On a construit divers modèles d'appareils qui satisfont tous aux conditions ci-dessus énumérées; ils diffèrent les uns des autres par la façon dont le centrage a été réalisé. A ce point de vue, on peut classer les microscopes polarisants en trois catégories, qui sont:

1° Les microscopes dont le centrage s'obtient en agissant sur l'objectif pour corriger l'excentricité introduite par le changement de lentille.

2° Les microscopes à centrage permanent, réalisé par la rotation simultanée de l'objectif et de la platine qui supporte la préparation.

3° Les microscopes à centrage permanent, obtenu par la rotation simultanée des deux nicols polariseur et analyseur, la préparation et l'objectif restant immobiles.

Différents constructeurs de Suisse, de France, d'Allemagne ou d'Angleterre, livrent actuellement plusieurs modèles de microscopes des divers types indiqués; tous ces instruments se valent à peu près; cependant nous choisirons comme types de nos descriptions les instruments exécutés sur nos indications par la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE à Genève, instruments auxquels nous avons apporté différents perfectionnements, pour les adapter à la technique la plus moderne.

**146. Microscope (type n° I) à centrage facultatif.** La disposition générale de cet appareil est celle d'un microscope ordinaire grand modèle, mais d'une solidité particulière (fig. 194 et 195). Le tube portant l'oculaire et l'objectif peut être déplacé rapidement par une crémaillère *C* commandée par le bouton *B*. Les mouvements lents sont obtenus par une vis micrométrique, dont la tête est munie d'un tambour divisé *T*; en actionnant celui-ci, le tube du microscope se meut sur une colonne prismatique de section triangulaire.

Le polariseur *P* est engagé dans une douille entrant à frottement dur dans un tube *D*, qui peut être abaissé ou remonté par une petite crémaillère *K*. Tout le dispositif portant le polariseur peut tourner autour d'un pivot, et être écarté facilement et avec rapidité de l'axe de l'appareil. La douille contenant le nicol tourne dans le tube *D*, et peut être arrêtée dans une position quelconque, indiquée par un tambour gradué *G*, ce qui permet de placer la section principale du polariseur dans un azimut déterminé. Le nicol lui-même est maintenu dans un tube *E* glissant à frottement dur dans la douille; on peut de la sorte faire tourner ce nicol dans le tube qui le contient, lorsque l'index de la graduation est au zéro, cette rotation s'obtient au moyen d'une clef. La partie inférieure de la douille renfermant le polariseur porte une lame de verre qui sert simplement à protéger ce dernier. La partie supérieure reçoit une lentille *L* à long foyer, qui donne une très faible convergence aux rayons sortis du polariseur qui la traversent; si on diaphragme le faisceau de façon à n'utiliser que les rayons centraux, ceux-ci peuvent être considérés comme sensiblement parallèles. Le diaphragme qui sert à cela est un iris *I*, situé au-dessus du polariseur, et immédiatement

**Fig. 194. Microscope polarisant du type n° 1 pour recherches pétrographiques, modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève.**

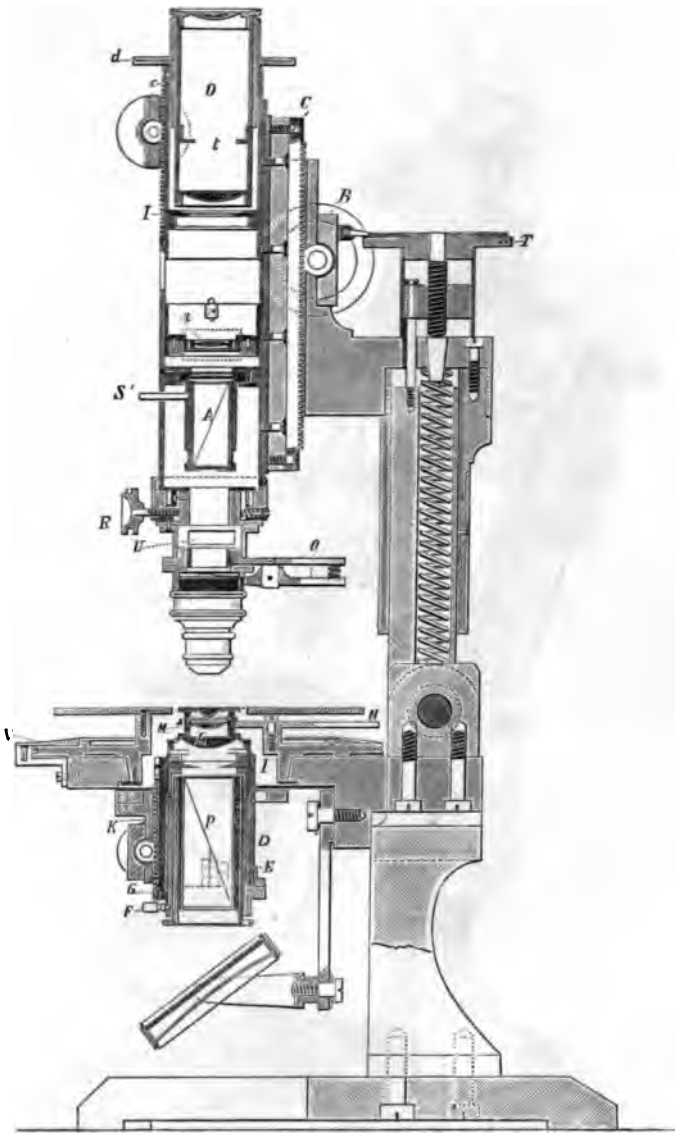



Fig. 195. Coupe verticale du microscope polarisant du type n° 1 (fig. 194) pour recherches pétrographiques. Modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève.

au-dessous de la lentille; il est commandé de l'extérieur par un petit bouton *F*. La platine tournante est graduée, les rotations s'évaluent à l'aide du vernier *V*; pour les petits déplacements, on peut à volonté, au moyen d'un petit levier, engrener un pignon sur la denture

effectuée sur le bord de la platine. Celle-ci, dans les appareils perfectionnés, possède un chariot (fig. 196) permettant de déplacer la préparation suivant deux directions perpendiculaires. L'un des mouvements est rapide et obtenu par une crémaillère commandée par le bouton *B*; l'autre perpendiculaire est plus lent, et réalisé par une vis *A*; des graduations appropriées servent à évaluer les déplacements de chacun des chariots. En *L* se trouve l'extrémité d'un levier permettant d'amener sur l'axe du microscope le condensateur *C*.

Lorsque le polariseur est surmonté de la lentille *L* (fig. 195), l'appareil est disposé pour la lumière parallèle; pour passer de celle-ci à la lumière convergente, il suffit d'intercaler un condensateur *M* supplémentaire monté sur un petit levier *N*, qui peut pivoter autour d'un

Fig. 196. Platine à chariot, pour microscopes polarisants; modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique.

Fig. 197. Pince à objectif de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique

axe situé en dehors de celui du microscope, et qui est fixé sur la platine. Comme ce condensateur doit se trouver en contact avec la préparation, les lentilles qui le composent sont montées dans un petit tube qui glisse dans une bague; lorsqu'on remonte le polariseur, celui-ci vient buter contre le condensateur, qui est alors soulevé et vient s'appliquer contre la lamelle porte-objet.

Le tube du microscope a la longueur normale de 160 mm; il porte à sa partie inférieure une pince à ressort (fig. 197) servant à saisir les objectifs, qui sont vissés sur des adapteurs spéciaux à large base pour assurer une bonne mise en place. La pince qui supporte l'objectif peut être déplacée latéralement dans deux directions rectangulaires, à l'aide de deux vis *R* (fig. 194 et 195), ce qui permet le centrage de l'objectif; nous n'entrerons pas dans plus de détails sur le dispositif mécanique adopté pour ce centrage, ce qui nous entraînerait

trop loin. Les vis sont placées de telle façon, que les mouvements qu'elles communiquent à l'objectif soient parallèles aux fils du réticule. Au-dessus de l'objectif, et aussi près que possible de celui-ci, se trouve l'analyseur *A*, fixé dans une boîte montée sur une glissière. Cet analyseur peut être sorti latéralement ou intercalé à volonté sur le trajet des rayons lumineux; il est lui-même placé dans une douille pouvant tourner dans la boîte qui la contient, lorsqu'on agit sur le petit bouton de commande *S*. On a ainsi la facilité de modifier à volonté l'orientation de la section principale de l'analyseur par rapport à celle du polariseur; un arrêt permet de fixer cet analyseur dans une position déterminée, et la rotation qu'on lui a imprimée est évaluée sur un quart de cercle gradué. Lorsque le polariseur et l'analyseur sont au zéro de leurs graduations respectives, les sections principales des deux nicols doivent être croisées. Comme l'intercalation de l'analyseur sur le trajet des rayons produit une perturbation dans leur marche qui entraîne un changement de la mise au point, on place au-dessus de l'analyseur une petite lentille de correction qui évite ce désagrément.

Les oculaires employés sont généralement ceux d'Huygens; ils sont munis d'un réticule placé dans le plan du diaphragme où se forme l'image réelle; les deux fils sont perpendiculaires entre eux et orientés parallèlement aux sections principales des nicols, dont ils indiquent la trace. Le réticule est fixé sur un tambour *t* (fig. 198) entrant à frottement dur dans le tube oculaire; on peut le faire tourner à l'intérieur de celui-ci au moyen d'une clef qui s'engage dans deux encoches *a*. Chaque oculaire est muni extérieurement d'une petite languette qui peut entrer dans une fente pratiquée à l'extrémité du tube porte-oculaire, ce qui permet de donner une position invariable aux fils du réticule. Une autre fente semblable permet également de placer l'oculaire de façon à ce que les fils se trouvent à 45° des sections principales des nicols. La distance entre l'oculaire et l'objectif peut être modifiée par un tirage; pour cela le tube porte-oculaire est actionné par une crémaillère qui le fait glisser dans le tube du microscope; une graduation permet d'en évaluer le déplacement. Le tube porte-oculaire possède encore un diaphragme iris *I'* fixé à la distance de 65 mm environ de son extrémité, son ouverture peut être vue à l'aide d'un oculaire positif, en même temps que l'image conjuguée d'un objet placé sous l'objectif. Avec ce diaphragme on peut isoler et recevoir dans l'œil les rayons qui traversent certaines régions déterminées de la préparation.

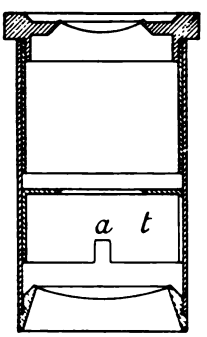


Fig. 198.

La lentille de BERTRAND *l* qui sert à grossir les images obtenues en lumière convergente (a. 144, p. 143), est une simple lentille achromatique, montée sur une glissière; elle s'introduit dans le tube du microscope un peu au-dessus de l'analyseur, et peut se déplacer indépendamment de l'oculaire ou avec celui-ci pour la mise au point. La lentille se centre par trois vis *a*, *b*, *c* qui agissent sur sa périphérie (fig. 199).

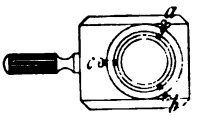


Fig. 199.

Immédiatement au-dessus de l'objectif, on a pratiqué une ouverture rectangulaire *U* qui traverse le tube de part en part, et dont l'axe est à 45° des sections principales des nicols; elle sert à introduire différentes lamelles optiques sur le trajet des rayons. Pour certaines recherches, il faut pouvoir placer un prisme de nicol au-dessus de l'oculaire; pour cela l'extrémité du tube est munie d'un disque *d* sur lequel s'appuye la monture métallique qui contient le nicol (fig. 200); ce disque peut être gradué.

Fig. 200. Nicol auxiliaire se plaçant au dessus de l'oculaire des microscopes polarisants.

**147. Microscope (type n° 2) à centrage permanent, avec rotation de l'objectif.** Ce système qui a l'avantage d'être toujours centré, est connu depuis longtemps et a été construit par la maison NACHET de Paris. Nous avons fait exécuter, par la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE, un nouveau modèle de ce genre d'instrument qui nous paraît pouvoir répondre à tous les desiderata. Dans ce microscope, l'objectif est lié à la platine et se meut avec elle, ce qui est réalisé comme suit (fig. 201 et 202): la platine porte une colonne verticale sur laquelle coulisse la pièce supportant l'objectif, fixé lui-même par une pince à ressort *Q*. Le mouvement rapide est obtenu par une crémaillère *K*, tandis que le mouvement lent est communiqué à une vis micrométrique par l'intermédiaire d'une vis tangente entraînée par le tambour gradué *T*. Ce système est très sensible, et permet les plus petits déplacements de l'objectif. La platine tournante peut être mue à la main, ou avec l'aide d'un pignon que l'on engrène à volonté sur le pourtour denté de celle-ci; l'arrêtage de la platine est obtenu par la pince *p*.

Le tube qui porte l'oculaire et l'analyseur se déplace indépendamment de l'objectif, il est monté sur une colonne prismatique *e*, qui coulisse dans une boîte *b*; le mouvement est donné par une crémaillère commandée par un pignon. Ce dispositif très rigide, possède un tirage considérable; il permet en outre de placer sur la platine des appareils assez volumineux, après avoir enlevé la pièce qui supporte l'objectif.

**Fig. 201. Microscope polarisant du type n° 2 pour recherches pétrographiques, à centrage permanent, avec objectif tournant. Modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de pyhsique à Genève.**

La disposition du tube porte-oculaire est identique à celle adoptée dans les microscopes du premier type; l'analyseur à glissière *A* peut tourner dans son support, et le tube porte-oculaire lui-même est à tirage, et

possède un diaphragme iris $I'$. La position de la lentille de BERTRAND $l$ seule diffère; celle-ci s'adapte en effet par une coulisse à l'extrémité

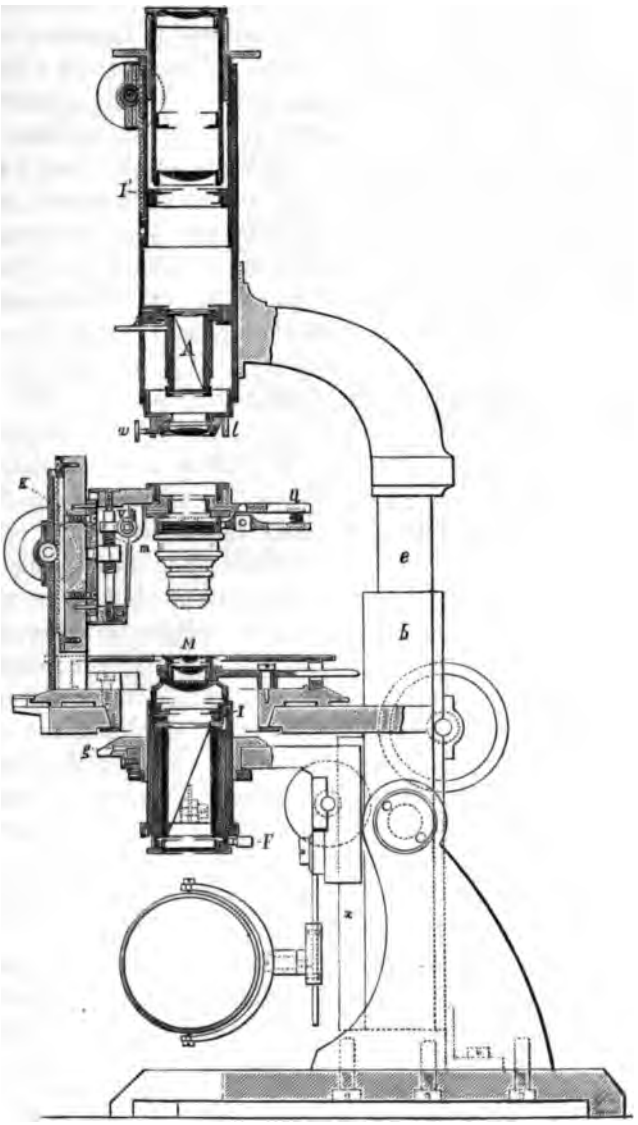



Fig. 202. Coupe verticale du microscope à centrage permanent. Modèle de la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE à Genève.

inférieure du tube; elle est montée dans une pièce qui permet de la centrer, en se servant pour cela de trois vis $w$. Pour certaines recherches, il est indispensable que ce microscope puisse fonctionner

comme celui du premier type; dans ce but on peut substituer à la lentille de BERTRAND une pièce qui peut recevoir les objectifs, et qui possède un appareil de centrage analogue à celui des microscopes du type n° 1. Le tube à tirage permet de réaliser la longueur normale de 160 mm. Pour se servir de ce microscope comme il vient d'être indiqué, il est évident qu'il faut alors ôter la pièce portant l'objectif tournant.

Quant à la disposition du polariseur, elle est également un peu différente de celle adoptée dans le type précédent. Tout l'appareil de polarisation peut s'élever ou s'abaisser sur un coulisseau $x$, et peut ensuite tourner autour de l'axe optique du microscope; un cercle gradué $g$ et un petit vernier servent à évaluer les rotations que l'on imprime au polariseur. Une vis d'arrêtage, qui n'est point visible sur la figure, sert à maintenir le prisme de polarisation dans une position fixe. Un diaphragme iris $I$ se trouve immédiatement au-dessus de la lentille qui surmonte le polariseur; il est commandé par un petit bouton $F$. Le condensateur $M$ pour la lumière convergente est disposé comme précédemment; quant à la platine, elle peut recevoir un chariot mobile dans deux directions, qui est identique à celui décrit (fig. 196).

**148. Microscope (type n° 3) à nicols tournants.** Dans cet appareil, l'objet de même que le système optique sont fixes, seuls les nicols sont mobiles, ce qui supprime tout décentrement dans le mouvement relatif de ces derniers par rapport à la plaque microscopique. La (fig. 203) montre la coupe du microscope de ce type, construit sur nos indications par la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE. Comme forme générale, il rappelle le microscope du premier type, auquel on a ajouté un dispositif permettant la rotation simultanée du polariseur $P$ et de l'analyseur $A'$ qui, dans ce cas, se place au-dessus de l'oculaire. Pour cela l'extrémité du tube du microscope est surmontée d'une sorte de platine tournante $p$, qui supporte à la fois l'oculaire et l'analyseur, et qui s'engrène sur un pignon mû à la main par un bouton $b$. Le mouvement de rotation de l'analyseur est communiqué simultanément au polariseur par la tige $e$, dont l'extrémité inférieure est de forme carrée, et s'engage dans un pignon $r$ agissant à son tour sur une roue dentée $r'$ qui entraîne le polariseur $P$. Le mouvement de bas en haut du prisme polarisant est obtenu par la rotation d'un écrou $E$ à pas très rapide; l'iris $I$ qui surmonte le polariseur est actionné par le bouton $F$. La platine $S$ peut tourner indépendamment des nicols; elle est munie d'un condensateur $M$ qu'on écarte de l'axe par le levier $N$. Cet appareil peut porter également le chariot mobile précédemment décrit. Le tube du microscope est terminé à sa partie inférieure par un appareil de centrage $R$ identique à celui du microscope du premier

type; la pince à objectif $Q$ est la même; l'appareil possède également la lentille de BERTRAND $l$, et un analyseur $A$ disposé identiquement à

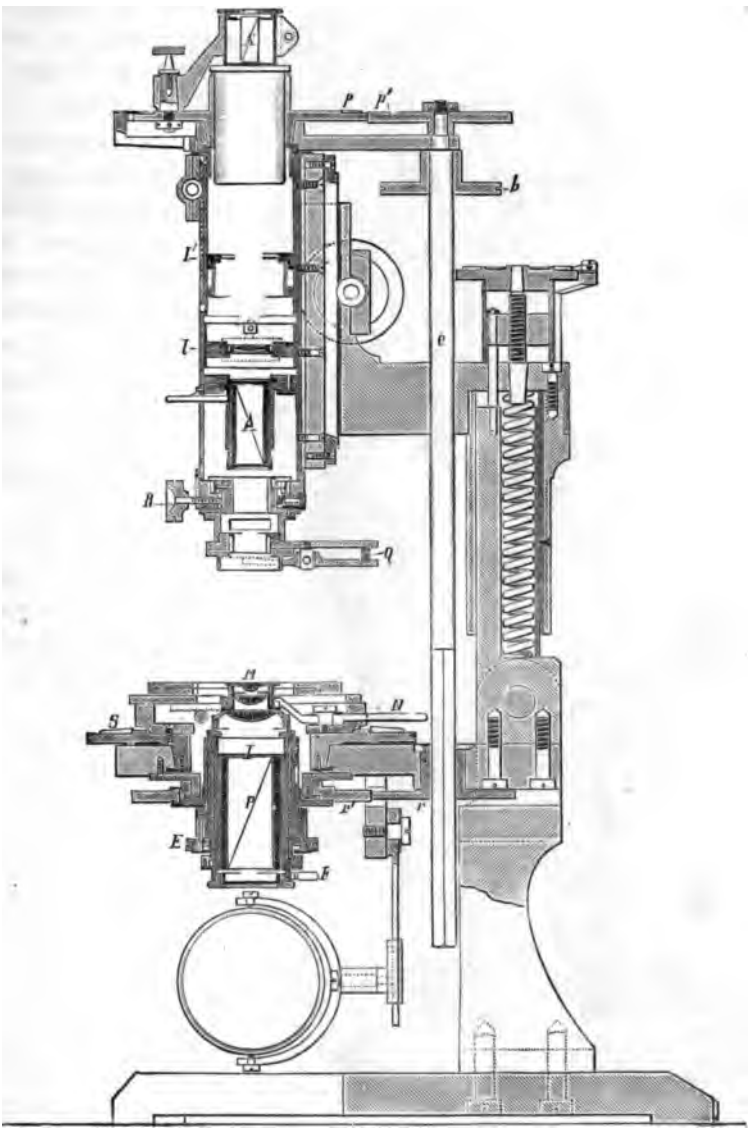


Fig. 203. Coupe verticale du microscope polarisant à nicols tournants de la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE à Genève.

celui précédemment décrit. En outre un diaphragme iris $I'$ est placé immédiatement au-dessous de l'oculaire. Ce microscope peut être également utilisé de la même façon que celui du premier type; il faut

seulement pour cela écarter l'analyseur auxilaire $A'$, et amener le polariseur de façon à ce que sa section principale soit perpendiculaire à celle de l'analyseur $A$; une pince de serrage permet de le fixer dans cette position.

Fig. 204. Microscope polarisant du type n° 1 à centrage facultatif. Construit par la maison Fuess à Berlin.

Nous donnerons ici à la suite de ce qui vient d'être exposé, quelques indications sur divers microscopes provenant d'autres constructeurs.

La (fig. 204) représente un microscope du type n°. 1, construit par la maison Fuess[1] à Berlin. La disposition générale est assez semblable à celle que nous avons décrite; le polariseur engagé dans la douille $H$, n'y est pas muni d'un cercle gradué. La platine de ce modèle porte un chariot mobile un peu différent de celui que nous avons décrit; la pince à objectif est figurée en $k$ et l'analyseur en $N$. La lentille de Bertrand se trouve en $f$; elle peut être introduite dans le microscope en la glissant dans un coulisseau que porte le tube $R$ dans lequel s'engage l'oculaire. Le mouvement rapide et

[1] C. Leiss, Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess. Leipzig 1899, p. 184.

Fig. 205. Microscope polarisant du type n° 1 pour recherches pétrographiques, construit par la maison Leitz à Wetzlar.

Fig. 206. Microscope polarisant du type n° 2 pour recherches pétrographiques, à centrage permanent. Modèle de la maison NACHET à Paris.

lent de mise au point est obtenu par une crémaillère et une vis micrométrique.

La (fig. 205) représente un microscope du même genre, nouveau modèle de la maison LEITZ de Wetzlar. La construction dans les

grandes lignes est la même; au-dessous de la platine se trouve l'appareil d'éclairage muni du polariseur que l'on peut élever ou abaisser. La mise au point rapide s'obtient par une crémaillère, et le

Fig. 207. Microscope à nicols tournants du type n° 3, construit par la maison R. Fuess à Berlin.

mouvement lent par le jeu d'une came en forme de cœur, mise en mouvement par une vis sans fin que commmande le bouton visible sur la gauche de la figure. Le tube est d'une grande section, ce qui présente un avantage pour la microphotographie; en permettant

d'employer des objectifs spéciaux ne nécessitant pas l'intervention de l'oculaire.

La (fig. 206) est un microscope du type n° 2 construit par la maison NACHET[1] à Paris. La platine tournante, avec divisions et vernier, porte un chariot mobile muni de divisions de repérage et d'une équerre d'appui. La mise au point est obtenue par crémaillère et vis micrométrique donnant $\frac{1}{100}$ de m.m. Les objectifs s'adaptent par une pince du type ordinaire. Le polariseur est placé sous la platine, dans un tube muni d'un petit cercle divisé, il est surmonté d'un diaphragme iris. Le condensateur à grand angle est introduit par un mouvement de bascule. Tout le système polariseur est mobile au moyen d'une vis à marche rapide, et peut pivoter autour d'un axe excentrique. L'analyseur est monté sur articulation, et peut être rabattu dans le tube supérieur, ou relevé pour les observations en lumière naturelle.

Enfin la fig. 207 montre un microscope à nicols tournants de la maison FUESS.[2] La rotation simultanée du polariseur et de l'analyseur est obtenue par la tige *S*, qui est munie de deux pignons à nombre de dents identique. Ceux-ci s'engrènent sur deux roues dentées, qui portent le polariseur, et l'analyseur avec l'oculaire. Pour le reste de l'instrument la disposition, comme on peut le voir sur la figure, est assez semblable à celle du type n° 1 que construit cette maison.

## § 5. SYSTÈMES OPTIQUES EMPLOYÉS DANS LES MICROSCOPES POLARISANTS POUR RECHERCHES PÉTROGRAPHIQUES.

**149. Polariseur et analyseur.** Dans les divers appareils qui viennent d'être décrits, on fait usage comme polariseurs de prismes de THOMPSON, qui présentent un grand champ, et qui d'autre part ayant leurs faces terminales normales sur les arêtes verticales, ne produisent presque pas de déplacement latéral du faisceau lumineux, quand on les introduit sur le trajet des rayons incidents.

**150. Condensateur à lumière convergente.** Lorsqu'on veut réaliser une très grande ouverture, on fait usage d'un condensateur spécial à immersion, qui se place au-dessus du polariseur, et qu'on adapte par un pas de vis ou simplement par frottement dur. Ce condensateur se compose d'un système de lentilles dont la frontale est une demi-boule. L'ouverture numérique qui est de 1.20 avec les condensateurs ordinaires, peut alors atteindre 1,47.

**151. Objectifs.** Les objectifs utilisés pour les recherches pétrographiques sont ceux dont on se sert avec les microscopes ordinaires. Pour les observations en lumière parallèle on emploie le plus souvent des

[1] NACHET ET FILS, Instruments d'optique et de précision. Paris 1904.
[2] C. LEISS, loc. cit.

objectifs faibles; pour celles en lumière convergente, on choisit ceux qui ont les plus fort grossissements, avec un très court foyer et une ouverture numérique aussi grande que possible. Pour le travail ordinaire, il est bon de se servir d'un objectif sec tel que le *F* achromatique de Zeiss par exemple, avec une ouverture numérique 0.90 qui est suffisante dans la plupart des cas; cependant fréquemment on devra utiliser les immersions à eau et mieux à huile de cèdre, dont l'ouverture numérique est de 1.30. Enfin pour certaines recherches spéciales où il faut réaliser une ouverture encore plus grande, on prend alors des objectifs à immersion particuliers, qui sont construits soit pour l'emploi du bromure de naphtaline, soit pour celui de l'iodure de méthylène. Ces objectifs sont imparfaitement corrigés pour les aberrations chromatiques, et donnent des images peu nettes, ce qui n'offre pas d'inconvénients d'ailleurs vu leur but spécial. Pour utiliser avec le plus de profit l'ouverture de ces objectifs, on prendra un condensateur à immersion qui présente un angle au moins égal à celui de l'objectif, et on placera entre le condensateur et la plaque microscopique le même liquide que celui qui baigne la lentille frontale de l'objectif.

**152. Oculaires.** On emploie presque toujours des oculaires négatifs, et le plus habituellement les n° 1, 2 et 3, munis de réticules. Ceux-ci sont fixés à l'intérieur des oculaires, et leur mise au point se fait à l'aide de la lentille supérieure qui est montée dans un tube à tirage, et peut ainsi être éloignée ou rapprochée à volonté (fig. 208).

On se sert également d'oculaires positifs, donnant la vision nette du diaphragme placé dans le tube du microscope.

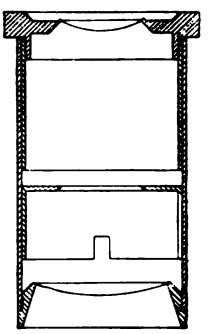


Fig. 208.

**153. Oculaires micrométriques à échelle graduée et à fil mobile.** Ces appareils servent à mesurer la dimension des objets contenus dans une préparation, puis aussi à la mesure de l'angle des axes optiques. Il en existe deux types:

1°. *Oculaire micrométrique à échelle graduée*: C'est un oculaire positif qui possède en son plan focal une échelle graduée, finement gravée sur verre. Lorsqu'on met au point un objet, son image se superpose à celle de la graduation qui est vue en même temps. La dimension $D$ de l'objet est donnée alors en multipliant le nombre $n$ de divisions interceptées sur l'échelle par une quantité $K$ qui représente la longueur en m.m. qu'aurait un autre objet, dont l'image agrandie occuperait une division de l'échelle.

$$D = nK.$$

La valeur de $K$ dépend évidemment de l'objectif employé, ainsi que de la distance qui le sépare de l'échelle; elle se détermine facilement une fois pour toutes pour chaque objectif, en prenant un micromètre objectif au $\frac{1}{100}$ ou au $\frac{1}{10}$ de m.m., que l'on place sur la platine. On met au point, et note le nombre $n$ de divisions qui correspondent sur l'échelle de l'oculaire à $n'$ divisions du micromètre objectif, on a alors selon le micromètre employé:

$$K = \frac{n'}{n} \times \frac{1}{100} \quad \text{ou} \quad K = \frac{n'}{n} \times \frac{1}{10}.$$

2° *Micromètre à fil mobile.* Le modèle (fig. 209) construit par la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève, se compose d'un chariot entraîné par une vis micrométrique

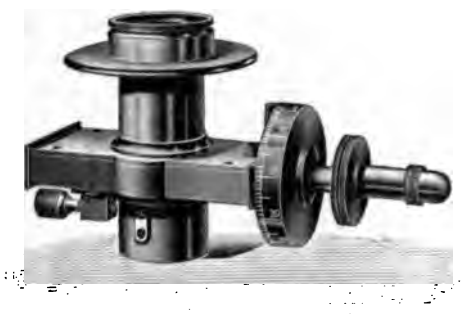


Fig. 209. Micromètre oculaire à fil mobile, modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique.

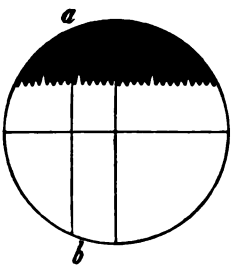



Fig. 210.

munie d'un tambour gradué. La vis est construite avec grand soin, et le chariot entraîne avec lui un fil qui se déplace devant un oculaire positif. Le nombre des tours de la vis faite au pas de 0.5 m.m., se compte sur une échelle dentée placée dans l'appareil, et visible à l'aide de l'oculaire en même temps que le fil mobile. Deux autres fils croisés et immobiles servent de lignes de repère (fig. 210). La détermination de la dimension d'un objet au moyen de cet appareil se fera aisément comme suit: on fait successivement coïncider le fil mobile $a\ b$ avec les deux extrémités de l'objet à mesurer, en déterminant sur le tambour et au moyen de l'échelle dentée le nombre de tours et la fraction de tour de la vis nécessaires pour cela. Si $n$ représente ce nombre, la dimension $D$ de l'objet sera:

$$D = n \times 0.5.$$

**154. Oculaire planimétrique.**[1] Cet oculaire sert à évaluer la surface occupée par un ou plusieurs objets dans une préparation. C'est un oculaire d'HUYGENS, portant dans le plan de l'image réelle et à la place du réticule, une lame de verre sur laquelle on a gravé un quadrillage à mailles carrées, formé par des traits perpendiculaires et distants de 0.5 m.m. (fig. 211). Pour pouvoir utiliser cet appareil, il faut connaître le rapport entre la surface d'une maille et celle d'un objet dont l'image la recouvrirait entièrement. Ce rapport varie évidemment avec l'objectif employé; on le détermine une fois pour toutes pour chaque objectif, à l'aide du micromètre objectif, comme nous l'avons indiqué à propos de l'oculaire micrométrique à échelle sur verre.

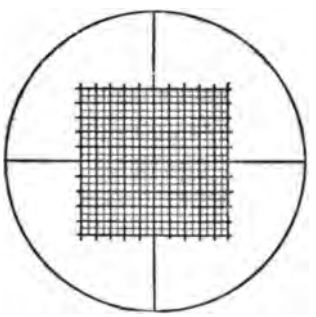


Fig. 211. Champ de l'oculaire planimétrique (R. FUESS, Berlin).

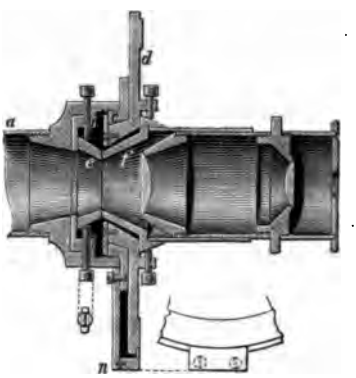



Fig. 212. Oculaire goniométrique de la maison R. FUESS à Berlin.

**155. Oculaire goniométrique.** Cet instrument (fig. 212) qui est destiné à des mesures d'angles plans, se compose d'une platine graduée *d* tournante, qui entraîne un tambour *f* portant un fil tendu lequel doit passer constamment par l'axe de rotation. Le tambour *f* peut pour cela être centré à l'aide de quatre vis, dont deux sont visibles sur la figure; il porte en outre un tube dans lequel s'engage un oculaire positif. La platine elle-même tourne dans une bague *c*, qui est montée sur le tube et par lequel l'appareil s'adapte sur le microscope. Enfin un autre tambour *e*, semblable à *f*, mais fixe, porte également un fil tendu que l'on peut centrer par le jeu de quatre vis.

**156. Lamelles optiques et accessoires divers.** Nous énumérerons, sans entrer pour le moment dans leur description, les divers accessoires nécessaires pour le travail avec les microscopes polarisants.

On utilise différentes lamelles optiques qui sont d'habitude les suivantes:

[1] A. ROSIWAL, Verhandl. d. K.K. geol. Reichsanstalt. Wien 1898. 143. P. DAHMS, Über Gesteinsanalyse, Prometheus 9. 817, 1898.

1° Une lamelle de mica $\frac{1}{4}$ d'ondulation.
2° Une lame de quartz taillée parallèlement à l'axe optique et donnant la teinte sensible violet n° I ou n° II. Le quartz est parfois remplacé par une lamelle de gypse donnant les mêmes colorations.
3° Une lame de quartz taillée perpendiculairement à l'axe optique, ayant 3.75 m. m. d'épaisseur (Lame de Biot-Klein).
4° Des lames de quartz parallèles à l'axe, et taillées en biseau. Ces quartz appelés compensateurs, donnent entre les nicols croisés les ordres de Newton de I à III et de III à VI; ils peuvent être remplacés par des coins en gypse donnant les mêmes teintes.
5° Un biseau compensateur de M. de Fédorow, formé par des lamelles de mica $\frac{1}{4}$ d'onde superposées en escalier.
6° Une lame de mésotype ou d'anhydrite montée sur verre, pour la vérification de l'orientation des fils du réticule.
7° Quelques lames de verres colorés (en rouge et en bleu), destinées à obtenir de la lumière à peu près monochromatique.

Ces lamelles optiques sont généralement collées au baume de Canada entre deux lames de verre, et sont souvent protégées par une armature métallique périphérique. Quant aux appareils accessoires, ce sont:

1° Un compensateur de Babinet. Cet appareil qui sert à évaluer les biréfringences, sera décrit ultérieurement.
2° Un oculaire stauroscopique. On utilise généralement ceux de Bertrand ou de Calderon que nous examinerons plus loin.
3° Un nicol auxiliaire, monté dans une douille permettant de le placer au-dessus de l'oculaire du microscope.
4° Un illuminateur vertical pour l'examen des minéraux opaques.

A ces appareils que nous considérons comme indispensables, il est recommandable d'ajouter un certain nombre d'instruments qui facilitent les recherches microscopiques, ou permettent de les compléter à certains points de vue, ce sont:

5° Une platine théodolite de M. de Fédorow qui sera décrite plus loin.
6° Un appareil servant à la mesure directe de l'angle des axes optiques, et pouvant être monté sur le microscope.
7° Un appareil de Bertrand, Klein etc. pour la mesure des angles des cristaux microscopiques.

**157. Repéreur.**[1] Il est souvent indispensable de pouvoir repérer la position d'un objet déterminé dans une préparation. On se sert pour cela d'un instrument très commode, construit par la maison Fuess

[1] C. Leiss, Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess. 1899, 248.

(fig. 213), instrument qui peut s'adapter en lieu et place de l'objectif. Il se compose essentiellement d'une tige à l'extrémité de laquelle on a enchâssé un petit diamant *D*, qui grave une trace circulaire sur le couvre-objet de la préparation, lorsqu'on fait tourner celle-ci au dessous de lui au moyen de la platine du microscope. Le diamant doit évidemment appuyer sur le couvre-objet, mais pour éviter une pression trop énergique, il est monté sur un tube *C* contre lequel agit un ressort antagoniste *S*, qui détermine la pression. Le rayon du cercle à tracer se détermine par l'action de la vis *b*, qui agit sur un coulisseau *a*, dans lequel le stylet *D* est monté. Le ressort *F* fait appuyer constamment le coulisseau *a* contre l'extrémité de la vis *b*.

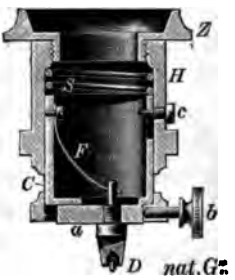


Fig. 213. Repéreur (R. Fuess, Berlin).

**158. Chambre claire.** Elle sert à dessiner les préparations microscopiques. Les systèmes adoptés varient, on pourra choisir avec avantage celle de Zeiss déjà décrite (a. 127, p. 164).

## § 6. RÉGLAGE DU MICROSCOPE POLARISANT.

**159. Conditions auxquelles doit satisfaire un microscope réglé.** Pour les travaux habituels, le microscope polarisant doit satisfaire aux conditions suivantes:

1° Les fils du réticule doivent être perpendiculaires l'un sur l'autre. Pour vérifier cette perpendicularité, on introduit l'oculaire dans le tube du microscope, en engageant sa petite languette dans la fente pratiquée à son extrémité, puis on examine un trait fin gravé sur une lame de verre. En faisant tourner la platine, on fait alors successivement coïncider ce trait avec l'un et l'autre des deux fils; l'angle de rotation compris entre ces deux coïncidences devra être rigoureusement de 90°. Il est évident que cette vérification devra être faite pour chaque oculaire.

2° Les sections principales des nicols doivent être perpendiculaires entre elles.

3° Elles doivent être parallèles aux fils du réticule contenu dans l'oculaire qui servent à en indiquer la trace.

4° L'objectif doit être constamment centré.

**160. Réglage des nicols.** On peut placer les nicols perpendiculairement l'un à l'autre, en cherchant la position qu'il faut donner au polariseur par rapport à l'analyseur, pour que le champ de l'appareil présente le maximum d'obscurité; il suffit pour cela de tourner l'un des deux nicols, le second restant fixe. Ce procédé toutefois est insuffisant, car l'œil apprécie difficilement la position du maximum

d'obscurité. Il vaut mieux alors employer pour régler les nicols, une des deux méthodes suivantes:

a) *Réglage avec la lame sensible de Bertrand.*[1] Cette lame consiste en quatre secteurs de quartz, taillés normalement à l'axe optique, et juxtaposés. Les deux secteurs *dd* sont dextrogyres (fig. 214), les deux autres *gg* sont lévogyres.

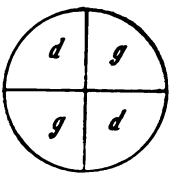


Fig. 214.

Ces secteurs sont taillés à la même épaisseur, soit 2¼ mm; par suite du phénomène de la polarisation rotatoire ils rétablissent la lumière entre les nicols croisés, et donnent en lumière blanche une teinte légèrement bleuâtre; aux nicols parallèles la teinte est rouge violacée.

Si les sections des nicols ne sont pas rigoureusement croisées ou parallèles, les secteurs *dd* et *gg* se teintent immédiatement de couleurs différentes.

Pour régler les prismes, on place la lame de Bertrand sur la platine du microscope, et on vise la trace du plan de jonction de deux lames avec un oculaire faible; puis si l'analyseur ne peut tourner dans sa gaîne, on agit sur le polariseur de façon à égaliser les teintes des quatre secteurs par une rotation convenable de celui-ci. Lorsque ce réglage est effectué, il est commode d'avoir le polariseur au zéro de sa graduation. Dans ce but on place son cercle gradué au zéro et l'on fait tourner le prisme dans sa douille au moyen d'une clef spéciale.

La lame de Bertrand est encore utilisée pour la mesure exacte des extinctions; dans ce but elle est placée dans un oculaire négatif, et sa surface supérieure coïncide avec le plan de l'image réelle. Cet oculaire appelé oculaire Bertrand,[2] peut également s'employer pour le réglage des nicols, mais comme la coloration des secteurs n'apparaît que lorsque la lame sensible est placée entre le polariseur et l'analyseur, il faut nécessairement employer un nicol auxiliaire (fig. 200) qui se place immédiatement au-dessus de l'oculaire. On enlève tout d'abord le polariseur, puis on intercale l'analyseur ordinaire au-dessus de l'objectif. Celui-ci fonctionne alors comme polariseur vis-à-vis du nicol auxiliaire, et les secteurs apparaissent différemment colorés deux à deux. En tournant alors l'analyseur auxiliaire jusqu'à égalité des teintes et apparition de la couleur bleuâtre précédemment indiquée, on croise alors les deux nicols. Si à ce moment la graduation du prisme auxiliaire n'est pas au zéro il faudra le faire tourner dans sa

[1] E. Bertrand, Zeitsch. f. Kryst. 1. 1877, 69.
[2] E. Bertrand, loc. cit.

monture au moyen d'une clef jusqu'à ce que ce résultat soit obtenu. Quant au réglage du polariseur, il se fera de la même manière; après avoir retiré latéralement l'analyseur ordinaire et tourné l'analyseur auxiliaire de 90°, on intercale le polariseur qu'on met au zéro de sa graduation, et on fait tourner le prisme dans la douille de façon à égaliser les teintes comme précédemment.

b) *Réglage avec l'oculaire de Caldéron.*[1] C'est un oculaire négatif, contenant une lame $C$ de calcite (fig. 215) obtenue en sciant un rhomboèdre de spath suivant sa plus courte diagonale, et en recollant les deux moitiés après avoir repoli les faces artificielles, de façon à ce que leurs sections principales fassent un petit angle $\alpha$ entre elles. On taille dans cet assemblage une série de lames parallèles, qui sont toutes normales au plan de jonction.

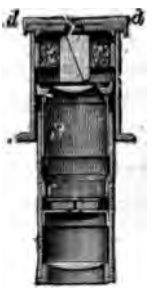


Fig. 215. Oculaire stauroscopique de CALDÉRON (R. FUESS, Berlin).

Une telle lame, placée entre les nicols croisés, rétablit faiblement la lumière et donne une teinte grise uniforme; le plus petit déplacement de l'un des nicols par rapport à l'autre amène une différence dans l'intensité lumineuse des deux moitiés du champ. On procède avec cet oculaire comme avec celui de BERTRAND; la coloration égale des secteurs est ici remplacée par l'égal éclairement du champ de l'appareil, qui sera obtenu lorsque les sections du polariseur et de l'analyseur sont rigoureusement perpendiculaires.

**161. Réglage du réticule.** Il s'agit maintenant de placer les fils du réticule parallèlement aux sections principales des deux nicols; on arrive à ce résultat en se servant d'une lame de clivage d'anhydrite, ou d'un petit cristal allongé de mésotype. Ces deux minéraux étant orthorhombiques s'éteignent, le premier parallèlement à la trace de son clivage, le second parallèlement à sa direction d'allongement. On choisit de préférence une lame d'anhydrite, taillée parallèlement au macropinacoïde $h^1 = (100)$, dont la biréfringence est relativement faible, et sur laquelle on distingue nettement les clivages $h^1 = (001)$ et $p = (010)$. Cette plaque doit être assez mince pour présenter le phénomène de la polarisation chromatique. On la place sur la platine du microscope, et on l'éteint par une rotation convenable de celle-ci; on répète plusieurs fois cette opération en relevant la position de la graduation du cercle lorsque la lame est éteinte; la moyenne de ces différentes lectures fixe la position qu'il faut donner à la platine pour avoir l'extinction aussi complète que possible de la lame

[1] L. CALDÉRON, Zeitsch. f. Kryst. 2. 1878, 70.

auxiliaire. On fait alors coïncider l'un des fils du réticule avec la trace du clivage de l'anhydrite, le minéral étant dans sa position d'extinction; pour cela on enlève la lentille de champ de l'oculaire, et à l'aide d'une clef s'engageant dans l'encoche *a* marquée sur la fig. 198, on fait tourner le tambour qui supporte le réticule de la quantité nécessaire pour amener cette coïncidence. On opère de la même façon avec le cristal de mésotype, on fait alors coïncider le fil du réticule avec sa direction d'allongement, le minéral étant complètement éteint entre les nicols croisés. Il est évident qu'il faudra effectuer le réglage indiqué pour chaque oculaire. Pour fixer la position d'extinction de la lame d'anhydrite avec une grande précision, on peut se servir de l'oculaire Bertrand.

**162. Centrage du microscope.** Cette opération ne doit être effectuée qu'avec les microscopes de la première catégorie, et pour chaque changement d'objectif. Si cependant ce centrage a été fait tout d'abord pour l'objectif le plus fortement grossissant, il persiste sensiblement pour les objectifs plus faibles qu'on lui substitue dans la suite. Le décentrement se manifeste, comme nous l'avons vu, par un déplacement de l'image de l'objet sur un cercle, dont le centre ne coïncide pas avec le point de croisement des fils du réticule lorsqu'on tourne la platine du microscope. Pour centrer un objectif, on examine avec celui-ci une préparation microscopique, que l'on fait tourner pour se rendre compte de la position qu'occupe le centre *C* du cercle décrit par un point quelconque de celle-ci. Supposons qu'il se trouve par exemple dans le quadrant inférieur de droite (fig. 216); on agira tout d'abord sur la vis *A* de façon à déplacer l'objectif de droite à gauche pour amener le point *C* en *C'* sur la trace du fil vertical; on agira ensuite sur la vis *B*, pour amener par un nouveau déplacement de l'objectif, le centre *C* au point de croisement des fils du réticule. Une nouvelle rotation de la platine permet de juger du centrage; s'il est insuffisant, on répète plusieurs fois l'opération de la même manière.

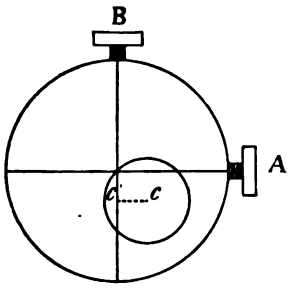


Fig. 216.

# CHAPITRE VIII.

# EXAMEN DES CRISTAUX EN LUMIÈRE PARALLÈLE.

§ 1. Action d'une lame biréfringente en lumière polarisée monochromatique. § 2. Intensité de la lumière transmise. § 3. Action d'une lame biréfringente, en lumière blanche, polarisation chromatique. § 4. Superposition de deux lames cristallines.

## § 1. ACTION D'UNE LAME BIRÉFRINGENTE EN LUMIÈRE POLARISÉE MONOCHROMATIQUE.

**163. Trajet et vitesse des rayons traversant la lame.** Toute plaque taillée dans un cristal biréfringent, découpe dans son ellipsoïde inverse une section elliptique dont les axes sont respectivement: le plus grand $n_g'$ et le plus petit $n_p'$. Ces deux axes deviendront $n_g n_p$, $n_g n_m$ ou $n_m$ et $n_p$, lorsque l'ellipse de section est parallèle à un plan principal d'élasticité. Nous supposerons tout d'abord que les nicols étant croisés, on place (fig. 217) une telle plaque sur la platine d'un microscope à lumière parallèle, ses axes $n_g'$ et $n_p'$ représentés par les droites $OM$ et $ON$ faisant avec les sections principales $PP$ et $AA'$ du polariseur et de l'analyseur un angle $\alpha$ quelconque. Cette plaque reçoit, comme nous l'avons vu, normalement un faisceau de rayons parallèles émanant du polariseur. L'onde plane incidente, polarisée perpendiculairement à $PP'$, est décomposée en pénétrant dans la lame en deux nouvelles ondes, dont les vibrations d'amplitudes $oa$ et $ob$ sont parallèles à $n_g'$ et $n_p'$; elles se propagent avec des vitesses différentes, proportionnelles à $\frac{1}{n_g'}$ et $\frac{1}{n_p'}$, et prennent au sortir de cette lame un certain retard, qui sera conservé pendant leur trajet dans l'air jusqu'à l'analyseur. Comme la plaque est normale sur le faisceau incident, les deux ondes se transmettent dans le cristal normalement à la direction $xx'$ de ce faisceau (fig. 218), tandis que les rayons lumineux $OA$ et $OB$ qui leur correspondent, font avec cette direction des angles $\alpha\alpha'$ plus ou moins grands, qui pourront

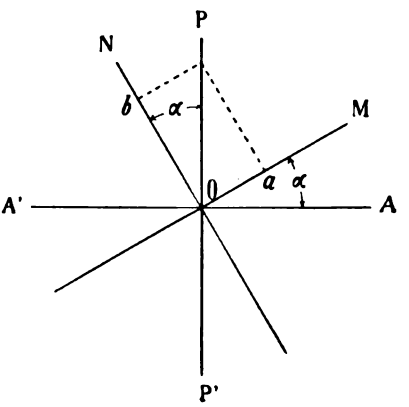


Fig. 217.

se construire avec l'aide de la surface d'onde. Au sortir de la lame, les rayons lumineux reprennent leur direction initiale.

**164. Retard.** Le retard que prendra l'une des ondes planes transmises sur l'autre, est proportionnel à l'épaisseur $e$ de la lame, et dépend de la différence $\frac{1}{n_g'}$ et $\frac{1}{n_p'}$ entre les vitesses de propagation de ces deux ondes. Celles-ci en effet traversent la lame d'épaisseur $e$ en des temps différents $t_g$ et $t_p$ qui seront:

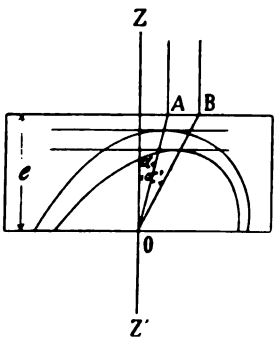


Fig. 218.

$$t_g = \frac{e}{\frac{1}{n_g'}} = en'_g,$$

$$t_p = \frac{e}{\frac{1}{n_p'}} = en'_p.$$

En retranchant ces deux équations l'une de l'autre, nous aurons l'expression du retard $R$:

$$R = t_g - t_p = e\,(n_g' - n_p').$$

Remarquons que $\frac{1}{n_g'}$ et $\frac{1}{n_p'}$ expriment les vitesses des ondes par rapport à celle dans l'air qui est prise comme unité; $t_g$ et $t_p$ expriment alors les chemins que parcourent les ondes dans l'air pendant les temps $t_g$ et $t_p$. D'après cela, si $e$ est donné en millimètres, $R$ le sera également.

En divisant le retard par la longueur d'onde de la lumière considérée, nous aurons:

$$\frac{R}{\lambda} = n \quad \text{d'où} \quad R = n\lambda$$

formule dans laquelle $R$ est exprimé en fonction de la longueur d'onde de la lumière considérée.

Les deux vibrations $ob$ et $oa$ issues de la lame cristalline, arrivent dans l'analyseur, obliquement sur sa section principale (fig. 219). Elles y subissent le phénomène de la double réfraction, et donnent de la sorte chacune deux composantes, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à la section principale $AA'$ de cet analyseur. Les deux composantes ordinaires $oa''$ et $ob''$ sont éliminées par l'appareil, tandis que les deux composantes extraordinaires $oa'$ et $ob'$ sont transmises par l'analyseur, et interfèrent entre elles.

La lumière sera donc en général rétablie par la plaque biréfringente, et son intensité dépend du retard que possèdent les deux vibrations l'une par rapport à l'autre. Celle-ci sera minimum ou nulle si le retard entraîne une interférence négative, et maximum dans le cas contraire.

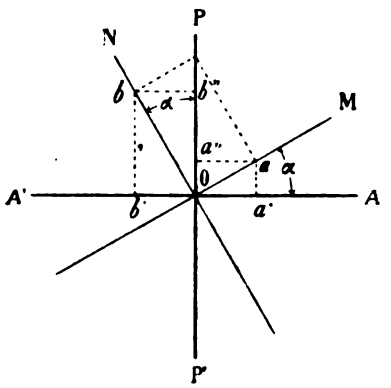


Fig. 219.

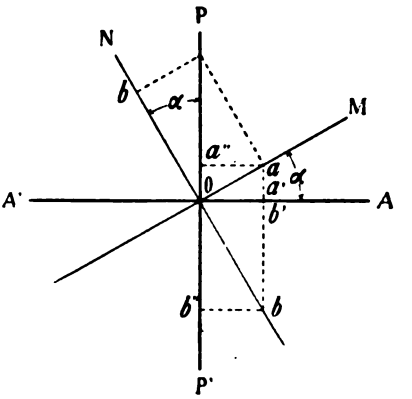


Fig. 220.

**165. Rôle de l'analyseur, aux nicols croisés ou parallèles.** Examinons maintenant l'action qu'exerce l'analyseur sur cette interférence; les deux vibrations *oa* et *ob* issues par double réfraction d'une vibration incidente qui pénètre dans la lame, vibrent à l'origine en concordance de phase dans deux directions perpendiculaires; comme elles traversent la lame avec des vitesses inégales, elles prennent un retard qui amène une différence de phase; si ce retard est exprimé par un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$, les deux mouvements vibreront à leur sortie de la lame en phase inverse, et leur état sera indiqué par la fig. 220. Tout se passe comme si l'un d'eux seulement avait pris une différence de marche égale à $\frac{1}{2}\lambda$ en traversant la lame et se trouve alors à la sortie en discordance de phase avec son état initial, l'autre *oa* vibrant alors en concordance de phase.

Ces deux vibrations *oa* et *ob* sont à leur tour décomposées dans l'analyseur, dont la section principale *AA'* est perpendiculaire à celle du polariseur; *les deux composantes extraordinaires transmises oa' et ob' sont dirigées dans le même sens, et interfèrent positivement.*

Si les sections principales des deux nicols sont parallèles, les composantes *oa'* et *ob'* sont éliminées par réflexion totale, tandis que *oa''* et *ob''* qui traversent l'analyseur, se trouvent en phase inverse et *interfèrent négativement* (fig. 220).

Si maintenant les deux mouvements prennent en traversant la lame un retard égal à un nombre pair de $\frac{1}{2}\lambda$, ils se trouvent, à leur

sortie de celle-ci, vibrer en concordance de phase (fig. 221); les section[illegible] $AA'$ et $PP'$ étant croisées, les deux composantes $oa'$ et $ob'$ parallèles à l[illegible] section principale de l'analyseur qui seules sont transmises, sont dirigée[illegible] en sens contraire, et *se détruiront pa*[illegible] *interférence négative.* On verrait d[illegible] même que si $PP'$ est parallèle à $AA'$, les deux composantes $oa''$ et $ob''$ traversent l'analyseur *et interféreraient positivement.*

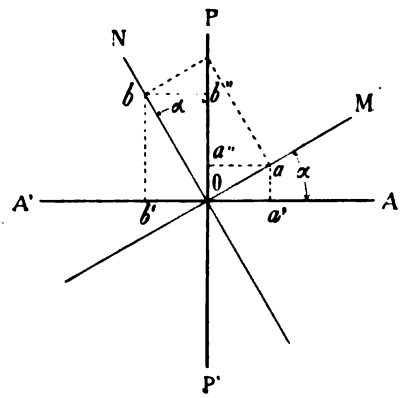


Fig. 222.

**166. Extinctions.** Tournons maintenant la plaque dans son propre plan; l'angle compris entre la section du polariseur et l'une des directions $n_g'$ ou $n_p'$ change, et passe par les valeurs $o$, $\frac{\pi}{2}$, $\pi$ etc. Les deux axes de l'ellipse de section seront, dans ces diverses positions, parallèles aux sections principales des deux nicols, et la vibration incidente traversera la lame sans subir de décomposition, puisqu'elle est parallèle à une direction d'élasticité. Elle arrivera sur l'analyseur sans altération, et y sera totalement arrêtée, puisqu'elle est perpendiculaire à sa section principale.

Dans les quatre positions où, pour une rotation de 360°, les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols, la lumière n'est donc point rétablie entre les nicols croisés; ces positions sont appelées *lignes ou positions d'extinction* (fig. 222).

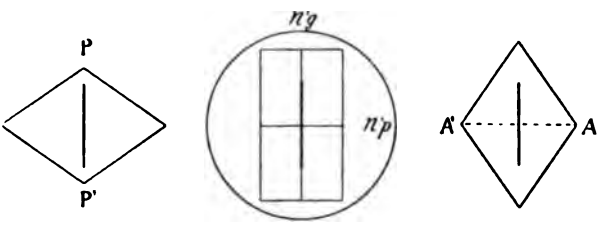


Fig. 222.

Si les sections principales des nicols étaient parallèles, les positions d'extinction deviendraient au contraire celles où l'intensité lumineuse possède sa valeur maximum, la vibration émanant du polariseur étant entièrement transmise à travers la plaque et l'analyseur.

Si la plaque découpe dans l'ellipsoïde une section cyclique, la vibration incidente peut alors se propager normalement à son plan quelle que soit sa polarisation (a. 42, p. 49). Elle ne subira donc

aucune décomposition, et se transmettra sans altération à travers cette plaque jusqu'à l'analyseur, qui l'arrêtera si sa section principale $AA'$ est perpendiculaire sur celle du polariseur $PP'$, et la laissera passer si au contraire $AA'$ est parallèle à $PP'$. Il y aura donc obscurité complète de la lame entre les nicols pour toutes les positions dans le premier cas, et lumière permanente dans le second.

Les sections cycliques sont données par des plaques quelconques taillées dans un corps monoréfringent, et par les sections normales aux axes optiques des cristaux uniaxes et biaxes. Pour ces dernières, l'obscurité entre les nicols croisés n'est complète qu'à la condition que la lumière soit rigoureusement parallèle, ce qui n'est pas tout à fait le cas dans la pratique, de sorte qu'elles sont toujours très faiblement éclairées entre les nicols croisés pour toutes les positions. En outre l'obscurité absolue n'est également pas possible pour les sections cycliques des cristaux biaxes par suite de la réfraction conique. Suivant la direction de l'axe optique, le cristal transmet en effet une onde unique, à laquelle correspondent une infinité de rayons situés sur le manteau du cône de réfraction conique interne, et polarisés dans des plans différents (fig. 223). A la sortie, ces rayons reprennent leur direction primitive, et forment un cylindre creux de rayons polarisés. Dans ces conditions l'extinction n'est plus possible, car il existe toujours des vibrations transmises polarisées dans des plans différents de celui de la section principale de l'analyseur.

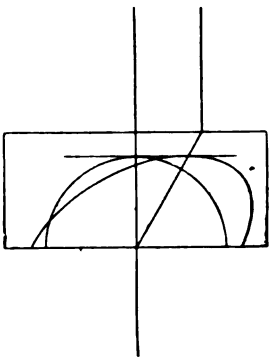


Fig. 223.

En résumé, une lame biréfringente placée en lumière monochromatique entre les nicols croisés, rétablit la lumière si le retard qu'elle introduit sur la marche des rayons est différent d'un nombre pair de $\frac{1}{2}\lambda$, et si les axes $n_g'$ et $n_p'$ de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde inverse sont obliques sur les traces des sections principales des nicols. Une rotation de la plaque dans son plan amène un changement dans l'intensité lumineuse, qui devient nulle dans quatre positions appelées «positions d'extinction», qui sont celles où les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ces axes s'appellent *lignes d'extinction*. Si les nicols sont parallèles l'introduction de la plaque biréfringente amène une diminution dans l'intensité lumineuse; celle-ci peut être nulle pour une position quelconque des lignes d'extinction si le retard est égal à un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Lorsque les axes $n'g$ et $n'p$ sont parallèles aux sections

principales, la lumière transmise possède son intensité maximum. Enfin si $n_g' = n_p'$, la lame découpe une section cyclique, et il y a alors obscurité dans toutes les positions avec les nicols croisés, et égale intensité lumineuse avec les nicols parallèles.

§ 2. INTENSITÉ DE LA LUMIÈRE TRANSMISE.

**167. Expression de l'intensité.** Cherchons maintenant à calculer l'intensité de la lumière transmise par l'analyseur lorsque la lame occupe une position quelconque, et que la section principale du polariseur fait avec celle de l'analyseur un angle $\alpha$ différent de zéro ou 90°, et pouvant varier de 0° à $\pi$.

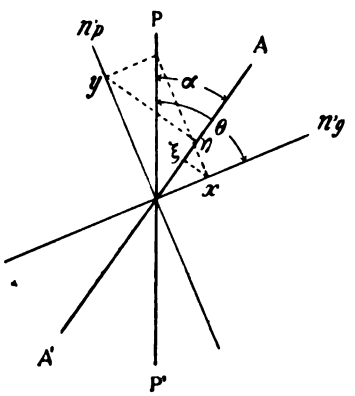


Fig. 224.

Soit $\theta$ (fig. 224) l'angle compris entre la direction $n_g'$ de la lame et la section principale du polariseur. Une vibration incidente définie par l'équation:

$$u = a \sin \frac{2\pi t}{\tau},$$

se décompose à son passage à travers la lame en deux nouvelles vibrations, qui s'effectuent parallèlement à $n_g'$ et $n_p'$, et dont les équations sont respectivement:

$$x = u \cos\theta = a \cos\theta \sin \frac{2\pi t}{\tau}$$

$$y = u \sin\theta = a \sin\theta \sin \frac{2\pi t}{\tau}.$$

Chacune de ces vibrations traverse la lame avec une vitesse différente, celle qui vibre selon $n_g'$ se propage avec une vitesse $\frac{1}{n_g'}$, et traversera la lame d'épaisseur $e$ dans le temps:

$$T = e n_g'$$

celle qui vibre selon $n_p'$ traversera la lame dans le temps:

$$T' = e n'_p.$$

Ces deux vibrations prennent donc dans la lame des retards $T$ et $T'$, et au sortir de celle-ci les équations du mouvement seraient:

$$x' = a \cos\theta \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_g')$$

$$y' = a \sin\theta \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_p')$$

Ces vibrations cheminent dans l'air, en conservant le retard qu'elles ont acquis dans la lame, et pénètrent dans l'analyseur où elles donnent chacune une composante parallèle et une autre normale à la section principale de celui-ci. Les deux mouvements transmis, seront donc exprimés par les équations:

$$\xi = x' \cos(\theta - \alpha) = a \cos(\theta - \alpha) \cos\theta \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_g')$$

$$\eta = y' \sin(\theta - \alpha) = a \sin(\theta - \alpha) \sin\theta \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_p').$$

Ils se composent entre eux, et donnent un mouvement résultant égal à la somme algébrique des composants:

$$\xi + \eta = a \cos(\theta - \alpha) \cos\theta \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_g')$$
$$+ a \sin(\theta - \alpha) \sin\theta \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_p')$$

ce qui peut s'écrire sous la forme:

$$x = K \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_g') + K' \sin \frac{2\pi}{\tau} (t - e n_p')$$

dans cette équation, $K$ et $K'$ sont les amplitudes des deux mouvements composants, et ont pour valeur:

$$K = a \cos(\theta - \alpha) \cos\theta$$
$$K' = a \sin(\theta - \alpha) \sin\theta.$$

L'intensité de la lumière comme on l'a vu (a. 4. p. 3), est proportionnelle à la force vive moyenne mise en jeu dans un mouvement vibratoire, c'est-à-dire au carré de l'amplitude du mouvement résultant; nous aurons donc:

$$I = A^2.$$

Si nous appliquons alors les formules (a. 13, p. 12), nous aurons de la sorte pour l'intensité:

$$I = A^2 = K^2 + K'^2 + 2KK' \cos \frac{2\pi}{\tau} e (n_g' - n_p').$$

En remplaçant alors $KK'$ par leurs valeurs, et en remarquant que:

$$\cos \frac{2\pi}{\tau} e (n_g' - n_p') = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{\tau} e (n_g' - n_p'),$$

il vient:

$$I = a^2 \cos^2(\theta - \alpha) \cos^2\theta + a^2 \sin^2(\theta - \alpha) \sin^2\theta$$
$$+ 2a^2 \cos(\theta - \alpha) \sin(\theta - \alpha) \cos\theta \sin\theta$$
$$- a^2 \sin 2(\theta - \alpha) \sin 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\tau} e (n_g' - n_p'),$$

puis

$$I = a^2\left[\left(\cos(\theta-\alpha)\cos\theta - \sin(\theta-\alpha)\sin\theta\right)^2 - \left(\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right)\right]$$

et enfin

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right].$$

Dans les formules qui précèdent, $en_g'$ et $en_p'$ expriment les temps employés par les vibrations pour traverser la lame, et le terme $e(n_g'-n_p')$ représente leur différence de phase, ou ce qu'on appelle le retard $R$. Comme on prend la vitesse $V$ de propagation dans l'air comme unité, $R$ peut représenter la différence des trajets qu'effectueraient dans l'air les deux mouvements (a. 164, p. 170). En outre $\tau$ étant lié à la longueur d'onde de la lumière par la relation $V = \frac{\lambda}{\tau}$, puisque dans l'air on prend $V = 1$, il vient:

$$\lambda = \tau,$$

la longueur d'onde s'exprime alors par le même nombre que la période de l'oscillation. En tenant compte de ces observations, l'intensité lumineuse pourra être représentée par la formule:

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\lambda}e(n_g'-n_p')\right],$$

qui a l'avantage de permettre d'exprimer les retards en fonction de la longueur d'onde de la lumière employée.

**168. Discussion de la formule.**

1° *Cas général.* Si les nicols sont placés dans une position quelconque, et si leurs sections principales font entre elles un angle $\alpha$, on voit que pour une valeur donnée du terme $\sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')$ la valeur de $I$ dépend de $\theta$. Lorsque

$$\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta = 0,$$

ce qui arrive lorsque $\theta = \alpha$, ou $\theta = \alpha + \frac{n\pi}{2}$, c'est-à-dire lorsque l'un des axes d'élasticité de la lame devient parallèle ou perpendiculaire à la section principale de l'analyseur, ou bien encore lorsque

$$\theta = 0 \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{n\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque $n_g'$ ou $n_p'$ sont parallèles ou perpendiculaires à la section principale du polariseur; tout se passe dans ces deux cas comme s'il n'y avait que le polariseur et l'analyseur seul.

2° *Cas des nicols croisés.* Nous aurons dans ce cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$; et la formule générale devient:

$$I = a^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité lumineuse dépend comme dans le cas précédent, du produit de deux termes, qui peuvent séparément passer par des maxima et minima. Nous allons donc examiner le rôle de chacun d'eux.

Supposons tout d'abord $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') > 0$, condition qui sera réalisée lorsque la lame introduit un retard différent d'un nombre pair de demi-durées d'oscillation. $I$ dépend de $\theta$, et s'annule lorsque $\theta = 0$, $\frac{\pi}{2}$, $\pi$, etc. ou d'une manière générale lorsque:

$$\theta = n \frac{\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque les deux directions $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ce sont les positions d'extinction.

$I$ devient maximum lorsque

$$\sin^2 2\theta = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les lignes d'extinction sont placées à 45° des sections principales des nicols.

Examinons maintenant le rôle que joue le terme $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')$; nous attribuerons à $a^2 \sin^2 2\theta$ une valeur arbitraire, $K$ par exemple, ce qui suppose la lame placée dans une position quelconque. Nous aurons alors:

$$I = K \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité de la lumière transmise sera maximum lorsque:

$$e (n_g' - n_p') = 2(n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire lorsque le retard introduit par la lame est égal à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

puis

$$I = a^2\left[\left(\cos(\theta-\alpha)\cos\theta - \sin(\theta-\alpha)\sin\theta\right)^2 - \left(\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right)\right]$$

et enfin

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right].$$

Dans les formules qui précèdent, $en_g'$ et $en_p'$ expriment les temps employés par les vibrations pour traverser la lame, et le terme $e(n_g'-n_p')$ représente leur différence de phase, ou ce qu'on appelle le retard $R$. Comme on prend la vitesse $V$ de propagation dans l'air comme unité, $R$ peut représenter la différence des trajets qu'effectueraient dans l'air les deux mouvements (a. 164, p. 170). En outre $\tau$ étant lié à la longueur d'onde de la lumière par la relation $V = \frac{\lambda}{\tau}$, puisque dans l'air on prend $V = 1$, il vient:

$$\lambda = \tau,$$

la longueur d'onde s'exprime alors par le même nombre que la période de l'oscillation. En tenant compte de ces observations, l'intensité lumineuse pourra être représentée par la formule:

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\lambda}e(n_g'-n_p')\right],$$

qui a l'avantage de permettre d'exprimer les retards en fonction de la longueur d'onde de la lumière employée.

**168. Discussion de la formule.**

1° *Cas général.* Si les nicols sont placés dans une position quelconque, et si leurs sections principales font entre elles un angle $\alpha$, on voit que pour une valeur donnée du terme $\sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')$ la valeur de $I$ dépend de $\theta$. Lorsque

$$\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta = 0,$$

ce qui arrive lorsque $\theta = \alpha$, ou $\theta = \alpha + \frac{n\pi}{2}$, c'est-à-dire lorsque l'un des axes d'élasticité de la lame devient parallèle ou perpendiculaire à la section principale de l'analyseur, ou bien encore lorsque

$$\theta = 0 \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{n\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque $n_g'$ ou $n_p'$ sont parallèles ou perpendiculaires à la section principale du polariseur; tout se passe dans ces deux cas comme s'il n'y avait que le polariseur et l'analyseur seul.

2° *Cas des nicols croisés.* Nous aurons dans ce cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$; et la formule générale devient:

$$I = a^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité lumineuse dépend comme dans le cas précédent, du produit de deux termes, qui peuvent séparément passer par des maxima et minima. Nous allons donc examiner le rôle de chacun d'eux.

Supposons tout d'abord $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') > 0$, condition qui sera réalisée lorsque la lame introduit un retard différent d'un nombre pair de demi-durées d'oscillation. $I$ dépend de $\theta$, et s'annule lorsque $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$, etc. ou d'une manière générale lorsque:

$$\theta = n \frac{\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque les deux directions $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ce sont les positions d'extinction.

$I$ devient maximum lorsque

$$\sin^2 2\theta = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les lignes d'extinction sont placées à 45° des sections principales des nicols.

Examinons maintenant le rôle que joue le terme $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')$; nous attribuerons à $a^2 \sin^2 2\theta$ une valeur arbitraire, $K$ par exemple, ce qui suppose la lame placée dans une position quelconque. Nous aurons alors:

$$I = K \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité de la lumière transmise sera maximum lorsque:

$$e (n_g' - n_p') = 2(n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire lorsque le retard introduit par la lame est égal à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

$I$ s'annule au contraire si

$$\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p') = 0,$$

c'est-à-dire si

$$e\,(n_g' - n_p') = 2n \frac{\lambda}{2},$$

en d'autres termes si le retard est égal à un nombre pair quelconque de demi-longueurs d'onde.

3° *Cas des nicols parallèles.* L'intensité lumineuse sera exprimée par la formule:

$$I = a^2 \left(1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p')\right).$$

Elle est maximum pour une valeur quelconque du retard différente de zèro, si

$$\theta = 0,\ 90°,\ 180° \text{ etc.}$$

et minimum, sans devenir nulle, cependant lorsque $\theta = 45°$, $135°$ $225°$ etc. ou d'une manière générale si

$$\theta = (2n + 1) \frac{\pi}{4}.$$

$I$ ne s'annule que lorsque

$$\sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p') = 1.$$

Ce qui sera le cas par exemple, lorsque nous aurons:

$$\sin^2 2\theta = 1$$

et

$$\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p') = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les directions $n_g'$ et $n_p'$ seront à 45° de la section principale du polariseur, et que le retard $e\,(n_g' - n_p')$ introduit est égal à un nombre impair $(2n + 1)$ de demi-longueurs d'onde, soit:

$$e\,(n_g' - n_p') = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

**169. Vérification expérimentale.** Les phénomènes indiqués ci-dessus se laissent facilement vérifier par l'expérience; il suffit pour cela de prendre une lame de quartz taillée en biseau parallèlement à l'axe optique $n_g$ (fig. 225). On introduit cette lame entre les nicols croisés, de façon à ce que sa direction $n_g$ soit à 45° de leurs sections prinpales $PP'$ et $AA'$, et on fait varier à volonté le retard $R$ en déplaçant

le biseau de quartz parallèlement à son axe, car ce retard est proportionnel à l'épaisseur $e$ comme l'on sait.

En lumière monochromatique, l'introduction de la lame de quartz rétablit tout d'abord la lumière dans l'appareil, avec un maximum d'intensité pour $R = \frac{1}{2}\lambda$. Une augmentation du retard obtenue par un déplacement convenable du biseau de quartz, amène une première frange obscure qui correspond à un minimum d'intensité lorsque $R = 2\frac{1}{2}\lambda$. Celle-ci sera suivie à son tour par d'autres franges obscures, pour des retards correspondant à $\frac{4}{2}\lambda$, $\frac{6}{2}\lambda$ etc., tandis qu'aux positions $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$ etc. apparaîtront des franges lumineuses qui correspondent aux maxima d'intensité (fig. 226). Si l'on fait tourner maintenant cette lame dans son propre plan dans l'une des situations où elle rétablit la lumière, on pourra constater qu'elle présente quatre positions d'extinction à 90 degrés les unes des autres. Aux nicols parallèles on verrait de même que lorsque l'axe du quartz est placé à 45° des sections principales, les franges obscures apparaissent lorsque les retards atteignent un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Une frange lumineuse quelconque obtenue entre les nicols croisés pour une position déterminée de la lame de quartz, se transformera donc en une frange obscure, si les sections principales des nicols deviennent parallèles, et vice-versa.

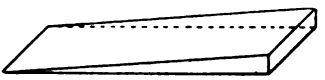


Fig. 225.

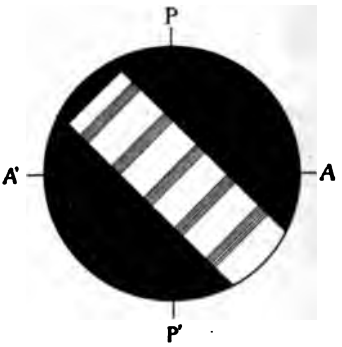



Fig. 226.

## § 3. ACTION D'UNE LAME BIRÉFRINGENTE EN LUMIÈRE BLANCHE. POLARISATION CHROMATIQUE.

**170. Coloration de la lumière transmise.** Plaçons maintenant une lame biréfringente entre les nicols croisés, en éclairant le microscope avec de la lumière blanche. Il y a toujours rétablissement de la lumière lorsque les axes $n_g'$ et $n_p'$ de la lame sont disposés obliquement par rapport aux sections principales, mais la lumière rétablie présente en général une coloration qui dépend du retard introduit par la lame sur la marche des rayons. Cette coloration ne varie pas lorsqu'on tourne la plaque dans son propre plan, par contre l'intensité lumineuse est maximum lorsque les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont à 45° des sections principales du polariseur et de l'analyseur; elle est nulle lorsque ces axes deviennent parallèles à celles-ci, à la condition toutefois que

sortie de celle-ci, vibrer en concordance de phase (fig. 221); les sections $AA'$ et $PP'$ étant croisées, les deux composantes $oa'$ et $ob'$ parallèles à la section principale de l'analyseur qui seules sont transmises, sont dirigées en sens contraire, et *se détruiront par interférence négative.* On verrait de même que si $PP'$ est parallèle à $AA'$, les deux composantes $oa''$ et $ob''$ traversent l'analyseur *et interféreraient positivement.*

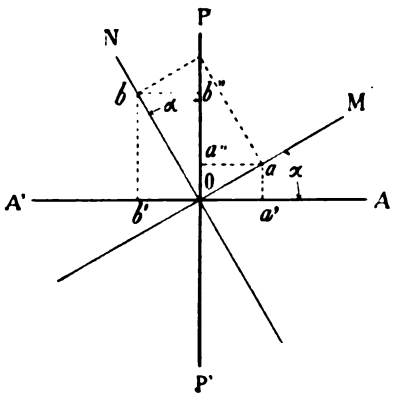


Fig. 222.

**166. Extinctions.** Tournons maintenant la plaque dans son propre plan; l'angle compris entre la section du polariseur et l'une des directions $n_g'$ ou $n_p'$ change, et passe par les valeurs $o$, $\frac{\pi}{2}$, $\pi$ etc. Les deux axes de l'ellipse de section seront, dans ces diverses positions, parallèles aux sections principales des deux nicols, et la vibration incidente traversera la lame sans subir de décomposition, puisqu'elle est parallèle à une direction d'élasticité. Elle arrivera sur l'analyseur sans altération, et y sera totalement arrêtée, puisqu'elle est perpendiculaire à sa section principale.

Dans les quatre positions où, pour une rotation de 360°, les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols, la lumière n'est donc point rétablie entre les nicols croisés; ces positions sont appelées *lignes ou positions d'extinction* (fig. 222).

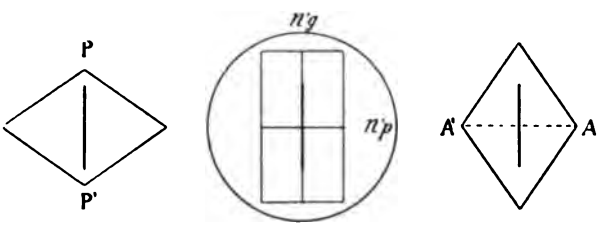


Fig. 222.

Si les sections principales des nicols étaient parallèles, les positions d'extinction deviendraient au contraire celles où l'intensité lumineuse possède sa valeur maximum, la vibration émanant du polariseur étant entièrement transmise à travers la plaque et l'analyseur.

Si la plaque découpe dans l'ellipsoïde une section cyclique, la vibration incidente peut alors se propager normalement à son plan quelle que soit sa polarisation (a. 42, p. 49). Elle ne subira donc

aucune décomposition, et se transmettra sans altération à travers cette plaque jusqu'à l'analyseur, qui l'arrêtera si sa section principale $AA'$ est perpendiculaire sur celle du polariseur $PP'$, et la laissera passer si au contraire $AA'$ est parallèle à $PP'$. Il y aura donc obscurité complète de la lame entre les nicols pour toutes les positions dans le premier cas, et lumière permanente dans le second.

Les sections cycliques sont données par des plaques quelconques taillées dans un corps monoréfringent, et par les sections normales aux axes optiques des cristaux uniaxes et biaxes. Pour ces dernières, l'obscurité entre les nicols croisés n'est complète qu'à la condition que la lumière soit rigoureusement parallèle, ce qui n'est pas tout à fait le cas dans la pratique, de sorte qu'elles sont toujours très faiblement éclairées entre les nicols croisés pour toutes les positions. En outre l'obscurité absolue n'est également pas possible pour les sections cycliques des cristaux biaxes par suite de la réfraction conique. Suivant la direction de l'axe optique, le cristal transmet en effet une onde unique, à laquelle correspondent une infinité de rayons situés sur le manteau du cône de réfraction conique interne, et polarisés dans des plans différents (fig. 223). A la sortie, ces rayons reprennent leur direction primitive, et forment un cylindre creux de rayons polarisés. Dans ces conditions l'extinction n'est plus possible, car il existe toujours des vibrations transmises polarisées dans des plans différents de celui de la section principale de l'analyseur.

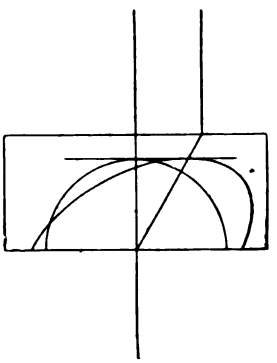


Fig. 223.

En résumé, une lame biréfringente placée en lumière monochromatique entre les nicols croisés, rétablit la lumière si le retard qu'elle introduit sur la marche des rayons est différent d'un nombre pair de $\frac{1}{2}\lambda$, et si les axes $n_g'$ et $n_p'$ de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde inverse sont obliques sur les traces des sections principales des nicols. Une rotation de la plaque dans son plan amène un changement dans l'intensité lumineuse, qui devient nulle dans quatre positions appelées «positions d'extinction», qui sont celles où les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ces axes s'appellent *lignes d'extinction*. Si les nicols sont parallèles l'introduction de la plaque biréfringente amène une diminution dans l'intensité lumineuse; celle-ci peut être nulle pour une position quelconque des lignes d'extinction si le retard est égal à un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Lorsque les axes $n'g$ et $n'p$ sont parallèles aux sections

dont le rôle se voit immédiatement sur la figure. Au moyen d'un petit levier, on peut appliquer sur une portion de cette fente un petit prisme de comparaison *S*, qui reçoit, à travers l'orifice *l* pratiqué dans le tambour, la lumière provenant d'une source déterminée.

La partie supérieure renferme un prisme d'Amici, que l'on peut, pour le réglage, plus ou moins incliner sur l'axe de l'appareil au moyen de la vis *P*. La détermination de la position des raies obscures que l'on observe avec cet instrument, se fait au moyen d'une échelle *M* gravée sur verre, et éclairée par le miroir *O*. On en voit l'image réfléchie par la face terminale du prisme en même temps que celle du spectre.

La graduation de l'échelle est faite en longueurs d'onde (fig. 229) d'après les déterminations d'Angström, elle donne directement la valeur de $\lambda$ qui correspond à une raie obscure déterminée, si l'on a pris soin de régler préalablement l'appareil par le jeu de la vis *P*, de façon que la raie du sodium occupe la division 589 de l'échelle. La

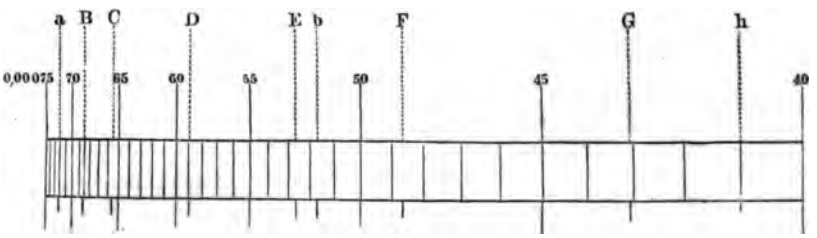



Fig. 229.

mise au point de cette échelle se fait par un tirage, qui l'éloigne ou la rapproche de la lentille *R*; celle de la fente se fait par le déplacement de la lentille oculaire. Le réglage est convenable lorsque les lignes de Fraunhofer occupent toutes leurs positions normales sur l'échelle graduée, et lorsqu'on n'observe pas de déplacement parallactique en bougeant l'œil devant l'appareil. On peut adapter un polariseur au-dessus de l'oculaire lorsque cela est nécessaire.

Pour analyser les teintes de polarisation d'un minéral quelconque, il suffit de déterminer le nombre et les positions des bandes obscures qu'on observe dans le spectre obtenu, en examinant cette lumière avec l'oculaire qui vient d'être décrit; les longueurs d'onde qui correspondent aux radiations absorbées seront lues directement sur l'échelle graduée.

**174. Extinctions, et rôle de la dispersion cristalline.** Dans le cas où le minéral biréfringent présente la dispersion cristalline, les phénomènes qui se produisent en lumière blanche sont un peu différents de ceux qui viennent d'être décrits; il devient en particulier impossible d'obtenir l'extinction complète de la lame biréfringente pour une

Ces vibrations cheminent dans l'air, en conservant le retard qu'elles ont acquis dans la lame, et pénètrent dans l'analyseur où elles donnent chacune une composante parallèle et une autre normale à la section principale de celui-ci. Les deux mouvements transmis, seront donc exprimés par les équations:

$$\xi = x' \cos(\theta - \alpha) = a \cos(\theta - \alpha) \cos\theta \sin\frac{2\pi}{\tau}(t - e n_g')$$

$$\eta = y' \sin(\theta - \alpha) = a \sin(\theta - \alpha) \sin\theta \sin\frac{2\pi}{\tau}(t - e n_p').$$

Ils se composent entre eux, et donnent un mouvement résultant égal à la somme algébrique des composants:

$$\xi + \eta = a \cos(\theta - \alpha) \cos\theta \sin\frac{2\pi}{\tau}(t - e n_g')$$
$$+ a \sin(\theta - \alpha) \sin\theta \sin\frac{2\pi}{\tau}(t - e n_p')$$

ce qui peut s'écrire sous la forme:

$$x = K \sin\frac{2\pi}{\tau}(t - e n_g') + K' \sin\frac{2\pi}{\tau}(t - e n_p')$$

dans cette équation, $K$ et $K'$ sont les amplitudes des deux mouvements composants, et ont pour valeur:

$$K = a \cos(\theta - \alpha) \cos\theta$$
$$K' = a \sin(\theta - \alpha) \sin\theta.$$

L'intensité de la lumière comme on l'a vu (a. 4. p. 3), est proportionnelle à la force vive moyenne mise en jeu dans un mouvement vibratoire, c'est-à-dire au carré de l'amplitude du mouvement résultant; nous aurons donc:

$$I = A^2.$$

Si nous appliquons alors les formules (a. 13, p. 12), nous aurons de la sorte pour l'intensité:

$$I = A^2 = K^2 + K'^2 + 2KK' \cos\frac{2\pi}{\tau} e (n_g' - n_p').$$

En remplaçant alors $KK'$ par leurs valeurs, et en remarquant que:

$$\cos\frac{2\pi}{\tau} e (n_g' - n_p') = 1 - 2 \sin^2\frac{\pi}{\tau} e (n_g' - n_p'),$$

il vient:

$$I = a^2 \cos^2(\theta - \alpha) \cos^2\theta + a^2 \sin^2(\theta - \alpha) \sin^2\theta$$
$$+ 2a^2 \cos(\theta - \alpha) \sin(\theta - \alpha) \cos\theta \sin\theta$$
$$- a^2 \sin 2(\theta - \alpha) \sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau} e (n_g' - n_p'),$$

puis

$$I = a^2\left[\left(\cos(\theta-\alpha)\cos\theta - \sin(\theta-\alpha)\sin\theta\right)^2 - \left(\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right)\right]$$

et enfin

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right].$$

Dans les formules qui précèdent, $en_g'$ et $en_p'$ expriment les temps employés par les vibrations pour traverser la lame, et le terme $e(n_g'-n_p')$ représente leur différence de phase, ou ce qu'on appelle le retard $R$. Comme on prend la vitesse $V$ de propagation dans l'air comme unité, $R$ peut représenter la différence des trajets qu'effectueraient dans l'air les deux mouvements (a. 164, p. 170). En outre $\tau$ étant lié à la longueur d'onde de la lumière par la relation $V = \frac{\lambda}{\tau}$, puisque dans l'air on prend $V = 1$, il vient:

$$\lambda = \tau,$$

la longueur d'onde s'exprime alors par le même nombre que la période de l'oscillation. En tenant compte de ces observations, l'intensité lumineuse pourra être représentée par la formule:

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\lambda}e(n_g'-n_p')\right],$$

qui a l'avantage de permettre d'exprimer les retards en fonction de la longueur d'onde de la lumière employée.

**168. Discussion de la formule.**

1° *Cas général.* Si les nicols sont placés dans une position quelconque, et si leurs sections principales font entre elles un angle $\alpha$, on voit que pour une valeur donnée du terme $\sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')$ la valeur de $I$ dépend de $\theta$. Lorsque

$$\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta = 0,$$

ce qui arrive lorsque $\theta = \alpha$, ou $\theta = \alpha + \frac{n\pi}{2}$, c'est-à-dire lorsque l'un des axes d'élasticité de la lame devient parallèle ou perpendiculaire à la section principale de l'analyseur, ou bien encore lorsque

$$\theta = 0 \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{n\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque $n_g'$ ou $n_p'$ sont parallèles ou perpendiculaires à la section principale du polariseur; tout se passe dans ces deux cas comme s'il n'y avait que le polariseur et l'analyseur seul.

2° *Cas des nicols croisés.* Nous aurons dans ce cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$; et la formule générale devient:

$$I = a^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité lumineuse dépend comme dans le cas précédent, du produit de deux termes, qui peuvent séparément passer par des maxima et minima. Nous allons donc examiner le rôle de chacun d'eux.

Supposons tout d'abord $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') > 0$, condition qui sera réalisée lorsque la lame introduit un retard différent d'un nombre pair de demi-durées d'oscillation. $I$ dépend de $\theta$, et s'annule lorsque $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$, etc. ou d'une manière générale lorsque:

$$\theta = n \frac{\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque les deux directions $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ce sont les positions d'extinction.

$I$ devient maximum lorsque

$$\sin^2 2\theta = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les lignes d'extinction sont placées à 45° des sections principales des nicols.

Examinons maintenant le rôle que joue le terme $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')$; nous attribuerons à $a^2 \sin^2 2\theta$ une valeur arbitraire, $K$ par exemple, ce qui suppose la lame placée dans une position quelconque. Nous aurons alors:

$$I = K \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité de la lumière transmise sera maximum lorsque:

$$e (n_g' - n_p') = 2(n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire lorsque le retard introduit par la lame est égal à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

$I$ s'annule au contraire si

$$\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p') = 0,$$

c'est-à-dire si

$$e\,(n_g' - n_p') = 2n \frac{\lambda}{2},$$

en d'autres termes si le retard est égal à un nombre pair quelconque de demi-longueurs d'onde.

3° *Cas des nicols parallèles.* L'intensité lumineuse sera exprimée par la formule:

$$I = a^2 \left(1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p')\right).$$

Elle est maximum pour une valeur quelconque du retard différente de zèro, si

$$\theta = 0,\ 90^\circ,\ 180^\circ \text{ etc.}$$

et minimum, sans devenir nulle, cependant lorsque $\theta = 45^\circ$, $135^\circ$ $225^\circ$ etc. ou d'une manière générale si

$$\theta = (2n+1)\frac{\pi}{4}.$$

$I$ ne s'annule que lorsque

$$\sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p') = 1.$$

Ce qui sera le cas par exemple, lorsque nous aurons:

$$\sin^2 2\theta = 1$$

et

$$\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e\,(n_g' - n_p') = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les directions $n_g'$ et $n_p'$ seront à 45° de la section principale du polariseur, et que le retard $e\,(n_g' - n_p')$ introduit est égal à un nombre impair $(2n+1)$ de demi-longueurs d'onde, soit:

$$e\,(n_g' - n_p') = (2n+1)\frac{\lambda}{2}.$$

**169. Vérification expérimentale.** Les phénomènes indiqués ci-dessus se laissent facilement vérifier par l'expérience; il suffit pour cela de prendre une lame de quartz taillée en biseau parallèlement à l'axe optique $n_g$ (fig. 225). On introduit cette lame entre les nicols croisés, de façon à ce que sa direction $n_g$ soit à 45° de leurs sections principales $PP'$ et $AA'$, et on fait varier à volonté le retard $R$ en déplaçant

le biseau de quartz parallèlement à son axe, car ce retard est proportionnel à l'épaisseur $e$ comme l'on sait.

En lumière monochromatique, l'introduction de la lame de quartz rétablit tout d'abord la lumière dans l'appareil, avec un maximum d'intensité pour $R = \frac{1}{2}\lambda$. Une augmentation du retard obtenue par un déplacement convenable du biseau de quartz, amène une première frange obscure qui correspond à un minimum d'intensité lorsque $R = 2\frac{1}{2}\lambda$. Celle-ci sera suivie à son tour par d'autres franges obscures, pour des retards correspondant à $\frac{4}{2}\lambda$, $\frac{6}{2}\lambda$ etc., tandis qu'aux positions $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$ etc. apparaîtront des franges lumineuses qui correspondent aux maxima d'intensité (fig. 226). Si l'on fait tourner maintenant cette lame dans son propre plan dans l'une des situations où elle rétablit la lumière, on pourra constater qu'elle présente quatre positions d'extinction à 90 degrés les unes des autres. Aux nicols parallèles on verrait de même que lorsque l'axe du quartz est placé à 45° des sections principales, les franges obscures apparaissent lorsque les retards atteignent un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Une frange lumineuse quelconque obtenue entre les nicols croisés pour une position déterminée de la lame de quartz, se transformera donc en une frange obscure, si les sections principales des nicols deviennent parallèles, et vice-versa.

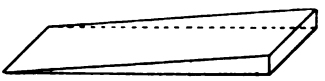


Fig. 225.

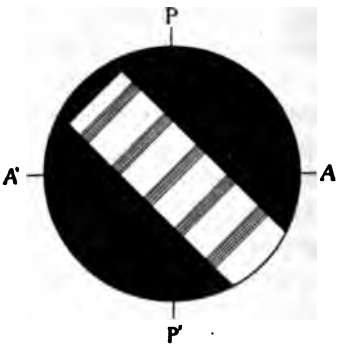



Fig. 226.

### § 3. ACTION D'UNE LAME BIRÉFRINGENTE EN LUMIÈRE BLANCHE. POLARISATION CHROMATIQUE.

**170. Coloration de la lumière transmise.** Plaçons maintenant une lame biréfringente entre les nicols croisés, en éclairant le microscope avec de la lumière blanche. Il y a toujours rétablissement de la lumière lorsque les axes $n_g'$ et $n_p'$ de la lame sont disposés obliquement par rapport aux sections principales, mais la lumière rétablie présente en général une coloration qui dépend du retard introduit par la lame sur la marche des rayons. Cette coloration ne varie pas lorsqu'on tourne la plaque dans son propre plan, par contre l'intensité lumineuse est maximum lorsque les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont à 45° des sections principales du polariseur et de l'analyseur; elle est nulle lorsque ces axes deviennent parallèles à celles-ci, à la condition toutefois que

le corps ne présente pas le phénomène de la dispersion cristalline. Si plaçant la lame dans une position quelconque, on tourne l'analyseur, la teinte transmise change, et devient complémentaire de celle observée aux nicols croisés, lorsque ceux-ci sont parallèles.

Soit $R$ la valeur du retard introduit par la plaque, les radiations pour lesquelles nous aurons avec les nicols croisés:

$$R = \frac{n}{2}\lambda,$$

interféreront négativement si $n$ est pair, et positivement si $n$ est impair. Comme toutes les radiations visibles ont des longueurs d'onde différentes, il s'ensuit qu'un retard donné déterminera simultanément l'interférence négative d'une ou de plusieurs de ces radiations qui seront détruites, et l'interférence positive d'autres radiations qui seront de la sorte renforcées. La lumière rétablie sera nécessairement colorée, et sa couleur dépendra de la nature des radiations transmises. Avec les nicols parallèles, la teinte de cette lumière sera complémentaire de celle obtenue avec les nicols croisés; en effet les radiations qui interfèrent positivement dans le premier cas, interfèrent négativement dans le second et vice-versa. Examinons maintenant les conséquences pratiques d'une variation du retard $R$, que nous pouvons déduire de l'examen du tableau ci-joint, où figurent des multiples, 1, 2, 3 etc. de $\frac{1}{2}\lambda$ pour les raies suivantes du spectre:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $A$ rouge | $\lambda = 760\,\mu\mu$ | $F$ bleu | $\lambda = 486\,\mu\mu$ |
| $C$ orangé | $\lambda = 656$ » » | $G$ indigo | $\lambda = 430$ » » |
| $D$ jaune | $\lambda = 589$ » » | $H$ violet | $\lambda = 396$ » » |
| $b$ vert | $\lambda = 517$ » » | | |

| | $\frac{1}{2}\lambda$ | $\frac{2}{2}\lambda$ | $\frac{3}{2}\lambda$ | $\frac{4}{2}\lambda$ | $\frac{5}{2}\lambda$ | $\frac{6}{2}\lambda$ | $\frac{7}{2}\lambda$ | $\frac{8}{2}\lambda$ | $\frac{9}{2}\lambda$ | $\frac{10}{2}\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | 380 | 760 | 1140 | 1520 | 1900 | 2280 | 2660 | 3040 | 3420 | 3800 |
| $C$ | 328 | 656 | 984 | 1312 | 1640 | 1968 | 2296 | 2624 | 2952 | 3280 |
| $D$ | 294,5 | 589 | 883 | 1178 | 1472 | 1767 | 2061 | 2356 | 2650 | 2945 |
| $b$ | 258,5 | 517 | 775 | 1034 | 1292 | 1551 | 1809 | 2068 | 2326 | 2585 |
| $F$ | 243 | 486 | 729 | 972 | 1215 | 1458 | 1701 | 1944 | 2187 | 2430 |
| $G$ | 215 | 430 | 645 | 860 | 1075 | 1290 | 1505 | 1720 | 1935 | 2150 |
| $H$ | 198 | 396 | 594 | 792 | 990 | 1188 | 1386 | 1584 | 1782 | 1980 |

**171. Teintes sensibles et ordres de Newton.** Prenons tout d'abord ce retard égal à une fraction de longueur d'onde du violet par exemple, il représente évidemment une fraction encore plus petite de $\lambda$ pour les autres couleurs. Dans ces conditions, les choses se passeront à peu près comme si $R$ était nul, et toutes les couleurs

interfèreront sensiblement négativement; il n'y aura donc pas de rétablissement de la lumière entre les nicols croisés.

Faisons maintenant $R = \frac{1}{2}\lambda$ pour le violet, soit 200 $\mu.\mu.$ environ; cette radiation interfère positivement, tandis que les autres sont transmises avec des intensités variables, qui dépendent de leur différence de phase. Les radiations voisines du rouge sont à peu près complètement détruites, et la lumière prend alors une teinte grise violacée, qui évolue vers le gris blanc, puis vers le jaune, lorsque le retard devient égal à $\frac{1}{2}\lambda$ pour cette couleur qui interfère alors positivement. En augmentant encore le retard, $R$ devient égal à 380 $\mu.\mu.$ environ, ce qui correspond à peu près à $\frac{1}{2}\lambda$ pour le rouge et à $2\frac{1}{2}\lambda$ pour le violet; la première de ces deux couleurs interfère positivement, la seconde est détruite par interférence négative. La couleur transmise sera jaune rougeâtre, puis le retard continuant à augmenter, elle passera au rouge franc, puis au violet pour $R = 580\,\mu.\mu. = \frac{3}{2}\lambda$ jaune $= \frac{3}{2}\lambda$ violet. Avec $R = 660\,\mu.\mu.$ la teinte vire au bleu par suite de l'interférence positive de cette couleur, suivie de la destruction de l'orangé; pour $R = 750\,\mu.\mu.$ le vert succède au bleu, le rouge et le violet sont détruits, car $R$ est sensiblement égal à $\lambda$ rouge, à $\frac{3}{2}\lambda$, vert et $\frac{4}{2}\lambda$ violet. En faisant croître encore le retard, pour $R = 900\,\mu.\mu.$ environ, celui-ci correspond à peu près à $\frac{3}{2}\lambda$ jaune, à $\frac{4}{2}\lambda$ bleu et à $\frac{5}{2}\lambda$ violet; la teinte passe alors au jaune, puis à l'orangé, au rouge orangé et enfin au rouge violet pour $R = 1100\,\mu.\mu.$ ce qui équivaut à $\frac{3}{2}\lambda$ rouge, $\frac{4}{2}\lambda$ jaune, $\frac{5}{2}\lambda$ bleu, $\frac{6}{2}\lambda$ violet et ainsi de suite.

Les couleurs qui s'échelonnent du gris au violet obtenu pour $R = 575$ constituent ce qu'on appelle le *premier ordre de Newton*, et la couleur violette qui correspond à ce retard est généralement désignée sous le nom de *teinte sensible n° I* ou *du premier ordre.* Les couleurs qui forment le second ordre sont comprises entre le violet n° I et le rouge violacé suivant pour lequel $R = 1100$ environ; ce rouge violacé s'appelle *teinte sensible n° II* ou *de second ordre.* En faisant croître encore les retards, on obtient de même un troisième et quatrième ordre; mais à mesure que $R$ augmente les interférences se font de plus en plus nombreuses, et les teintes vont en s'affaiblissant graduellement pour passer au blanc d'ordre supérieur.

Le tableau suivant montre la succession des teintes que l'on obtient pour des retards croissants, aux nicols croisés ou parallèles. Les retards y sont exprimés en millionièmes de millimètre.

Quant au phénomène des extinctions, il persiste en lumière blanche comme en lumière monochromatique, si toutefois comme nous le verrons plus loin, le minéral ne possède pas de dispersion cristalline.

sortie de celle-ci, vibrer en concordance de phase (fig. 221); les sections $AA'$ et $PP'$ étant croisées, les deux composantes $oa'$ et $ob'$ parallèles à la section principale de l'analyseur qui seules sont transmises, sont dirigées en sens contraire, et *se détruiront par interférence négative.* On verrait de même que si $PP'$ est parallèle à $AA'$, les deux composantes $oa''$ et $ob''$ traversent l'analyseur *et interféreraient positivement.*

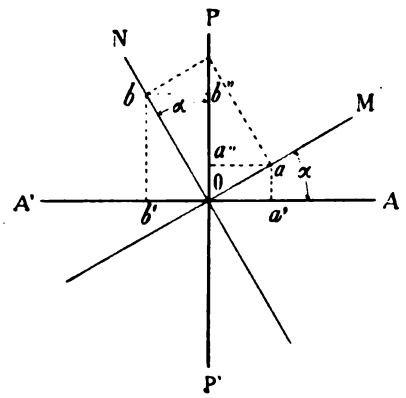


Fig. 222.

**166. Extinctions.** Tournons maintenant la plaque dans son propre plan; l'angle compris entre la section du polariseur et l'une des directions $n_g'$ ou $n_p'$ change, et passe par les valeurs $o$, $\frac{\pi}{2}$, $\pi$ etc. Les deux axes de l'ellipse de section seront, dans ces diverses positions, parallèles aux sections principales des deux nicols, et la vibration incidente traversera la lame sans subir de décomposition, puisqu'elle est parallèle à une direction d'élasticité. Elle arrivera sur l'analyseur sans altération, et y sera totalement arrêtée, puisqu'elle est perpendiculaire à sa section principale.

Dans les quatre positions où, pour une rotation de 360°, les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols, la lumière n'est donc point rétablie entre les nicols croisés; ces positions sont appelées *lignes ou positions d'extinction* (fig. 222).

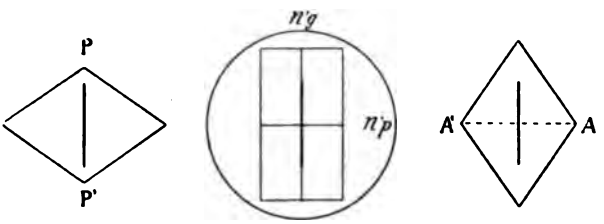


Fig. 222.

Si les sections principales des nicols étaient parallèles, les positions d'extinction deviendraient au contraire celles où l'intensité lumineuse possède sa valeur maximum, la vibration émanant du polariseur étant entièrement transmise à travers la plaque et l'analyseur.

Si la plaque découpe dans l'ellipsoïde une section cyclique, la vibration incidente peut alors se propager normalement à son plan quelle que soit sa polarisation (a. 42, p. 49). Elle ne subira donc

aucune décomposition, et se transmettra sans altération à travers cette plaque jusqu'à l'analyseur, qui l'arrêtera si sa section principale $AA'$ est perpendiculaire sur celle du polariseur $PP'$, et la laissera passer si au contraire $AA'$ est parallèle à $PP'$. Il y aura donc obscurité complète de la lame entre les nicols pour toutes les positions dans le premier cas, et lumière permanente dans le second.

Les sections cycliques sont données par des plaques quelconques taillées dans un corps monoréfringent, et par les sections normales aux axes optiques des cristaux uniaxes et biaxes. Pour ces dernières, l'obscurité entre les nicols croisés n'est complète qu'à la condition que la lumière soit rigoureusement parallèle, ce qui n'est pas tout à fait le cas dans la pratique, de sorte qu'elles sont toujours très faiblement éclairées entre les nicols croisés pour toutes les positions. En outre l'obscurité absolue n'est également pas possible pour les sections cycliques des cristaux biaxes par suite de la réfraction conique. Suivant la direction de l'axe optique, le cristal transmet en effet une onde unique, à laquelle correspondent une infinité de rayons situés sur le manteau du cône de réfraction conique interne, et polarisés dans des plans différents (fig. 223). A la sortie, ces rayons reprennent leur direction primitive, et forment un cylindre creux de rayons polarisés. Dans ces conditions l'extinction n'est plus possible, car il existe toujours des vibrations transmises polarisées dans des plans différents de celui de la section principale de l'analyseur.

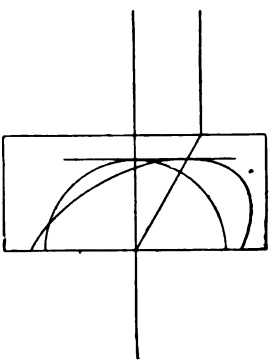


Fig. 223.

En résumé, une lame biréfringente placée en lumière monochromatique entre les nicols croisés, rétablit la lumière si le retard qu'elle introduit sur la marche des rayons est différent d'un nombre pair de $\frac{1}{2}\lambda$, et si les axes $n_g'$ et $n_p'$ de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde inverse sont obliques sur les traces des sections principales des nicols. Une rotation de la plaque dans son plan amène un changement dans l'intensité lumineuse, qui devient nulle dans quatre positions appelées «positions d'extinction», qui sont celles où les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ces axes s'appellent *lignes d'extinction*. Si les nicols sont parallèles l'introduction de la plaque biréfringente amène une diminution dans l'intensité lumineuse; celle-ci peut être nulle pour une position quelconque des lignes d'extinction si le retard est égal à un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Lorsque les axes $n'g$ et $n'p$ sont parallèles aux sections

dont le rôle se voit immédiatement sur la figure. Au moyen d'un petit levier, on peut appliquer sur une portion de cette fente un petit prisme de comparaison *S*, qui reçoit, à travers l'orifice *l* pratiqué dans le tambour, la lumière provenant d'une source déterminée.

La partie supérieure renferme un prisme d'Amici, que l'on peut, pour le réglage, plus ou moins incliner sur l'axe de l'appareil au moyen de la vis *P*. La détermination de la position des raies obscures que l'on observe avec cet instrument, se fait au moyen d'une échelle *M* gravée sur verre, et éclairée par le miroir *O*. On en voit l'image réfléchie par la face terminale du prisme en même temps que celle du spectre.

La graduation de l'échelle est faite en longueurs d'onde (fig. 229) d'après les déterminations d'Angström, elle donne directement la valeur de $\lambda$ qui correspond à une raie obscure déterminée, si l'on a pris soin de régler préalablement l'appareil par le jeu de la vis *P*, de façon que la raie du sodium occupe la division 589 de l'échelle. La

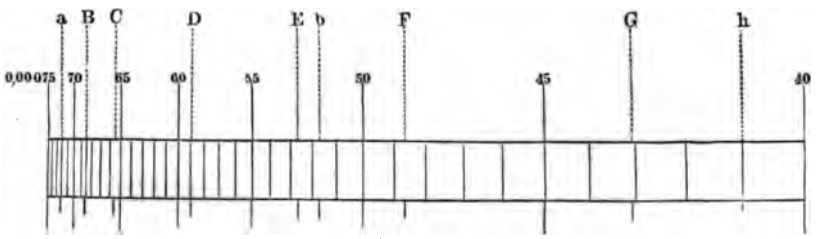



Fig. 229.

mise au point de cette échelle se fait par un tirage, qui l'éloigne ou la rapproche de la lentille *R*; celle de la fente se fait par le déplacement de la lentille oculaire. Le réglage est convenable lorsque les lignes de Fraunhofer occupent toutes leurs positions normales sur l'échelle graduée, et lorsqu'on n'observe pas de déplacement parallactique en bougeant l'œil devant l'appareil. On peut adapter un polariseur au-dessus de l'oculaire lorsque cela est nécessaire.

Pour analyser les teintes de polarisation d'un minéral quelconque, il suffit de déterminer le nombre et les positions des bandes obscures qu'on observe dans le spectre obtenu, en examinant cette lumière avec l'oculaire qui vient d'être décrit; les longueurs d'onde qui correspondent aux radiations absorbées seront lues directement sur l'échelle graduée.

**174. Extinctions, et rôle de la dispersion cristalline.** Dans le cas où le minéral biréfringent présente la dispersion cristalline, les phénomènes qui se produisent en lumière blanche sont un peu différents de ceux qui viennent d'être décrits; il devient en particulier impossible d'obtenir l'extinction complète de la lame biréfringente pour une

rotation quelconque de celle-ci entre les nicols croisés. Ce phénomène a son origine dans le fait que les ellipsoïdes optiques ont une grandeur et une position différentes pour les diverses radiations visibles, de sorte que les axes des ellipses $n_g'$ et $n_p'$ découpées par le plan de la lame dans ces ellipsoïdes, ne coïncident point (fig. 230). Il en résulte qu'aucune rotation de cette lame dans son propre plan ne pourra amener l'extinction simultanée de toutes ces radiations, car si par exemple l'ellipse de section pour le rouge a ses axes parallèles aux sections principales des nicols, cette radiation sera éteinte, tandis que les autres pour lesquelles le même phénomène ne pourra pas se produire passeront en partie, et auront à la sortie de l'analyseur une intensité qui dépendra du retard et de la position respective de leurs axes $n_g'$ et $n_p'$ par rapport à la section principale de ce dernier.

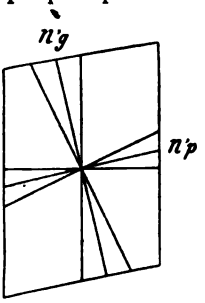


Fig. 230.

Si le plan de la lame biréfringente coïncide avec la section cyclique d'un minéral biaxe, celle-ci ne pourra jamais rester complètement éteinte entre les nicols croisés, car à cause du phénomène de la dispersion des axes optiques, cette lame ne pourra se trouver simultanément perpendiculaire aux axes optiques des différentes couleurs. Ce rétablissement de la lumière par les sections cycliques des cristaux biaxes, se fait d'ailleurs indépendamment de celui qui résulte de la réfraction conique (a. 82, p. 87).

**175. Intensité de la lumière transmise.** L'intensité $J$ d'un faisceau de lumière blanche étant égale à la somme des intensités des radiations visibles qui le composent, sera évidemment représentée par l'équation:

$$J = \Sigma i.$$

A la sortie de l'analyseur, l'intensité de l'une quelconque de ces radiations est, pour une position quelconque des nicols, donnée par la formule (a. 168, p. 176):

$$i = a^2 \left(\cos^2\alpha - \sin 2(\theta - \alpha) \sin 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')\right),$$

dans laquelle $\alpha$ est l'angle formé par les sections principales des deux nicols, et $\theta$ celui compris entre $n_g'$ et la section principale du polariseur, pour la radiation considérée.

L'intensité totale de la lumière transmise sera donc:

$$I = \sum a^2 \cos^2\alpha - \sum a^2 \sin 2(\theta - \alpha) \sin 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')$$

en négligeant la dispersion cristalline, et en supposant $\theta$ égal pour toutes les couleurs.

puis

$$I = a^2\left[\left(\cos(\theta-\alpha)\cos\theta - \sin(\theta-\alpha)\sin\theta\right)^2 - \left(\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right)\right]$$

et enfin

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')\right].$$

Dans les formules qui précèdent, $en_g'$ et $en_p'$ expriment les temps employés par les vibrations pour traverser la lame, et le terme $e(n_g'-n_p')$ représente leur différence de phase, ou ce qu'on appelle le retard $R$. Comme on prend la vitesse $V$ de propagation dans l'air comme unité, $R$ peut représenter la différence des trajets qu'effectueraient dans l'air les deux mouvements (a. 164, p. 170). En outre $\tau$ étant lié à la longueur d'onde de la lumière par la relation $V = \frac{\lambda}{\tau}$, puisque dans l'air on prend $V = 1$, il vient:

$$\lambda = \tau,$$

la longueur d'onde s'exprime alors par le même nombre que la période de l'oscillation. En tenant compte de ces observations, l'intensité lumineuse pourra être représentée par la formule:

$$I = a^2\left[\cos^2\alpha - \sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta \sin^2\frac{\pi}{\lambda}e(n_g'-n_p')\right],$$

qui a l'avantage de permettre d'exprimer les retards en fonction de la longueur d'onde de la lumière employée.

**168. Discussion de la formule.**

1° *Cas général.* Si les nicols sont placés dans une position quelconque, et si leurs sections principales font entre elles un angle $\alpha$, on voit que pour une valeur donnée du terme $\sin^2\frac{\pi}{\tau}e(n_g'-n_p')$ la valeur de $I$ dépend de $\theta$. Lorsque

$$\sin 2(\theta-\alpha)\sin 2\theta = 0,$$

ce qui arrive lorsque $\theta = \alpha$, ou $\theta = \alpha + \frac{n\pi}{2}$, c'est-à-dire lorsque l'un des axes d'élasticité de la lame devient parallèle ou perpendiculaire à la section principale de l'analyseur, ou bien encore lorsque

$$\theta = 0 \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{n\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque $n_g'$ ou $n_p'$ sont parallèles ou perpendiculaires à la section principale du polariseur; tout se passe dans ces deux cas comme s'il n'y avait que le polariseur et l'analyseur seul.

2° *Cas des nicols croisés.* Nous aurons dans ce cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$; et la formule générale devient:

$$I = a^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité lumineuse dépend comme dans le cas précédent, du produit de deux termes, qui peuvent séparément passer par des maxima et minima. Nous allons donc examiner le rôle de chacun d'eux.

Supposons tout d'abord $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') > 0$, condition qui sera réalisée lorsque la lame introduit un retard différent d'un nombre pair de demi-durées d'oscillation. $I$ dépend de $\theta$, et s'annule lorsque $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$, etc. ou d'une manière générale lorsque:

$$\theta = n \frac{\pi}{2},$$

c'est-à-dire lorsque les deux directions $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ce sont les positions d'extinction.

$I$ devient maximum lorsque

$$\sin^2 2\theta = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les lignes d'extinction sont placées à 45° des sections principales des nicols.

Examinons maintenant le rôle que joue le terme $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')$; nous attribuerons à $a^2 \sin^2 2\theta$ une valeur arbitraire, $K$ par exemple, ce qui suppose la lame placée dans une position quelconque. Nous aurons alors:

$$I = K \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p').$$

L'intensité de la lumière transmise sera maximum lorsque:

$$e (n_g' - n_p') = 2(n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire lorsque le retard introduit par la lame est égal à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

$I$ s'annule au contraire si

$$\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') = 0,$$

c'est-à-dire si

$$e (n_g' - n_p') = 2n \frac{\lambda}{2},$$

en d'autres termes si le retard est égal à un nombre pair quelconque de demi-longueurs d'onde.

3° *Cas des nicols parallèles.* L'intensité lumineuse sera exprimée par la formule:

$$I = a^2 \left(1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p')\right).$$

Elle est maximum pour une valeur quelconque du retard différente de zèro, si

$$\theta = 0,\ 90°,\ 180° \text{ etc.}$$

et minimum, sans devenir nulle, cependant lorsque $\theta = 45°$, 135° 225° etc. ou d'une manière générale si

$$\theta = (2n + 1) \frac{\pi}{4}.$$

$I$ ne s'annule que lorsque

$$\sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') = 1.$$

Ce qui sera le cas par exemple, lorsque nous aurons:

$$\sin^2 2\theta = 1$$

et

$$\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e (n_g' - n_p') = 1,$$

c'est-à-dire lorsque les directions $n_g'$ et $n_p'$ seront à 45° de la section principale du polariseur, et que le retard $e (n_g' - n_p')$ introduit est égal à un nombre impair $(2n + 1)$ de demi-longueurs d'onde, soit:

$$e (n_g' - n_p') = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

**169. Vérification expérimentale.** Les phénomènes indiqués ci-dessus se laissent facilement vérifier par l'expérience; il suffit pour cela de prendre une lame de quartz taillée en biseau parallèlement à l'axe optique $n_g$ (fig. 225). On introduit cette lame entre les nicols croisés, de façon à ce que sa direction $n_g$ soit à 45° de leurs sections prinpales $PP'$ et $AA'$, et on fait varier à volonté le retard $R$ en déplaçant

le biseau de quartz parallèlement à son axe, car ce retard est proportionnel à l'épaisseur $e$ comme l'on sait.

En lumière monochromatique, l'introduction de la lame de quartz rétablit tout d'abord la lumière dans l'appareil, avec un maximum d'intensité pour $R = \frac{1}{2}\lambda$. Une augmentation du retard obtenue par un déplacement convenable du biseau de quartz, amène une première frange obscure qui correspond à un minimum d'intensité lorsque $R = 2\frac{1}{2}\lambda$. Celle-ci sera suivie à son tour par d'autres franges obscures, pour des retards correspondant à $\frac{4}{2}\lambda$, $\frac{6}{2}\lambda$ etc., tandis qu'aux positions $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$ etc. apparaîtront des franges lumineuses qui correspondent aux maxima d'intensité (fig. 226). Si l'on fait tourner maintenant cette lame dans son propre plan dans l'une des situations où elle rétablit la lumière, on pourra constater qu'elle présente quatre positions d'extinction à 90 degrés les unes des autres. Aux nicols parallèles on verrait de même que lorsque l'axe du quartz est placé à 45° des sections principales, les franges obscures apparaissent lorsque les retards atteignent un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Une frange lumineuse quelconque obtenue entre les nicols croisés pour une position déterminée de la lame de quartz, se transformera donc en une frange obscure, si les sections principales des nicols deviennent parallèles, et vice-versa.

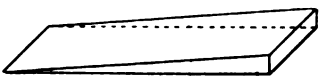


Fig. 225.

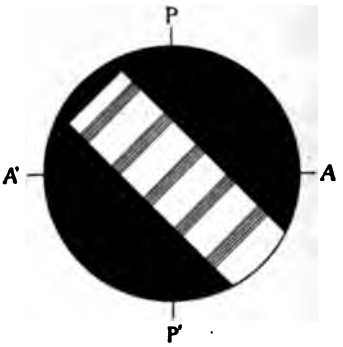



Fig. 226.

### § 3. ACTION D'UNE LAME BIRÉFRINGENTE EN LUMIÈRE BLANCHE. POLARISATION CHROMATIQUE.

**170. Coloration de la lumière transmise.** Plaçons maintenant une lame biréfringente entre les nicols croisés, en éclairant le microscope avec de la lumière blanche. Il y a toujours rétablissement de la lumière lorsque les axes $n_g'$ et $n_p'$ de la lame sont disposés obliquement par rapport aux sections principales, mais la lumière rétablie présente en général une coloration qui dépend du retard introduit par la lame sur la marche des rayons. Cette coloration ne varie pas lorsqu'on tourne la plaque dans son propre plan, par contre l'intensité lumineuse est maximum lorsque les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont à 45° des sections principales du polariseur et de l'analyseur; elle est nulle lorsque ces axes deviennent parallèles à celles-ci, à la condition toutefois que

sortie de celle-ci, vibrer en concordance de phase (fig. 221); les sections $AA'$ et $PP'$ étant croisées, les deux composantes $oa'$ et $ob'$ parallèles à la section principale de l'analyseur qui seules sont transmises, sont dirigées en sens contraire, et *se détruiront par interférence négative.* On verrait de même que si $PP'$ est parallèle à $AA'$, les deux composantes $oa''$ et $ob''$ traversent l'analyseur *et interféreraient positivement.*

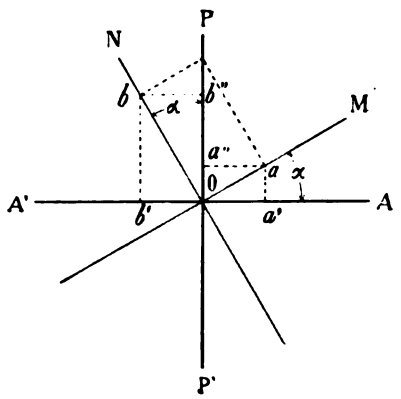


Fig. 222.

**166. Extinctions.** Tournons maintenant la plaque dans son propre plan; l'angle compris entre la section du polariseur et l'une des directions $n_g'$ ou $n_p'$ change, et passe par les valeurs $o$, $\frac{\pi}{2}$, $\pi$ etc. Les deux axes de l'ellipse de section seront, dans ces diverses positions, parallèles aux sections principales des deux nicols, et la vibration incidente traversera la lame sans subir de décomposition, puisqu'elle est parallèle à une direction d'élasticité. Elle arrivera sur l'analyseur sans altération, et y sera totalement arrêtée, puisqu'elle est perpendiculaire à sa section principale.

Dans les quatre positions où, pour une rotation de 360°, les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols, la lumière n'est donc point rétablie entre les nicols croisés; ces positions sont appelées *lignes ou positions d'extinction* (fig. 222).

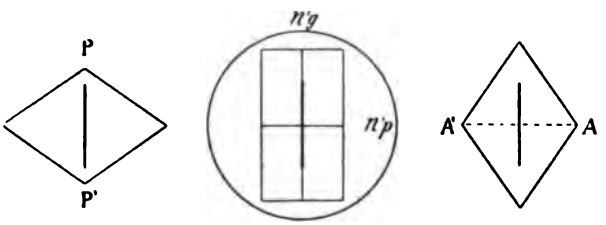


Fig. 222.

Si les sections principales des nicols étaient parallèles, les positions d'extinction deviendraient au contraire celles où l'intensité lumineuse possède sa valeur maximum, la vibration émanant du polariseur étant entièrement transmise à travers la plaque et l'analyseur.

Si la plaque découpe dans l'ellipsoïde une section cyclique, la vibration incidente peut alors se propager normalement à son plan quelle que soit sa polarisation (a. 42, p. 49). Elle ne subira donc

aucune décomposition, et se transmettra sans altération à travers cette plaque jusqu'à l'analyseur, qui l'arrêtera si sa section principale $AA'$ est perpendiculaire sur celle du polariseur $PP'$, et la laissera passer si au contraire $AA'$ est parallèle à $PP'$. Il y aura donc obscurité complète de la lame entre les nicols pour toutes les positions dans le premier cas, et lumière permanente dans le second.

Les sections cycliques sont données par des plaques quelconques taillées dans un corps monoréfringent, et par les sections normales aux axes optiques des cristaux uniaxes et biaxes. Pour ces dernières, l'obscurité entre les nicols croisés n'est complète qu'à la condition que la lumière soit rigoureusement parallèle, ce qui n'est pas tout à fait le cas dans la pratique, de sorte qu'elles sont toujours très faiblement éclairées entre les nicols croisés pour toutes les positions. En outre l'obscurité absolue n'est également pas possible pour les sections cycliques des cristaux biaxes par suite de la réfraction conique. Suivant la direction de l'axe optique, le cristal transmet en effet une onde unique, à laquelle correspondent une infinité de rayons situés sur le manteau du cône de réfraction conique interne, et polarisés dans des plans différents (fig. 223). A la sortie, ces rayons reprennent leur direction primitive, et forment un cylindre creux de rayons polarisés. Dans ces conditions l'extinction n'est plus possible, car il existe toujours des vibrations transmises polarisées dans des plans différents de celui de la section principale de l'analyseur.

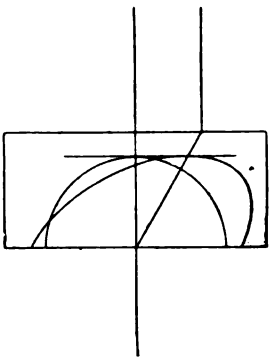


Fig. 223.

En résumé, une lame biréfringente placée en lumière monochromatique entre les nicols croisés, rétablit la lumière si le retard qu'elle introduit sur la marche des rayons est différent d'un nombre pair de $\frac{1}{2}\lambda$, et si les axes $n_g'$ et $n_p'$ de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde inverse sont obliques sur les traces des sections principales des nicols. Une rotation de la plaque dans son plan amène un changement dans l'intensité lumineuse, qui devient nulle dans quatre positions appelées «positions d'extinction», qui sont celles où les axes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des nicols; ces axes s'appellent *lignes d'extinction*. Si les nicols sont parallèles l'introduction de la plaque biréfringente amène une diminution dans l'intensité lumineuse; celle-ci peut être nulle pour une position quelconque des lignes d'extinction si le retard est égal à un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$. Lorsque les axes $n'g$ et $n'p$ sont parallèles aux sections

$$I = \left[\begin{array}{l} \cos(\theta_2 - \theta_1)\cos\theta_1 \sin\theta_2 \cos\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_g' + e_2 n_g'') \\ -\sin(\theta_2 - \theta_1)\sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_p' + e_2 n_g'') \\ -\cos(\theta_2 - \theta_1)\sin\theta_1 \cos\theta_2 \cos\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_p' + e_2 n_p'') \\ -\sin(\theta_2 - \theta_2)\cos\theta_1 \cos\theta_2 \cos\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_g' + e_2 n_p'') \end{array}\right]^2$$

$$+ \left[\begin{array}{l} \cos(\theta_2 - \theta_1)\cos\theta_1 \sin\theta_2 \sin\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_g' + e_2 n_g'') \\ -\sin(\theta_2 - \theta_1)\sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_g' + e_2 n_g'') \\ -\cos(\theta_2 - \theta_1)\sin\theta_1 \cos\theta_2 \cos\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_p' - e_2 n_p'') \\ -\sin(\theta_2 - \theta_1)\cos\theta_1 \cos\theta_2 \sin\frac{2\pi}{\tau}(e_1 n_g' + e_2 n_p'') \end{array}\right]^2$$

Cette équation est susceptible d'une transformation profonde, et devient, si l'on désigne pour simplifier l'écriture par $B_1 = n_g' - n_p'$ et $B_2 = n_g'' - n_p''$ les biréfringences des deux lames et en remarquant encore que dans l'air on a $V = 1$ et $\tau = \lambda$:

$$\begin{aligned} (1) \quad I = & -\sin 2(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_1 \cos 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda} e_1 B_1 \\ & + \sin 2(\theta_2 - \theta_1)\cos 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda} e_2 B_2 \\ & + \cos^2(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda}(e_1 B_1 + e_2 B_2) \\ & - \sin^2(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda}(e_1 B_1 - e_2 B_2). \end{aligned}$$

L'intensité de la composante perpendiculaire transmise aux nicols parallèles est la complémentaire, et sera, puisque $I + I' = 1$.

$$\begin{aligned} (2) \quad I' = & +\sin 2(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_1 \cos 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda} e_1 B_1 \\ & - \sin 2(\theta_2 - \theta_1)\cos 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda} e_2 B_2 \\ & - \cos^2(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda}(e_1 B_1 + e_2 B_2) \\ & + \sin^2(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \sin^2\frac{\pi}{\lambda}(e_1 B_1 - e_2 B_2). \end{aligned}$$

Ces équations nous montrent tout d'abord qu'en général l'ordre de la superposition des lames n'est pas indifférent, car si on remplace

$B_1$ par $B_2$ ou vice-versa, on obtient des résultats qui varient. De plus le système ne peut se comporter comme une lame unique, car il n'est pas possible d'annuler les quatre termes de l'équation simultanément par la variation de $\theta_1$, $\theta_2 - \theta_1$ restant constant et différent de 0 ou de $\frac{\pi}{2}$. Si les sections principales des deux lames deviennent parallèles, $\theta_2 - \theta_1 = 0$; $n_g'$ et $n_g''$ se superposent, et on aura ainsi:

$$I = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} [e_1(n_g' - n_p') + e_2(n_g'' - n_p'')],$$

le système se comporte alors comme une lame unique, dont le retard est égal à la somme de ceux de chacune des deux lames.

Si $\theta_2 - \theta_1 = \frac{\pi}{2}$, $n_g'$ de la première lame est parallèle à $n_p'$ de la seconde, il vient alors:

$$I = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} [e_1 (n_g' - n_p') - e_2 (n_g'' - n_p'')].$$

Le système se comporte de nouveau comme une lame unique, dont le retard $R$ est égal à la différence $r_1 - r_2$ de ceux des deux lames.

L'équation (1) qui donne l'intensité lumineuse de deux lames superposées, placées entre les nicols croisés, et orientées d'une manière quelconque, peut être mise sous une forme intéressante. Pour cela il faut rapporter la position du système à la bissectrice de l'angle aigu $\theta_2 - \theta_1$ compris entre les deux directions $n_g'$ et $n_g''$; $\theta_2 - \theta_1$ est par définition, inférieur à $\frac{\pi}{2}$. En désignant par $\varphi$ l'angle que fait cette direction avec la section principale du polariseur, et en posant pour simplifier:

$$(3) \qquad \begin{aligned} &\sin 2(\theta_2 - \theta_1) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e_1 B_1 = K \\ &\sin 2(\theta_2 - \theta_1) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} e_2 B_2 = K' \\ &\cos^2(\theta_2 - \theta_1) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} (e_1 B_1 + e_2 B_2) = K'' \\ &\sin^2(\theta_2 - \theta_1) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} (e_1 B_1 - e_2 B_2) = K''' \end{aligned}$$

il vient après calculs faits:

$$(4) \qquad \begin{aligned} I = &\tfrac{1}{2}(K' - K) \sin 4\varphi \\ &+ (K'' - K''') \sin^2 2\varphi + \tfrac{1}{2}(K + K') \sin 4(\theta_2 - \theta_1) \\ &- (K'' - K''') \sin^2 2(\theta_2 - \theta_1), \end{aligned}$$

formule dans laquelle l'intensité lumineuse dépend d'un angle variable unique $\varphi$; ce qui permet de construire la courbe qui représente cette intensité en fonction de cet angle (fig. 233).

Cette équation est de la forme:

$$I = A \sin 4\varphi + B \sin^2 2\varphi + C,$$

dans laquelle $A$, $B$ et $C$ sont des constantes dont les valeurs sont définies par les équations (3) et (4). Les ordonnées de la courbe $I$ sont les sommes algébriques des ordonnées des deux autres courbes $A \sin 4\varphi$ et $B \sin 2\varphi$ et de $C$.

$A \sin 4\varphi$ est une sinusoïde rencontrant la droite parallèle à l'axe des $x$ chaque fois que $4\varphi = \pi = 2\pi$ etc. L'équation $B \sin^2 2\varphi$ donne une courbe à ordonnées toujours positives; quant à la courbe $I$,

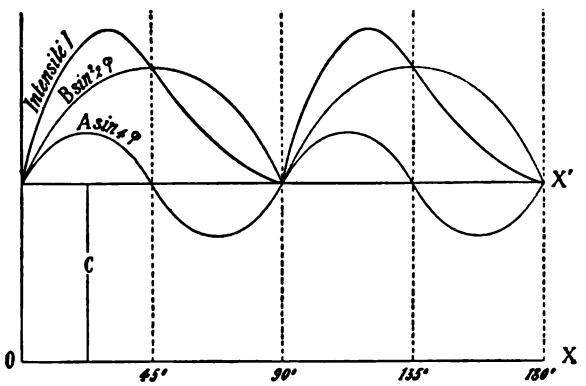



Fig. 233.

elle est la résultante des deux autres, et n'est pas symétrique sur l'axe vertical (fig. 233). On voit que l'intensité lumineuse ne peut en aucun cas s'annuler, puisque la courbe $I$ ne rencontre jamais $OX$. Le système ne peut d'ailleurs se comporter comme une lame unique, puisque l'intensité lumineuse suit une autre marche. La courbe étant dissymétrique sur l'axe vertical, l'intensité lumineuse ne possède pas la même valeur pour $\varphi$ et $\frac{\pi}{2} - \varphi$, ce qui serait le cas pour une lame cristalline unique, pour laquelle $\varphi$ représenterait l'angle formé par l'une des lignes d'extinction avec la trace du polariseur.

*Cas des lames très minces et de faible biréfringence.* Le problème qui précède est intéressant à traiter dans le cas où les épaisseurs $e_1$ et $e_2$ et les biréfringences $B_1$ et $B_2$ sont suffisamment faibles pour que les retards fournis par chacune des lames soient inférieurs à 150 millionièmes de millimètre environ. La solution en a été donnée

par M. MICHEL-LÉVY[1] dont nous exposerons ici le calcul. Les résultats présentent pour la pétrographie et notamment pour la détermination des feldspaths, une importance considérable.

Si les retards sont petits, on peut remplacer dans la formule (1)

$$\sin^2 \pi \frac{e_1 B_1}{\lambda}, \quad \sin^2 \pi \frac{e_2 B_2}{\lambda} \text{ etc. par les arcs } \frac{\pi^2 e_1^2 B_1^2}{\lambda^2}, \quad \frac{\pi^2 e_2^2 B_2^2}{\lambda^2} \text{ etc.,}$$

après substitution et développement des sinus et cosinus de différences, il vient:

$$(5) \qquad I = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \left\{ \begin{array}{l} e_1^2 B_1^2 (\sin^2 2\theta_1 \cos^2 2\theta_2 - \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2) \\ + e_2^2 B_2^2 (\sin^2 2\theta_2 \cos^2 2\theta_1 - \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2) \\ + \dfrac{e_1^2 B_1^2 + e_2^2 B_2^2 + 2 e_1 e_2 B_1 B_2}{2} (\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 \\ \qquad\qquad + \sin^2 2\theta_1 \sin^2 2\theta_2 \\ \qquad\qquad + \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2) \\ + \dfrac{e_1^2 B_1^2 + e_2^2 B_2^2 - 2 e_1 e_2 B_1 B_2}{2} (\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2 \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 \\ \qquad\qquad + \sin^2 2\theta_1 \sin^2 2\theta_2 \\ \qquad\qquad - \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2) . \end{array} \right.$$

Cette formule après simplifications, donne le résultat suivant:

$$(6) \qquad I = \frac{\pi^2}{\lambda^2} (e_1 B_1 \sin 2\theta_1 + e_2 B_2 \sin 2\theta_2)^2$$

équation dans laquelle on peut voir que l'ordre de superposition des lames est indifférent. Si l'on adjoint à cette équation les deux suivantes:

$$I_1 = \frac{\pi^2}{\lambda^2} e_1^2 B_1^2 \sin^2 2\theta_1$$

$$I_2 = \frac{\pi^2}{\lambda^2} e_2^2 B_2^2 \sin^2 2\theta_2 ,$$

qui expriment l'intensité lumineuse qu'aurait chacune des deux lames placée isolément entre les nicols croisés, on obtiendra enfin:

$$I = \frac{\pi}{\lambda} (\sqrt{I_1} \pm \sqrt{I_2})^2$$

pour l'expression de l'intensité lumineuse d'un système dont l'épaisseur sera $e_1 + e_2$.

On peut également démontrer qu'au sortir d'un système de lames minces superposées faiblement biréfringentes, on obtient une vibration sensiblement elliptique, et que le système se comporte alors comme une lame cristalline unique.

[1] A. MICHEL-LÉVY et A. LACROIX, Les minéraux des roches. Paris 1888, p. 77.

# CHAPITRE IX.

# APPLICATIONS DES PHÉNOMÈNES DE POLARISATION CHROMATIQUE.

§ 1. Recherche des directions $n_g'$ et $n_p'$ d'une lame. § 2. Détermination de l'ordre de polarisation d'une teinte. § 3. Mesure des biréfringences. § 4. Orientation des sections d'égale biréfringence.

## § 1. RECHERCHE DES DIRECTIONS $n_g'$ ET $n_p'$ D'UNE LAME.

**180. Généralités.** Nous avons vu précédemment (a. 166, p. 172) qu'une lame placée sur la platine d'un microscope polarisant à lumière parallèle, s'éteint aux nicols croisés lorsque les lignes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles aux sections principales des deux nicols. Ces lignes sont alors marquées sur la lame, par la projection des fils du réticule, qui, dans un appareil bien réglé, jalonnent, comme l'on sait, la trace des sections principales des nicols. Rien n'indique cependant laquelle de ces deux traces correspond à $n_g'$ ou $n_p'$, et pour le préciser, nous allons utiliser les résultats que nous avons acquis dans l'étude de la superposition des lames cristallines.

**181. Emploi du mica quart d'ondulation.** Cet appareil consiste en une lamelle de mica taillée en rectangle très allongé, dont le plus grand côté est parallèle à la direction $n_g$ du plus grand indice de ce minéral (fig. 234). Elle est intercalée entre deux lames de verre destinées à la protéger, de plus son épaisseur est telle, que si on la place à 45° des sections principales des nicols, elle introduit sur la marche des rayons jaunes un retard égal à $\frac{\lambda}{4}$; en lumière blanche la teinte de polarisation de cette lamelle est gris bleuâtre. Si l'on superpose ce mica à un minéral biréfringent placé lui-même à 45° de ses extinctions, la teinte de polarisation monte dans l'échelle de Newton pour un accroissement de retard de $\frac{1}{4}$ de $\lambda$, si $n_g$ du mica se superpose à $n_g'$ du minéral, car les retards des deux lames sont de même signe, et nous aurons $R = r + \frac{\lambda}{4}$. Si au contraire $n_g$ du mica est superposé à $n_p'$ du minéral, la teinte de polarisation baisse dans l'échelle de Newton, car les retards des deux lames sont de signe contraire et nous aurons $R = r - \frac{\lambda}{4}$.

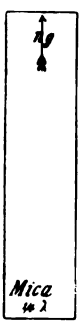


Fig. 234.

Le mica quart d'onde s'applique avantageusement lorsque la teinte de polarisation du minéral à étudier est comprise entre le blanc du

premier et les couleurs du troisième ordre; pour les biréfringences plus faibles, on préfère utiliser d'autres lamelles donnant le violet sensible.

**182. Emploi du quartz ou gypse teinte sensible.** On fait usage de lamelles de quartz taillées parallèlement à l'axe optique, ou de lames de gypse usées parallèlement à une face de clivage, qui sont amenées à une épaisseur telle, qu'elles donnent entre les nicols croisés l'un des violets sensibles du premier ou du second ordre. Ces lamelles sont coupées également sous forme de rectangles allongés, dont le plus grand côté coïncide comme pour le mica, avec la direction $n_g$.[1] Si l'on superpose une telle lamelle à une section d'un minéral peu biréfringent placée à 45° de ses extinctions, la couleur de polarisation vire au bleu ou au rouge, selon que $n_g$ de la teinte sensible est parallèle à $n_g'$ ou $n_p'$ du minéral. Le changement de teinte se produit avec les plus faibles retards, et la méthode est d'une grande sensibilité. Les mêmes lamelles servent à déceler de très faibles biréfringences; il suffit pour cela de tourner la platine du microscope qui supporte la lame à examiner, après avoir introduit la teinte sensible dans la gaîne placée au-dessus de l'objectif à 45° des sections principales des nicols. La teinte de polarisation du minéral présentera alors un changement appréciable toutes les fois que $n_g'$ ou $n_p'$ deviendront parallèles au grand côté de la lamelle auxiliaire.

**183. Emploi de biseaux compensateurs de quartz ou de gypse.**[2] Ces biseaux sont des lamelles de quartz ou de gypse, taillées en forme de prisme d'un angle très aigu, dont l'arête réfringente est perpendiculaire à $n_g$ qui coïncide avec le plus grand côté de la lame. Ce coin est monté entre deux lamelles de verre destinées à le protéger; il s'emploie principalement avec les minéraux fortement biréfringents, qui polarisent dans les teintes supérieures au troisième ordre. Lorsqu'on superpose ce quartz-compensateur à un minéral placé à 45° de ses extinctions, on peut, en déplaçant le biseau dans un sens ou dans l'autre, faire varier à volonté le retard introduit; ce retard sera de même signe que celui du minéral si $n_g'$ de ce dernier est parallèle à $n_g$ du compensateur, et de signe contraire si c'est $n_p'$ qui est parallèlle à $n_g$ du biseau de quartz. Dans le premier cas, les teintes de polarisation deviendront de moins en moins distinctes, et évolueront vers le blanc d'ordre supérieur; dans le second au contraire, elles seront de plus en plus vives car elles descendent alors progressivement dans l'échelle de Newton, et si le biseau donne un nombre d'ordres suffisant, on pourra même arriver à la compensation complète du minéral.

[1] Les lamelles de gypse sont généralement taillées avec $n_p$ parallèle au grand côté du rectangle.

[2] H. de Sénarmont, Ann. d. chim. et phys. (3) 33. 1851, p. 401.

Comme les quartz-compensateurs usuels ne donnent généralement que les trois premiers ordres, il est bon d'adjoindre aux accessoires du microscope un deuxième quartz semblable au précédent, mais donnant les teintes du 3e au 6e ordre.

**184. Lame de M. Wright.**[1] Les coins de quartz ou de gypse ne donnent jamais le premier ordre au complet, car il est impossible de tailler un biseau dont l'épaisseur à l'origine soit absolument égale à zéro. M. F. E. Wright a proposé pour obvier à cette difficulté, l'emploi d'un coin de gypse, superposé à une lame du même minéral donnant la teinte sensible n° I. Ces deux lames sont disposées de telle façon, que $n_g$ de l'une est parallèle à $n_p$ de l'autre (fig. 235). Aux points où les épaisseurs des deux lames sont égales, il y a compensation et formation d'une frange obscure entre les nicols croisés. De chaque côté de celle-ci, apparaissent alors les teintes de polarisation du premier ordre, qui s'échelonnent en conséquence à partir du point où le retard est nul.

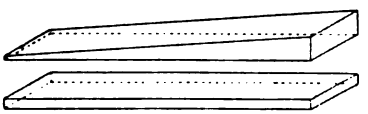


Fig. 235.

*Remarque:* L'orientation donnée aux lamelles optiques dont il vient d'être question est celle que nous avons adoptée. En France on place généralement la direction $n_g$ à 45° de celle de l'allongement de la lame (fig. 236). Dans ce cas la gaîne située au-dessus de l'objectif doit être parallèle à la section principale de l'un des nicols. Cette disposition permet de superposer à volonté $n_g$ ou $n_p$ de la lame sur les lignes d'extinction d'un minéral, par un simple retournement de celle-ci; elle présente par contre le désavantage d'exiger l'attention de l'observateur sur la façon dont la lame est introduite. En Allemagne on renverse généralement l'orientation que nous avons adoptée, c'est alors $n_p$ qui coïncide avec le grand côté du rectangle des lamelles. Comme dans toutes les déterminations optiques ce sont les indices qui jouent un rôle, il serait à désirer que l'on adoptât pour les lamelles l'orientation que nous employons habituellement, c'est-à-dire que l'on disposât le plus grand indice de la lame parallèlement au grand côté du rectangle formé par celle-ci.

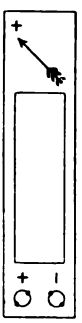



Fig. 236.

§ 2. DÉTERMINATION DE L'ORDRE DE POLARISATION D'UNE TEINTE.

**185. Compensation.** Pour déterminer l'ordre auquel appartient une teinte de polarisation déterminée, on emploie le quartz ou le gypse

[1] F. E. Wright, Min. u. petr. Mitth. 20. 1901, 275.

compensateur, décrit au paragraphe précédent. Après avoir placé le minéral à 45° de ses extinctions, on lui superpose le quartz-compensateur, que l'on fait glisser dans la gaîne aménagée au-dessus de l'objectif jusqu'à ce que le minéral devienne obscur, ou gris-bleuâtre si la dispersion est forte. On est averti que la compensation est réalisée, lorsqu'en déplaçant légèrement le biseau de part et d'autre de cette position, on obtient successivement les diverses couleurs de l'échelle de NEWTON disposées symétriquement en ordre ascendant. En effet, si l'on dépasse la position de compensation c'est le retard du quartz qui l'emporte, et qui croît progressivement à partir de zéro; si au contraire on retire le quartz, c'est le retard du minéral qui l'emporte, et les couleurs apparaîtront de la même façon, mais en sens inverse. Il est nécessaire de faire toujours cette vérification, car aux positions du biseau qui correspondent à l'apparition des teintes sensibles, on pourrait croire à une compensation par suite de la diminution de l'intensité lumineuse, surtout si le minéral est dispersif. Dans ce cas, les couleurs n'apparaîtraient pas symétriquement disposées par ordre croissant de part et d'autre de cette fausse position de compensation, lorsqu'on fait avancer ou reculer le quartz.

Lorsque la compensation est obtenue, on enlève le minéral en laissant en place le biseau qui, vu seul entre les nicols croisés, doit donner la même teinte que celle que présentait le minéral. Il suffit pour obtenir l'ordre de cette teinte, de retirer lentement le biseau en comptant les teintes sensibles qui passent successivement. Si par exemple le minéral polarisait dans le vert, et qu'après la compensation une teinte sensible seulement était apparue en retirant le biseau, ce vert appartiendrait alors au second ordre.

Il est bien évident que la compensation n'est possible que si $n_g$ du biseau est parallèle à $n_p'$ de la lame biréfringente; si donc la compensation ne se produisait pas, il suffirait de tourner de 90° la lame dans son propre plan et de recommencer l'opération. Si enfin dans aucune des deux positions la compensation ne peut être obtenue, cela veut dire alors que le retard du minéral est plus grand que celui dont on dispose avec le coin compensateur; il faudrait alors prendre des biseaux qui donnent des ordres plus élevés.

Dans les coupes minces il n'est souvent pas nécessaire de procéder à cette compensation. Le minéral en effet possède presque toujours des cassures ou des trous dont les bords ne sont pas perpendiculaires sur le plan de la section, mais au contraire plus ou moins obliques sur celui-ci et forment ainsi des biseaux naturels, sur lesquels on voit se produire toutes les teintes de polarisation inférieures à celles de la section. En prenant un grossissement un peu fort, on voit

distinctement ces différentes teintes, qui s'échelonnent à partir du blanc de premier ordre, lequel apparaît au fond de la cassure. Les teintes sensibles qui séparent les différents ordres que l'on observe ainsi, se présentent sous forme de franges plus foncées, qu'il est alors aisé de compter pour fixer l'ordre de la couleur de polarisation de la section.

Chez les minéraux fortemement colorés, la teinte de polarisation est très modifiée par la couleur propre du minéral, et par conséquent impossible à apprécier directement. Le quartz-compensateur fournit un moyen aisé de la déterminer avec exactitude. Il suffit de compenser le minéral et d'observer ensuite la teinte de polarisation que donne le biseau, après l'avoir fixé dans la position de compensation, et retiré la préparation.

## § 3. MESURE DES BIRÉFRINGENCES.

**186. Définitions.** On désigne sous le nom de *biréfringence* d'une section quelconque, la différence $n_g' - n_p'$ entre les axes de l'ellipse qu'elle découpe dans l'ellipsoïde inverse du minéral dans lequel elle a été taillée. Cette quantité est susceptible de prendre pour un même minéral une infinité de valeurs, qui dépendent de l'orientation de la section, et qui sont comprises entre zéro lorsque cette section est cyclique, et un maximum $n_g - n_p$ lorsque celle-ci est parallèle au plan $n_g n_p$ de l'ellipsoïde. Nous appellerons dans la suite *biréfringences-principales* celles des sections qui sont parallèles à l'un des plans principaux de l'ellipsoïde; chez les cristaux biaxes il existe donc trois biréfringences principales qui sont: la biréfringence maxima $n_g - n_p$, puis celles $n_g - n_m$ et $n_m - n_p$ présentées par les sections normales aux deux bissectrices. La valeur des deux dernières dépend de la grandeur de l'angle des axes optiques, et si l'on désigne par $V$ celui compris entre un d'eux et $n_g$ on a (a. 84, p. 78):

$$\cos^2 V = \frac{n_g^2 - n_m^2}{n_g^2 - n_p^2} \qquad \sin^2 V = \frac{n_m^2 - n_p^2}{n_g^2 - n_p^2}.$$

Si le cristal est positif nous aurons $n_g - n_m > n_m - n_p$, et $n_g - n_m < n_m - n_p$ s'il est négatif. Chez les cristaux uniaxes, il n'existe qu'une biréfringence principale, qui est celle maxima $n_g - n_p$ donnée par la section parallèle à l'axe optique.

Nous avons vu (a. 164, p. 170) que le retard exprimé en millimètres, introduit sur la marche des rayons par une section biréfringente, est donné par la relation:

$$R = e(n_g' - n_p').$$

Toute détermination de biréfringence comportera donc une mesure de l'épaisseur $e$ de la lame, et une autre du retard $R$ qu'elle produit sur la marche des rayons.

**187. Détermination de l'épaisseur.** Cette détermination est une opération très importante, aussi s'est-on attaché à l'effectuer d'une manière aussi exacte que possible. Lorsqu'il s'agit de lames isolées, elle ne présente aucune difficulté, et peut se faire au moyen d'un sphéromètre (fig. 237); la construction et l'usage de cet appareil sont d'ail leurs trop connus pour qu'il soit nécessaire d'en parler aci. On peut aussi utiliser avec avantage dans le même but le compas d'épaisseur de la Société genevoise (fig. 238), l'objet se place entre les mors d'une pince, et se

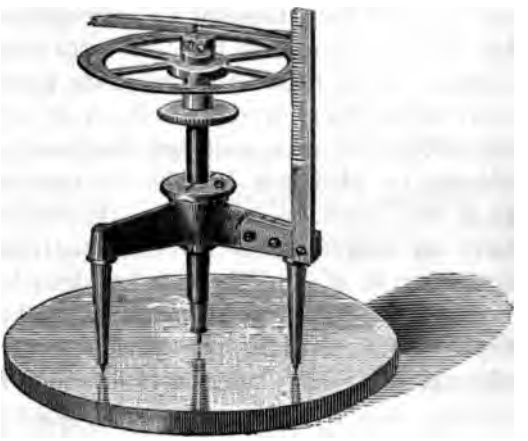


Fig. 237. Sphéromètre de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève.

Fig. 238. Compas d'épaisseur. Modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève.

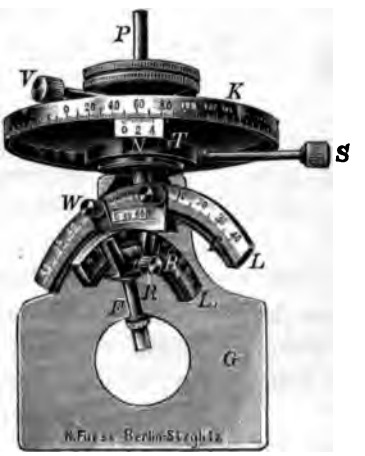



Fig. 239. Platine universelle de C. Klein. Modèle de la maison R. Fuess à Berlin.

trouve serré très légèrement et d'une façon toujours semblable. L'amplification du mouvement de l'un des mors est obtenue à l'aide d'un levier et d'un microscope au foyer duquel se trouve un micro-

mètre gravé sur verre. Cet instrument permet des mesures d'objets n'ayant pas plus de 3 m.m. d'épaisseur au $\frac{1}{1000}$ de millimètre.

On peut également utiliser la méthode préconisée par MALLARD, qui consiste dans l'emploi du micromètre oculaire à réticule mobile. La lame à mesurer est disposée verticalement sur la platine du microscope, et on la maintient dans cette position soit en l'intercalant entre deux cubes bien dressés, soit en se servant d'une platine de KLEIN (fig. 239). On reconnaît que la lame est bien verticale, lorsqu'en élevant ou abaissant le tube du microscope on ne peut apercevoir l'une ou l'autre de ses faces. On déplace alors le réticule de l'oculaire au moyen de la vis micrométrique, et on fait successivement coïncider le fil mobile avec les deux bords de la lame. Soit $n$ le nombre de divisions lues sur le tambour de la vis; pour obtenir l'épaisseur $e$, il faut encore déterminer, à l'aide d'un micromètre objectif, la valeur d'un intervalle. Soit $K$ cette valeur, nous aurons:

$$e = Kn.$$

On a aussi proposé d'effectuer cette mesure, où la précision doit être poussée au millième de millimètre, au moyen de la vis micrométrique de la platine à chariot du microscope; nous ne saurions recommander ce procédé, ces vis n'étant généralement pas construites avec un soin suffisant pour cela.

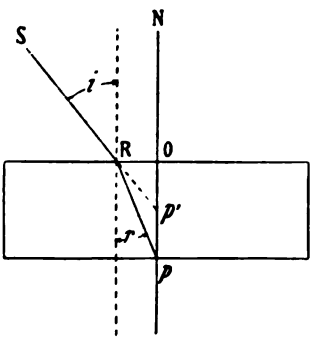


Fig. 240.

L'épaisseur peut enfin se déterminer par une troisième méthode, qui n'est qu'une application de celle du duc de CHAULNES pour mesurer les indices de réfraction. Si l'on examine, sous un angle généralement petit, un point $p$ quelconque à travers une lame transparente à faces parallèles (fig. 240), la lumière se comporte comme si elle provenait d'un point $p'$ situé à l'intersection du rayon $RS$ prolongé, et de la normale qui peut être considérée comme un rayon émanant de $p$. Le point $p$ paraît donc relevé de la hauteur $pp'$, et nous aurons:

$$OR = Op \operatorname{tang} r = Op' \operatorname{tang} i$$

d'où on tire:

$$Op' = Op \frac{\operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} i}.$$

Si dans cette formule nous supposons que les angles $r$ et $i$ sont petits, nous aurons sensiblement:

$$\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{\mu}.$$

En désignant par $e = op$ l'épaisseur de la lame et par $e' = op'$ son épaisseur apparente, nous aurons:

$$e' = e\frac{\mu}{n}$$

d'où:

$$e = e'\frac{n}{\mu}.$$

On voit que l'épaisseur d'une lame sera connue si on peut évaluer son épaisseur apparente $e'$ et si on connaît également le rapport $\frac{n}{\mu}$ des indices de réfraction de la lame et du milieu extérieur. Pour évaluer cette épaisseur apparente, on observe à l'aide du microscope les poussières qui se trouvent à la surface supérieure et inférieure de la lame, et on les met successivement au point, en utilisant pour cela la vis micrométrique. L'épaisseur $e'$ est égale au déplacement que l'on a communiqué au tube, elle se lit sur le tambour gradué de la vis. Si l'on veut obtenir des résultats exacts il faudra prendre les précautions suivantes:

1° Répéter un grand nombre de fois les mesures dans la région même où l'on fera plus tard celle du retard, et ce sur des poussières différentes:

2° Opérer sur des régions différentes de la vis; pour cela on élève le tube à l'aide de la crémaillère, puis on l'abaisse ensuite de la quantité nécessaire pour la mise au point par la vis micrométrique.

3° Prendre si possible de la lumière monochromatique pour effectuer la mesure.

4° Pour éviter l'erreur résultant du «temps perdu» de la vis, on tournera celle-ci de façon à dépasser la position de mise au point, puis on revient en arrière pour observer successivement les poussières sur les deux faces de la lame.

5° Prendre la moyenne générale des résultats obtenus dans les différentes mesures effectuées.

Si le microscope possède une bonne vis micrométrique dont le pas est de 0,25 de millimètre, avec un tambour divisé en 250 parties, les différences que l'on obtient dans les mesures successives dépassent rarement cinq divisions; l'erreur qui peut provenir de l'instrument est donc très faible. En revanche la plus grosse erreur provient de l'incertitude dans laquelle on se trouve pour attribuer au minéral un indice de réfraction convenable. On peut, il est vrai, en avoir une idée approximative en se basant sur le relief de ses différentes sections; très souvent aussi on connaît à peu près le minéral sur lequel la détermination doit être faite, ce qui permet de lui attribuer un

indice. Si le minéral est très biréfringent, il peut y avoir entre ses divers indices une différence assez considérable; il faudra faire dans ce cas la mesure de $e'$ après avoir placé une des lignes d'extinction dont l'indice correspondant est connu, parallèlement à la section principale du polariseur.

On peut réduire notablement l'erreur qui proviendrait de l'incertitude sur la valeur à attribuer à $n$, en faisant la mesure de $e'$ au moyen d'un objectif à immersion, et en employant des liquides de réfringence élevée.

En effet, de l'expression $e = e'\frac{n}{\mu}$ on déduit:

$$de = \frac{e'}{\mu} dn.$$

On voit donc que l'erreur $de$ qui résulterait d'un écart $dn$ sur la valeur attribuée à l'indice du minéral, est d'autant plus faible que l'indice $\mu$ du liquide est plus grand. Avec une immersion à huile de cèdre pour laquelle $\mu = 1{,}515$, une incertitude de 0,1 sur la valeur attribuée à $n$ entraînerait une erreur, pour une épaisseur apparente $e' = 0{,}01$, qui serait:

$$de = \frac{0{,}1 \times 0{,}01}{1{,}515} = 0{,}00066.$$

Avec l'iodure de méthylène pour lequel $\mu = 1{,}75$, l'erreur serait dans les mêmes conditions:

$$de = 0{,}00058.$$

Comme dans la pratique, l'erreur commise dans l'évaluation de $n$ est rarement supérieure à 0,1, et que les épaisseurs apparentes $e'$ (toujours inférieures à $e$) n'excèdent généralement pas 0,04, l'erreur commise dans ces cas extrêmes est de 0,0026 pour l'huile de cèdre, et de 0,0023 pour l'iodure de méthylène.

Pour obtenir une très grande précision, on peut d'ailleurs mesurer approximativement l'indice du minéral au moyen de la méthode de Bertin, ou encore en comparant cet indice avec celui d'un liquide connu, comme nous le verrons dans le chapitre réservé à la mesure des indices de réfraction. Si de plus le minéral est fortement biréfringent, et si l'on connaît avec une approximation suffisante les indices qui correspondent à ses deux lignes d'extinction, on pourra, en employant le procédé précédemment indiqué, effectuer deux mesures d'épaisseur sur la même section, en amenant successivement chaque ligne d'extinction à être parallèle à la section principale du polariseur; la détermination de $e'$ faite dans ces conditions, présente alors une grande exactitude. Il est évident en vertu même de ce qui précède que l'on doit exclusivement employer, pour la détermination

de l'épaisseur, les objectifs les plus fortement grossissants. Les immersions homogènes sont particulièrement recommandables à ce point de vue; nous avons obtenu d'excellents résultats avec les immersions homogènes sémi-apochromatiques de la maison KORISTKA.

Nous attirons l'attention sur le fait que de grosses erreurs dans la mesure de $e'$ peuvent provenir de la mauvaise construction des vis micrométriques de certains microscopes; celles-ci doivent être exécutées avec autant de soin que celles des sphéromètres, ce qui n'est pas toujours le cas, car nous avons eu l'occasion de voir certains appareils dont les vis micrométriques étaient absolument insuffisantes.

Le problème de la détermination de l'épaisseur se pose à chaque instant en pétrographie, et nous recommandons expressément de ne mesurer le retard que sur les sections sur lesquelles cette épaisseur a été consciencieusement mesurée. Certains auteurs ont proposé pour mesurer $e$, d'user en même temps que la préparation, une lame de quartz taillée parallèlement à l'axe optique, dont la biréfringence exacte $B$ est connue. Il suffirait de mesurer ensuite son retard $R$ pour en déduire:

$$e = \frac{R}{B}.$$

Ce procédé est défectueux, comme nous avons pu maintes fois le constater; ces lames auxiliaires ont en effet une épaisseur qui est toujours autre que celle des divers minéraux de la préparation, soit par suite de leur dureté qui est différente, soit aussi parce que leur surface étant plus grande ou plus petite que celle de la coupe mince, elles enfoncent plus ou moins dans la couche de baume de Canada à l'aide duquel on les cimente sur le porte-objet.

**188. Mesure du retard.** Les méthodes dont on dispose pour mesurer les retards sont nombreuses et basées sur des principes fort différents. Dans un premier groupe de ces méthodes, on utilise le principe de la compensation, c'est-à-dire qu'on annule le retard introduit par la lame à mesurer par un autre retard connu. Les compensateurs de BABINET et de M. CHROUSTSCHOFF, celui à teinte plate de BRAVAIS, le biréfractomètre d'AMANN et le compensateur à lames de mica de M. DE FÉDOROW sont basés sur ce principe. Dans une seconde méthode on compare la teinte de polarisation de la section dont on veut déterminer la biréfringence, avec celle d'une lame auxiliaire de retard connu. Le comparateur de M. MICHEL-LÉVY utilise ce procédé. Une troisième méthode, indiquée par FOUCAULT, repose sur la détermination des retards par la connaissance du nombre et de la position des franges obscures que l'on observe dans le spectre lorsqu'on analyse à l'aide du spectroscope la teinte de polarisation d'un minéral. Une

quatrième méthode imaginée par M. FRIEDEL, utilise la composition des mouvements vibratoires circulaires et elliptiques qui, dans certaines conditions, peuvent donner une vibration rectiligne. Une cinquième méthode enfin, imaginée par M. MICHEL-LÉVY, est basée sur la connaissance de l'épaisseur et de la teinte de polarisation qui permettent au moyen d'une abaque d'évaluer rapidement la biréfringence.

**189. Compensateur de Babinet.**[1] Cet appareil se compose essentiellement de deux coins en quartz, dont l'arête réfringente est normale à l'axe optique $n_g$ pour l'un d'eux, et parallèle pour l'autre (fig. 241). L'un de ces coins est fixe, l'autre est mobile et se déplace parallèlement au grand côté du rectangle. Pour cela le quartz est monté sur une glissière entraînée par une vis micrométrique munie d'un tambour gradué $T$ (fig. 242 et 243). Le nombre de tours que l'on imprime à la vis se lit sur une échelle fixe $c$ devant laquelle se meut un index qui se déplace en même temps que le quartz; les fractions de tour se comptent sur le tambour. Pour pouvoir toujours mettre le zéro de celui-ci en face du trait de repère lorsque l'index est en face d'une division de l'échelle, le tambour peut tourner à frottement dur sur la vis. Pour le régler, il faut amener l'index en face d'une division quelconque de l'échelle, maintenir la vis immobile en saisissant le bouton $B$, et tourner ce tambour $T$ jusqu'à ce que le zéro ait la position voulue.

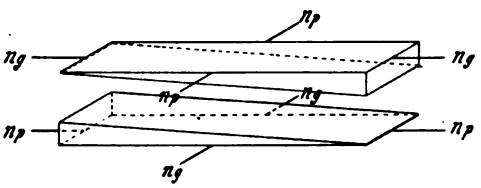


Fig. 241.

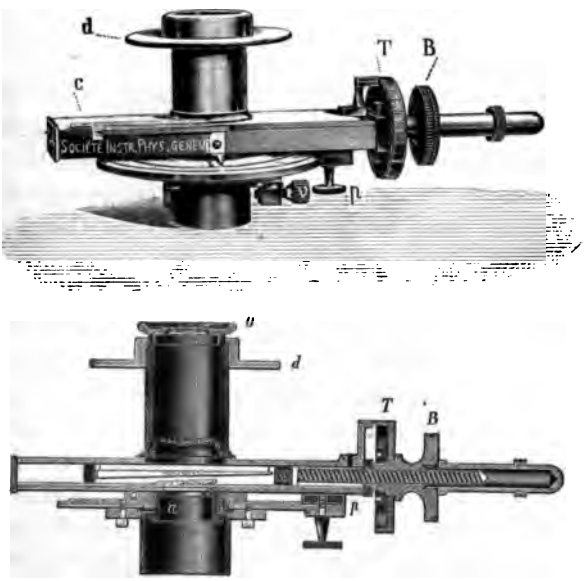


Fig. 242 et 243. Compensateur de BABINET, vue et coupe du modèle de la SOCIÉTÉ POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE à Genève.

[1] JAMIN, Ann. de chim. et phys. 29. 1850, 263.

Au-dessus du quartz se trouve un oculaire positif, à l'aide duquel on voit deux fils parallèles servant de repère, fixés sur le tambour *a* (fig. 244). On surmonte cet oculaire d'un prisme de THOMPSON monté dans une douille (fig. 195) munie d'un cercle gradué, qui repose sur le disque *d* portant un index. L'appareil s'adapte sur le microscope à la place de l'oculaire ordinaire, il est maintenu en place par la vis *V*. Pour la commodité, tout le compensateur peut tourner autour de l'axe optique du microscope, et être arrêté par une pince *p* dans une position quelconque. L'instrument que nous venons de décrire est le modèle construit par la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE de Genève (fig. 242 et 243).

Lorsqu'on place le compensateur entre les nicols croisés à 45° de leurs sections principales, on aperçoit *une frange centrale obscure*, accompagnée de chaque côté de franges colorées, si l'observation se fait en lumière blanche. Cette frange obscure est perpendiculaire au plus grand côté du rectangle formé par les biseaux de quartz, et jalonne les points où ceux-ci ont la même épaisseur et où la compensation se fait en lumière blanche pour toutes les radiations. Les colorations qui apparaissent symétriquement de part et d'autre de la frange centrale dépendent des retards $r_1$ et $r_2$ que prennent les rayons en traversant les deux biseaux. Le retard résultant:

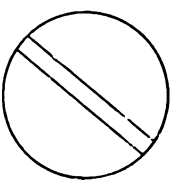


Fig. 244.

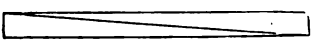


Fig. 245.

Fig. 246.

$$R = r_1 - r_2$$

augmente symétriquement de part et d'autre de la frange centrale, car tout le système (fig. 245) se comporte, comme il est facile de s'en rendre compte, comme deux coins de quartz semblables mais opposés (fig. 246). En effet, en un point quelconque du système, le retard est donné par:

$$R = (r_1 - r_2) = (n_g - n_p)(e_1 - e_2),$$

il est le même que celui que donnerait une lame d'épaisseur $e = e_1 - e_2$; en outre $e_1$ et $e_2$ variant de la même manière de chaque côté de la frange centrale, mais en sens contraire, il en est évidemment de même pour $e$.

Aux nicols parallèles, la frange centrale est blanche, et les teintes des franges colorées sont complémentaires de celles observées aux nicols croisés. En lumière monochromatique par contre des franges obscures se produisent aux points où les retards $R = (r_1 - r_2)$ prennent

des valeurs égales à un nombre pair de $\frac{\lambda}{2}$ si les nicols sont croisés, et impair s'ils sont parallèles. Supposons maintenant que l'appareil soit réglé de façon à ce que la frange centrale se trouve intercalée entre les fils du réticule; si nous plaçons une lame biréfringente à 45° de ses extinctions, cette frange centrale subira un déplacement qui dépend du nouveau retard $r_3$ introduit, car la condition $r_1 - r_2 \pm r_3 = 0$ sera satisfaite pour une autre région du biseau où le retard $R$ est égal et de signe contraire à celui de la lame; $r_3$ est de même signe que $r_1$ si $n_g'$ est parallèle à $n_g$ du premier biseau, et de signe contraire si c'est $n_p'$ qui occupe la même position. Dans le premier cas, la frange centrale se déplacera du côté du sommet de l'angle du premier biseau, et vers celui du second biseau dans l'autre cas. Si donc on connaît l'orientation des biseaux, ce qu'il est facile d'obtenir au moyen d'une lame connue, on peut tout d'abord utiliser comme on le voit le compensateur pour reconnaître la position $n_g'$ et $n_p'$ d'une lame biréfringente. D'autre part le déplacement de la frange centrale étant proportionnel au retard introduit par la lame, on pourrait déduire celui-ci de la mesure de ce déplacement, si la frange centrale ne sortait pas trop fréquemment du champ de l'appareil. Dans ces conditions, il vaut mieux procéder autrement, et déduire le retard du déplacement qu'il faut donner au quartz mobile pour ramener la frange obscure au centre du champ; sur la trace de la frange centrale l'épaisseur de l'un des quartz est alors supérieure à celle de l'autre d'une quantité $\Delta e$ qui produit la compensation du retard introduit par la lame. Si nous appelons $\varepsilon$ l'épaisseur de celle-ci, et $n_g'$ et $n_p'$ ses deux indices, nous aurons évidemment:

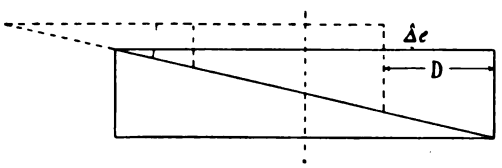


Fig. 247.

$$\Delta e\,(n_g - n_p) = \varepsilon\,(n_g' - n_p')$$

comme d'autre part le déplacement $D$ aura pour valeur (fig. 247):

$$D = \frac{\Delta e}{\operatorname{tang} \alpha}$$

si $\alpha$ est l'angle du coin mobile, $D$ est donc proportionnel au retard $R$ introduit par la lame cristalline, et servira à le mesurer, nous aurons donc:

$$R = KD.$$

$K$ est une constante qui dépend de l'appareil, et de la nature de la lumière employée; elle exprime le retard qui serait compensé par un déplacement du quartz égal à une division de la graduation. Soit $\delta e$ l'accroissement de l'épaisseur pour un déplacement $D = 1$; pour des radiations de longueur d'onde $\lambda$ et $\lambda'$ nous aurions:

$$K_\lambda = \delta e(n_g - n_p)$$
$$K_\lambda' = \delta e(n_g' - n_p').$$

La biréfringence $n_g - n_p$ du quartz variant avec $\lambda$, il en sera de même pour $K$, qui devra être évalué pour chaque radiation, ce qui peut être fait par l'expérience ou par le calcul. Si $K$ a été déterminé préalablement pour une radiation quelconque, la dispersion du quartz étant bien connue, nous aurons la relation:

$$\frac{K_\lambda'}{K_\lambda} = \frac{n_g' - n_p'}{n_g - n_p}.$$

**190. Graduation du compensateur.** La détermination de la constante $K$ se fait très simplement, au moyen de la lumière jaune du sodium. On détermine préalablement en lumière blanche et en répétant les mesures, la position qu'occupe le quartz mobile, lorsque la frange centrale est exactement intercalée entre les fils du réticule, puis on éclaire l'appareil au moyen de lumière monochromatique et on amène successivement entre les fils les différentes franges obscures situées à droite et à gauche de la frange centrale. On opère soit avec les nicols croisés, soit avec les nicols parallèles, en lisant chaque fois la position du quartz sur l'échelle graduée. Les retards qui correspondent à ces diverses franges sont résumés dans le tableau suivant:

| Rang de la frange | Nicols parallèles | | Nicols croisés | |
|---|---|---|---|---|
| | Retards en: | | Retards en: | |
| | $\lambda$ | Millionièmes de m.m. | $\lambda$ | Millionièmes de m.m. |
| N° 1 | $\frac{\lambda}{2}$ | 294.5 | $\lambda$ | 589 |
| 2 | $\frac{3}{2}\lambda$ | 883.5 | $2\lambda$ | 1178 |
| 3 | $\frac{5}{2}\lambda$ | 1472.5 | $3\lambda$ | 1767 |
| 4 | $\frac{7}{2}\lambda$ | 2061.5 | $4\lambda$ | 2356 |
| 5 | $\frac{9}{2}\lambda$ | 2650.5 | $5\lambda$ | 2945 |

La valeur de la constante $K$ sera évidemment donnée par $K = \frac{R}{D}$. $R$ étant le retard pour une frange quelconque, et $D$ le déplacement

à imprimer au quartz pour l'amener à la position de la frange centrale. On peut ainsi obtenir les retards qui correspondent à chaque position du quartz mobile, et vérifier de la sorte si l'angle du biseau est constant, l'intervalle $D$ entre deux franges consécutives devant avoir toujours la même valeur. Si tel n'est pas le cas, on pourra construire une courbe ou un tableau fournissant le retard pour chaque valeur de la graduation.

**191. Emploi du compensateur.** Le minéral biréfringent est placé à 45° de ses extinctions, puis on remplace l'oculaire ordinaire par l'oculaire compensateur surmonté de son analyseur, dont la section principale doit être perpendiculaire à celle du polariseur (il va sans dire que l'analyseur mobile qui, dans le microscope ordinaire, se trouve entre l'objectif et l'oculaire, sera écarté). Le compensateur doit être placé de façon à ce que les biseaux de quartz soient à 45° des sections principales des nicols. On ramène alors entre les fils du réticule en opérant en lumière blanche, la frange centrale déplacée par l'action de la lame; le retard, pour une certaine valeur de $\lambda$, sera obtenu en multipliant le déplacement communiqué par la constante $K$ donnant le retard pour une division de la graduation. Ce retard serait donné directement par simple lecture, si l'on avait préparé préalablement un tableau ou une courbe appropriée. Il est bon de procéder aux mesures dans deux positions de la lame à 90° l'une de l'autre, et de prendre la moyenne des observations.

**192. Influence de la dispersion.** Lorsque la dispersion du minéral est différente de celle du quartz, la frange centrale obtenue en lumière blanche n'est pas obscure, mais de couleur gris-bleuâtre, et plus ou moins large. Pour mesurer le retard qui correspond à une radiation donnée, on amène comme d'habitude la frange obscure obtenue en lumière blanche entre les fils du réticule, puis on éclaire l'appareil à l'aide de lumière monochromatique, et on fait alors un pointage définitif.

Le déplacement $D$ qu'il faut imprimer au quartz mobile pour compenser un minéral dispersif pour les différentes radiations, peut être déduit de la formule indiquée précédemment (a. 178, p. 188):

$$\lambda^2 = \frac{e_2 (B_2 - B_2') - e_1 (B_1 - B_1')}{e_1 (A_1 - A_1') - e_2 (A_2 - A_2')},$$

dans laquelle $e_2 = \Delta e$ représente l'accroissement de l'épaisseur du système sur la trace de la frange centrale qui compense une lame d'épaisseur $e_1$.

Nous poserons pour simplifier:

$$A_1 - A_1' = a_1 \qquad A_2 - A_2' = a_2$$
$$B_1 - B' = b_1 \qquad B_2 - B_2' = b_2.$$

Remarquant en outre que $\Delta e = D \operatorname{tang} \alpha$ nous aurons, en substituant dans la formule précédente:

$$D = \frac{e_1 (a_1 \lambda^2 + b_1)}{(a_2 \lambda^2 + b_2) \operatorname{tang} \alpha}.$$

Ce déplacement est le même pour toutes les radiations si la dispersion du minéral est la même que celle du quartz; si elle est différente, $D$ varie alors dans un sens déterminé. Cette valeur de $D$ variant pour les diverses radiations, il pourrait arriver que les franges correspondant au retard $R = 0$ et $R = \lambda$ que donne la lame surmontée du compensateur se trouvent placées à égale distance de la frange centrale de couleur gris bleuâtre en lumière blanche; dans ces conditions on pourrait être dans l'incertitude au sujet de la frange que l'on doit amener au centre du champ. Pratiquement ce cas est rare, et il suffit de prendre $e_1$ suffisamment petit pour faire disparaître cette indécision.[1]

**193. Compensateur de M. Chroustschoff.**[2] Cet appareil n'est qu'une modification de celui de Babinet, il se compose de deux compensateurs de quartz semblables à celui décrit (a. 189, p. 206), mais dont l'un est retourné de façon à simuler une mâcle par hémitropie normale. Ces deux compensateurs sont mus simultanément en sens contraire par une vis commune, portant des pas inverses. Les deux systèmes étant identiques donnent la frange centrale dans les mêmes conditions, et celle-ci sera déplacée de la même quantité, mais en sens inverse, par l'introduction d'une lamelle biréfringente. Pour mesurer le retard, il suffit d'évaluer le déplacement qu'il faut donner aux compensateurs pour ramener les deux franges centrales sur le prolongement l'une de l'autre. La graduation de l'appareil se fera de la même manière que celle du compensateur de Babinet.

**194. Compensateur à teinte plate de Bravais.** Il se compose de deux systèmes de Babinet superposés; l'un d'eux est fixe, l'autre mobile (fig. 248), les deux coins de quartz sont collés au baume de Canada, et ceux qui sont désignés par $a'$ et $b'$ sur la figure ont leurs axes parallèles. Il est facile de voir que le retard possède en chaque point la même valeur, et qu'il est nul pour une position convenable de l'équipage mobile, de sorte que l'obscurité persiste. Un léger déplacement de la lame mobile rétablit la lumière, et une

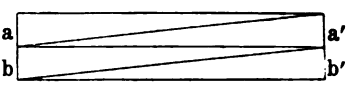


Fig. 248.

[1] Voir pour le sujet C. Hlawatsch, Min. u. petr. Mitth. 21. 1902, 107, puis F. Becke, Optische Untersuchungsmethoden, Denksch. d. K. K. Akad. d. Wiss. LXXV. 1904, 58.

[2] K. v. Chroustschoff, Zeitsch. f. Kryst. 30. 1899, 389.

lame biréfringente agirait évidemment de même. En déplaçant alors l'assemblage mobile, on pourra ramener l'obscurité et compenser par conséquent le retard introduit par le minéral. La graduation de ce compensateur se fait en lumière monochromatique, en cherchant les positions pour lesquelles l'obscurité complète est réalisée pour des retards $R = 0, \frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, 2\lambda$ etc. aux nicols croisés et parallèles. Cet appareil peut rendre des services pour la mesure de faibles biréfringences, surtout si les sections sont petites. Il présente cependant l'inconvénient de tous les appareils basés sur le rétablissement de l'obscurité entre les nicols croisés, avec lesquels il est difficile d'apprécier la position où celle-ci est maximum. On peut le rendre plus sensible en lui superposant une lame de Bertrand (a. 160, p. 165).

**195. Biréfractomètre de M. Amann** (fig. 249).[1] Il est constitué par un oculaire négatif, au foyer duquel on peut déplacer un coin en quartz qui recouvre seulement la moitié du champ visuel. Les déplacements de ce quartz sont évalués sur une échelle graduée, et le mouvement est communiqué par une vis micrométrique ou une crémaillère. Un diaphragme iris adjoint à l'appareil, permet d'isoler les sections sur lesquelles porte la mesure. Pour effectuer celle-ci, on dispose le minéral à 45° de ses extinctions dans la partie où le champ visuel est recouvert par le quartz, puis on déplace ce dernier jusqu'à ce que la compensation soit réalisée; il est bien évident d'ailleurs que pour cela, $n_g$ du biseau doit être parallèle à $n_p'$ du minéral. Le retard $R$ sera:

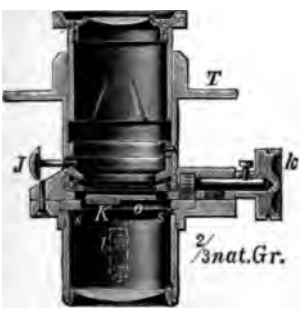


Fig. 249. Biréfractomètre de M. Amann (R. Fuess à Berlin).

$$R = C \pm Kn,$$

$n$ représente le chiffre lu sur la graduation, $K$ le retard correspondant à un intervalle de celle-ci, et $C$ une constante qui exprime le retard qui correspond au zéro de l'échelle. On déterminera $K$ en cherchant, en lumière monochromatique, les positions où le quartz est éteint pour des retards $\frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda$ etc. aux nicols parallèles ou croisés. Si $n_1$ et $n_2$ sont par exemple ces positions pour $R = \lambda$ et $2\lambda$, nous aurons:

$$K = \frac{\lambda}{n_1 - n_2}.$$

[1] J. Amann, Zeitsch. f. wiss. Mikr. 11. 1895, 440—454.

Quant à la valeur de $C$, elle sera évidemment:

$$C = \lambda - n_1 K.$$

Il est d'ailleurs commode de dresser une fois pour toutes une table donnant les retards pour chaque degré de la graduation.

Cet appareil n'est guère recommandable, et ne présente aucun avantage sur celui de Babinet. En lumière blanche, la compensation est toujours incomplète et impossible à obtenir exactement, si le minéral est dispersif; en lumière monochromatique, il est difficile d'apprécier le moment où l'obscurité est complète. On pourrait à la rigueur se servir de cet appareil comme d'un comparateur; il suffirait pour cela d'amener la lame à étudier dans la portion du champ visuel qui n'est pas recouverte par le quartz, et de déplacer ce dernier jusqu'à ce que sa teinte de polarisation soit la même que celle du minéral; à ce moment les deux retards sont égaux. Malheureusement dans la plupart des cas ce procédé est inapplicable, car dans une coupe microscopique les minéraux ne sont pas isolés, et le quartz se superpose de la sorte presque toujours à d'autres minéraux biréfringents, dans la région où l'on devrait faire la comparaison.

**196. Compensateur à lames de mica de M. de Fédorow.**[1] Cet appareil permet une mesure rapide du retard à une approximation de $\frac{1}{4}$ de $\lambda$. Il est formé par un paquet de lamelles de mica $\frac{1}{4}\lambda$, superposées de façon à réaliser une sorte d'escalier (fig. 250). Pour cela, chaque lamelle a une longueur inférieure de deux millimètres environ à celle qui vient immédiatement au-dessous. On se sert de cet appareil comme d'un quartz compensateur ordinaire, et le retard s'évalue par le nombre de lamelles superposées qui amènent la compensation.

Fig. 250.

Pour se servir plus commodément de cet instrument, nous avons fait construire un oculaire positif, dans le plan focal duquel on introduit le compensateur. L'image du minéral est alors vue en même temps que celle des lamelles de mica, et il est facile de compter leur nombre; soit $n$ ce dernier, le retard sera:

$$R = n\tfrac{1}{4}\lambda.$$

**197. Comparateur de M. Michel-Lévy.**[2] Cet appareil se compose d'un oculaire négatif (fig. 251 et 252) dans lequel on a mis à la place

[1] E. de Fédorow, Zeitsch. f. Kryst. 25. 1896, 349—351; 26. 1896, 251—253; 25. 1896, 624.

[2] A. Michel-Lévy, Bull. soc. minér. d. Fr. 6. 1883, 143—161, puis A. Michel-Lévy et Lacroix, Les minéraux des roches 1888, 54—59.

du réticule, un prisme à réflexion totale $T$, sur la face duquel se trouve collé un petit cylindre de verre. Ce prisme renvoie dans l'œil de l'observateur de la lumière, qui arrive latéralement après avoir traversé un nicol polariseur $P$, un biseau de quartz $Q$ placé à 45°, et un analyseur $A$. Le biseau lui-même est monté sur une petite platine tournante et peut glisser devant un diaphragme $D$ à très petite ouverture; son déplacement commandé par une vis, est évalué sur une échelle graduée. La lumière qui doit éclairer cet appareil est recueillie par un miroir $M$, et réfléchie dans la direction voulue par un prisme à réflexion totale $T'$. Au sortir du nicol analyseur, les rayons sont repris par une lentille $L$, et dirigés sur le prisme $T$ placé dans l'oculaire. Le petit cylindre de verre collé sur la face inclinée du prisme, empêche la réflexion totale d'une partie des rayons, et laisse passer par contre ceux qui viennent suivant l'axe du microscope. L'œil placé au-dessus de l'oculaire, verra donc le champ divisé en deux portions $a$ et $b$ (fig. 253); celle intérieure $a$ est éclairée par la lumière transmise par le microscope, et montre la teinte de polarisation de la lame à étudier; celle extérieure $b$ reçoit les rayons venant du comparateur, et présente une teinte qui dépend de la position du biseau de quartz. Il est évident que ce dernier étant mobile, on pourra toujours égaliser les deux teintes qui correspondent à un même retard. Il n'est possible d'obtenir des teintes rigoureusement identiques que seulement si les intensités lumineuses des parties $a$ et $b$ du champ sont égales, ce qui peut s'obtenir soit par une

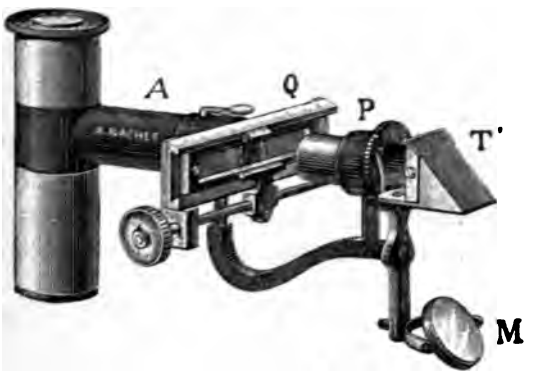



Fig. 251. Comparateur de M. Michel-Lévy. Modèle de la maison A. Nachet à Paris.

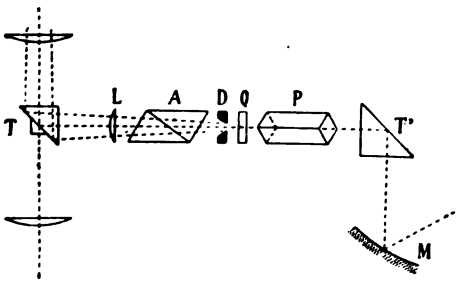



Fig. 252.

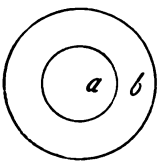



Fig. 253.

rotation de la platine du microscope, soit par une rotation du quartz entre les nicols.

La graduation du comparateur se fait comme celle de l'appareil précédent; on éclaire l'instrument avec de la lumière monochromatique, et on détermine, en déplaçant le biseau, les positions pour lesquelles l'obscurité se produit aux nicols parallèles et croisés pour des retards de $\frac{1}{2}\lambda$, $\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, $2\lambda$ etc. On en déduira le retard correspondant à chaque degré de l'échelle, et l'on pourra construire une table donnant le retard pour toutes les positions du quartz comparateur. Pour se servir de cet appareil, il faut tout d'abord le régler avant de placer le minéral sur le microscope de façon à ce que les intensités lumineuses soient les mêmes dans les deux parties du champ *a* et *b*. Mr Michel-Lévy recommande pour cela de placer sur la platine et à 45° de ses extinctions un coin en quartz dans la position où il donne le jaune de second ordre, puis d'amener celui du comparateur à donner la même teinte; par une rotation convenable de la platine qui supporte le comparateur, on peut alors aisément égaliser les intensités lumineuses des deux parties du champ *a* et *b*. L'appareil ayant été ainsi préparé, on place le minéral biréfringent sous le microscope à 45° de ses extinctions, et on égalise les deux teintes.

Cet appareil présente les mêmes inconvénients que les précédents lorsque le minéral est dispersif, sans laisser la ressource d'utiliser la lumière monochromatique; de plus il ne peut être employé avec succès lorsque le minéral est coloré. Par contre, pour les minéraux faiblement biréfringents, il présente un avantage réel; on superpose dans ce cas au minéral une lame de quartz donnant la teinte sensible du premier ou du second ordre, et on égalise les teintes. On peut procéder pour plus d'exactitude à une double opération, en plaçant les axes des deux corps biréfringents parallèles ou croisés. Du retard obtenu, on retranchera celui qui correspond à la teinte sensible employée, et on aura ainsi le retard du corps biréfringent.

**198. Mesure du retard par la méthode de Fizeau et Foucault.**[1] Cette méthode est basée sur l'observation des spectres cannelés que l'on obtient en examinant au spectroscope la teinte de polarisation d'un minéral. Les franges obscures qui s'observent sur ces spectres, occupent la position des radiations de longueurs d'onde $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ etc. qui satisfont à la condition:

$$n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 = n_3 \lambda_3 = n_m \lambda_m,$$

et qui interfèrent négativement aux nicols croisés, $n_1$, $n_2$, $n_m$ étant

[1] Fizeau et Foucault, Ann. d. chim. et phys. 26. 1849, 138; 30. 1850, 146. Dufet, Bull. soc. minér. d. Fr. 4. 1881, 113; 8. 1885, 171.

des nombres entiers. Si nous supposons $\lambda_1 > \lambda_m$, le multiple $n$ croît de $n_1$ jusqu'à $n_m$, en passant successivement par les valeurs:

$$n_2 = n_1 + 1$$
$$n_3 = n_1 + 2$$
$$n_m = n_1 + (m - 1).$$

On tire de là:

$$n_m - n_1 = (m - 1),$$

et comme entre la frange de rang $n_m$ et celle $n_1$ il existe un nombre $N = (m - 2)$ de franges, nous aurons:

$$n_m - n_1 - 1 = N.$$

L'égalité $n_1 \lambda_1 = n_m \lambda_m$ deviendra alors:

$$n_1 \lambda_1 = (N + n_1 + 1)\lambda_m$$

d'où

$$n_1 = \frac{(N + 1)\lambda_m}{\lambda_1 - \lambda_m}.$$

En multipliant cette dernière quantité par $\lambda_1$ nous aurons le retard exprimé pour cette radiation, dont la position devra être repérée en se servant de l'échelle d'Angström ou au moyen d'une source lumineuse auxiliaire.

Comme on le voit, le retard $R$ peut être déduit du nombre $N$ des franges intercalées entre deux autres correspondant à des longueurs d'onde $\lambda_1$ et $\lambda_m$ connues. L'évaluation de $\lambda_1$ et $\lambda_m$ se fera simplement à l'aide de l'échelle du spectroscope si on connait les longueurs d'onde qui correspondent à chacune des divisions.

**199. Tableau des biréfringences de M. Michel-Lévy.**[1] Ce tableau (planche I) qui est extrêmement pratique, et que nous considérons comme un vademecum du pétrographe, permet d'apprécier rapidement et avec une approximation suffisante la biréfringence d'un minéral, lorsqu'on connaît son épaisseur et sa teinte de polarisation. Pour le construire M. Michel-Lévy superpose à l'échelle chromatique de Newton un système de coordonnées rectangulaires ayant en abcisses les retards en millionièmes de millimètre, et en ordonnées les épaisseurs en millimètres (fig. 254). On voit immédiatement par la simple inspection du tableau, le retard qui correspond à une couleur de polarisation donnée. Comme on a d'ailleurs $R = e(n_g - n_p)$, l'équation $\frac{e}{R} = \frac{1}{n_g - n_p}$ représente une droite qui fait avec la base du tableau un angle $\alpha$ dont la tangente est égale à $\frac{1}{n_g - n_p}$. Si l'on construit une de ces droites pour une valeur donnée de $n_g - n_p$, on aura le retard afférent

[1] A. Michel-Lévy et A. Lacroix, Les minéraux des roches. Paris 1888. 64.

aux diverses épaisseurs, ainsi que la teinte de polarisation que pourrait avoir la lame cristalline. Mr Michel-Lévy construit ces droites, en joignant avec l'origine du tableau les points qui représentent les retards, pour une épaisseur de 0,06 m.m., et pour des biréfringences $n_g - n_p$ croissant d'unité en unité à partir de 0,001. Ainsi par exemple pour $e = 0{,}06$ et $n_g - n_p = 0{,}001$, $R = 60$ millionièmes de millimètre. Sur la ligne horizontale 0,06, à l'endroit qui correspondra à un retard de 60 million. de m.m. on joint le point obtenu avec l'origine, et on procède de même pour les biréfringences supérieures. En regard de chacune des lignes obliques ainsi obtenues, on inscrira le chiffre donnant la biréfringence qu'elle représente.

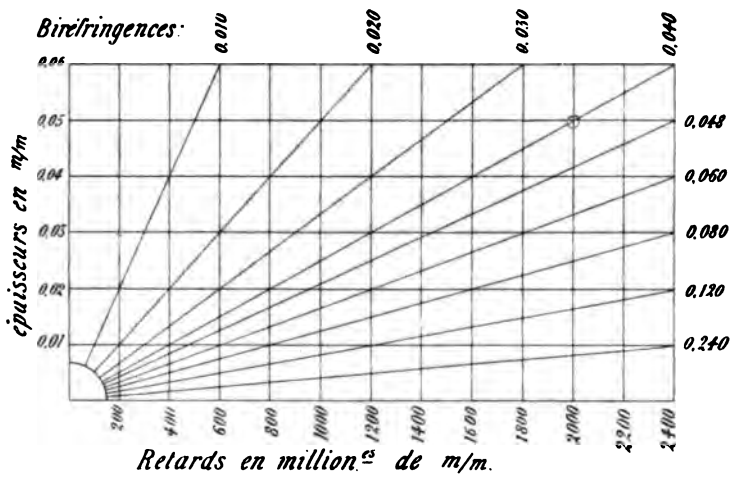



Fig. 254.

L'emploi du tableau (planche I) résulte de ce qui vient d'être dit. Connaissant l'épaisseur de la lame, on prend cette valeur sur le tableau, et on suit la ligne horizontale qui lui correspond jusqu'à ce que celle-ci rencontre la teinte de polarisation du minéral. Par le point ainsi obtenu passe une ligne oblique, qu'il suffit de suivre jusqu'à la rencontre du chiffre inscrit à son extrémité, qui donnera directement la valeur de la biréfringence. Ainsi pour une épaisseur de 0,03 et une couleur de polarisation qui serait le violet de premier ordre, le retard qui correspondrait à cette teinte serait de 600 $\mu$, et la biréfringence de 0,020 (fig. 254).

Il est évident que ce même tableau permettra de déterminer l'épaisseur d'une lame biréfringente, lorsqu'on connaîtra sa teinte de polarisation.

Les erreurs que l'on peut commettre avec ce tableau dans l'évaluation de la biréfringence, proviennent de l'appréciation sur celui-ci de la teinte qui correspond à la couleur de polarisation de la lame; leur grandeur dépend à la fois de l'épaisseur et de la biréfringence, ce qui ressort de l'examen même du tableau. On voit que pour une faible épaisseur, les droites obliques qui convergent à l'origine coupent une des lignes horizontales en des points très rapprochés, et que par conséquent un léger écart dans l'appréciation de la teinte suffit pour entraîner une erreur sensible dans l'estimation de la biréfringence. Avec les épaisseurs usuelles des préparations, qui oscillent entre 0,025 et 0,03, les erreurs que l'on peut commettre ne sont pas de nature à entraîner un faux diagnostic.

Il est bien évident que si la biréfringence doit être mesurée avec exactitude, il faut employer un appareil plus précis, et nous donnons alors la préférence au compensateur de Babinet.

## § 4. ORIENTATION DES SECTIONS D'ÉGALE BIRÉFRINGENCE.[1]

**200. Calcul de la biréfringence d'une section quelconque.** Cherchons maintenant à calculer la biréfringence $n_g - n_p$ qu'aura une section quelconque de l'ellipsoïde, dont la normale $OD$ fait avec les axes principaux des angles dont les cosinus directeurs sont représentés par $l$, $m$, $n$. Soient également $\theta$ et $\theta'$ les angles que cette normale fait avec les axes optiques.

L'équation de l'ellipsoïde inverse est comme l'on sait:

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1$$

dans laquelle $a$, $b$ et $c$ sont les trois vitesses principales de propagation des ondes. Suivant la direction $OD$ se propageront deux ondes normales, dont les vitesses $v$ et $v'$ sont inversement proportionnelles aux axes $n_g'$ et $n_p'$ de la section elliptique perpendiculaire.

D'après le théorème d'Apollonius on doit avoir:

$$n_g'^2 + n_p'^2 + \varrho^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \tag{1}$$

et

$$n_g' n_p' p = \frac{1}{abc}. \tag{2}$$

Dans ces équations, $\varrho$ désigne la longueur du diamètre conjugué aux deux autres ($n_g'$ et $n_p'$), et $p$ la hauteur du parallélépipède construit sur les trois diamètres conjugués.

[1] A. Michel-Lévy et A. Lacroix, Les minéraux des roches. Paris 1888. 61—64. F. Wallerant, Bull. soc. minér. d. Fr. 11. 1888, 81.

Des équations (1) et (2) nous obtenons d'abord:

$$(3) \qquad \frac{1}{n_p'^2}+\frac{1}{n_g'^2}=\frac{n_g'^2+n_p'^2}{n_g'^2 n_p'^2}=\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}-\varrho^2\right)a^2b^2c^2p^2$$

$$(4) \qquad \frac{1}{n_g'^2 n_p'^2}=a^2b^2c^2p^2$$

Ces dernières équations représentent évidemment la somme et le produit des racines d'une équation bicarrée, de laquelle on pourrait déduire les valeurs de $n_g'$ et $n_p'$; toutefois il est inutile de procéder à ce calcul pour obtenir la différence entre les vitesses de propagation des ondes, ou celle des indices correspondants, car on a:

$$(5) \qquad \left(\frac{1}{n_p'^2}-\frac{1}{n_g'^2}\right)=\left(\frac{1}{n_p'^2}+\frac{1}{n_g'^2}\right)^2-\frac{4}{n_p'^2 n_g'^2}.$$

Pour former cette dernière équation, il faut calculer les valeurs de $\varrho$ et de $p$. La longueur d'un diamètre conjugué $\varrho$ est, comme on le sait, la distance de l'origine au point de contact $(x, y, z)$ du plan tangent parallèle à la section; $p$ est la distance comprise entre celle-ci et le plan tangent.

L'équation de ce plan tangent perpendiculaire à la direction de propagation $OD$, qui fait avec les axes des angles $\lambda$, $\mu$ et $\nu$ et dont $l$, $m$, $n$ sont les cosinus directeurs, peut être mise sous la forme:

$$lX+mY+nZ=p$$

ou

$$a^2Xx+b^2Yy+c^2Zz=1$$

dans lesquelles $X, Y, Z$ sont les coordonnées courantes, et $x, y, z$ celles du point de contact. En identifiant ces deux équations, et en tenant compte de ce que le point de coordonnées $x, y, z$ est situé sur l'ellipsoïde on aura:

$$x=\frac{l}{a^2p}, \qquad y=\frac{m}{b^2p}, \qquad z=\frac{n}{c^2p}$$

et

$$p=\sqrt{\frac{l^2}{a^2}+\frac{m^2}{b^2}+\frac{n^2}{c^2}}$$

puis

$$\varrho^2=x^2+y^2+z^2=\frac{1}{p^2}\left(\frac{l^2}{a^4}+\frac{m^2}{b^4}+\frac{n^2}{c^4}\right).$$

Si l'on substitue alors ces valeurs dans les équations (3) et (4), il vient après réduction:

$$(6) \qquad \frac{1}{n_p'^2}+\frac{1}{n_g'^2}=l^2(b^2+c^2)+m^2(a^2+c^2)+n^2(a^2+b^2)$$

$$(7) \qquad \frac{1}{n_p'^2 n_g'^2}=l^2b^2c^2+m^2c^2a^2+n^2a^2b^2.$$

On peut transformer avantageusement ces formules, en rapportant la position de la direction $OD$ de propagation aux axes optiques. Ceux-ci font avec l'axe des $Z$, c'est-à-dire avec $n_g$ des angles donnés par:

$$\cos^2 V = \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2} \quad \text{et} \quad \sin^2 V = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2},$$

en posant

$$\frac{1}{a} = n_p, \quad \frac{1}{b} = n_m \quad \text{et} \quad \frac{1}{c} = n_g,$$

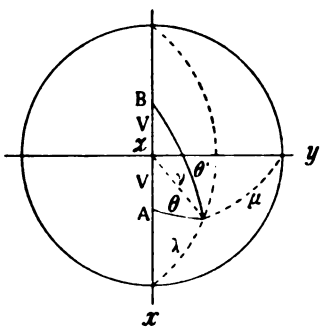


Fig. 255.

on a de plus, d'après la (fig. 255)

$$l = \cos\theta \sin V + \sin\theta \cos V \cos A$$
$$n = \cos\theta \cos V - \sin\theta \sin V \cos A$$

d'où

$$\cos\theta = l \sin V + n \cos V$$

On trouverait de la même manière

$$\cos\theta' = -l \sin V + n \cos V$$

puis aussi

$$l^2 = \frac{(\cos\theta - \cos\theta')^2 (a^2 - c^2)}{4(a^2 - b^2)}$$
$$n^2 = \frac{(\cos\theta + \cos\theta')^2 (a^2 - c^2)}{4(b^2 - c^2)}.$$

En portant ces valeurs dans les équations (6) et (7), et en tenant compte du fait que $m^2 = 1 - l^2 - n^2$, on obtiendra successivement:

$$\frac{1}{n_p'^2} + \frac{1}{n_g'^2} = a^2 + c^2 - \frac{(\cos\theta - \cos\theta')^2}{4}(a^2 - c^2) + \frac{(\cos\theta + \cos\theta')^2}{4}(a^2 - c^2)$$
$$= a^2 + c^2 + (a^2 - c^2)\cos\theta \cos\theta'$$

et

$$\frac{1}{n_p'^2 n_g'^2} = a^2 c^2 + \frac{a^2 - c^2}{4} c^2 (\cos\theta - \cos\theta')^2 + \frac{a^2 - c^2}{4} a^2 (\cos\theta + \cos\theta')^2$$
$$= a^2 c^2 + \frac{(a^2 - c^2)^2}{4}(\cos^2\theta + \cos^2\theta') + \frac{a^4 - c^4}{2}\cos\theta \cos\theta'.$$

En substituant dans (5), nous obtiendrons alors successivement:

$$\left(\frac{1}{n_p'^2} - \frac{1}{n_g'^2}\right)^2 = (a^2 + c^2)^2 + (a^2 - c^2)\cos^2\theta \cos^2\theta' + 2(a^4 - c^4)\cos\theta \cos\theta'$$
$$- 4a^2c^2 - (a^2 - c^2)^2(\cos^2\theta + \cos^2\theta') - 2(a^4 - c^4)\cos\theta \cos\theta'.$$

$$\left(\frac{1}{n_p'^2} - \frac{1}{n_g'^2}\right)^2 = (a^2 + c^2)^2 + (a^2 - c^2)^2(\cos^2\theta \cos^2\theta' - \cos^2\theta - \cos^2\theta') - 4a^2c^2.$$

Si l'on remarque que:

$$(1 - \cos^2\theta)(1 - \cos^2\theta') = 1 - \cos^2\theta - \cos^2\theta' + \cos^2\theta \cos^2\theta',$$

il viendra:

$$\left(\frac{1}{n_p'^2}-\frac{1}{n_g'^2}\right)^2=(a^2+c^2)^2+(a^2-c^2)^2\left((1-\cos^2\theta)(1-\cos^2\theta')-1\right)-4a^2c^2$$

d'où on tire encore:

$$\frac{1}{n_p'^2}-\frac{1}{n_g'^2}=(a^2-c^2)\sin\theta\sin\theta'$$

et comme $\frac{1}{a}=n_p$ et $\frac{1}{c}=n_g$ on obtient finalement:

$$\frac{1}{n_p'^2}-\frac{1}{n_g'^2}=\left(\frac{1}{n_p^2}-\frac{1}{n_g^2}\right)\sin\theta\sin\theta'$$

formule qui donne la différence des carrés des vitesses $\frac{1}{n_p'}$ et $\frac{1}{n_g'}$ de propagation des deux ondes qui cheminent normalement à une direction $OD$ faisant avec les axes optiques des angles $\theta$ et $\theta'$.

Comme les biréfrigences $n_g'-n_p'$ des sections minces sont en général faibles, on peut poser alors avec une approximation suffisante:

$$(n_g'-n_p')=(n_g-n_p)\sin\theta\sin\theta'.$$

Cette équation permet donc de calculer la biréfringence $n_g'-n_p'$ d'une section quelconque, dont la position est fixée par les angles $\theta$ et $\theta'$ compris entre sa normale et les deux axes optiques.

**201. Surface d'égal retard des ondes de Bertin.**[1] La formule qui précède va permettre d'obtenir la surface d'égal retard des ondes, c'est-à-dire celle joignant les points où les ondes, supposées émanant d'une même origine, arrivent avec un retard constant. Les ondes qui se propagent normalement à une direction $OD$ quelconque possèdent à une distance $OA=\varrho$ de l'origine (fig. 256) un retard qui est égal à

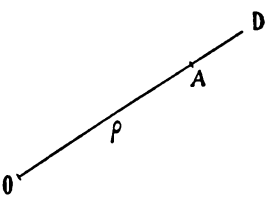


Fig. 256.

$$R=\varrho(n_g'-n_p')=n\tfrac{1}{2}\lambda$$

pour une radiation de longueur d'onde $\lambda$, $n_g'$ et $n_p'$ étant, comme on le sait, les axes de la section elliptique de l'ellipsoïde inverse normale à $OD$. Cette formule devient:

$$R=\varrho\,(n_g-n_p)\sin\theta\sin\theta' \tag{1}$$

expression qui représente l'équation en coordonnées polaires, de la surface cherchée, $\theta$ et $\theta'$ étant les angles que fait $\varrho$ avec les axes optiques.

[1] A. Bertin, Ann. d. chim. et phys. 63. 1861, 57—62. F. Neumann, Pogg. Ann. 33. 1834, 257—281.

On peut mettre cette équation en coordonnées rectangulaires; pour cela, remarquons que:

$$(n_g' - n_p')^2 = n_g'^2 + n_p'^2 - 2n_g' n_p'$$

on aura alors:

$$R^2 = \varrho^2 (n_g'^2 + n_p'^2 - 2n_g' n_p')$$

ou

$$[\varrho^2 (n_g'^2 + n_p'^2) - R^2]^2 = 4\varrho^4 n_g'^2 n_p'^2 .$$

En remplaçant $n_g'^2 + n_p'^2$ et $n_g'^2 n_p'^2$ par leurs valeurs déduites des équations (6) et (7) (a. 200, p. 219), il vient:

$$\left[x^2\left(\frac{1}{n_g^2} + \frac{1}{n_m^2}\right) + y^2\left(\frac{1}{n_p^2} + \frac{1}{n_g^2}\right) + z^2\left(\frac{1}{n_p^2} + \frac{1}{n_m^2}\right) - R^2\left(\frac{x^2}{n_m^2 n_g^2} + \frac{y^2}{n_p^2 n_g^2} + \frac{z^2}{n_p^2 n_m^2}\right)\right]^2 = 4(x^2 + y^2 + z^2)(x^2 n_p^2 + y^2 n_m^2 + z^2 n_g^2) .$$

On pourrait à l'aide de cette équation ou de celle en coordonnées polaires qui précède, effectuer la discussion de la forme de la surface; mais on peut s'en faire une idée suffisante au moyen d'une construction graphique.

L'équation (1) peut en effet s'écrire:

$$\varrho = \frac{R}{(n_g - n_p) \sin\theta \sin\theta'}$$

ou encore

$$\varrho = K \operatorname{cosec}\theta \operatorname{cosec}\theta'$$

dans laquelle $K$ est une constante:

$$K = \frac{R}{n_g - n_p}$$

On obtiendra la longueur de $\varrho$ pour n'importe quelle valeur de $\theta$ et $\theta'$ en procédant comme suit.

Traçons d'abord un cercle de rayon $K = OA$ (fig. 257) et portons une droite $OM$ faisant avec $OX$ un angle $\theta$. En menant $BM$ perpendiculaire sur $OY$, le segment de droite $OM$ représente $K \operatorname{cosec}\theta$. Traçons maintenant un cercle de rayon $OM$; la perpendiculaire menée à $OY$ en $B'$, intercepte sur une droite faisant avec $OX$ un angle $\theta'$ un segment:

$$OM' = OM \operatorname{cosec}\theta'$$

qui re présente la valeur du vecteur $\varrho$ de la surface d'égal retard des ondes.

On pourra de la sorte aisément rechercher l'intersection de la surface avec les trois plans coordonnés, et avoir ainsi une idée de

sa forme. Cette surface, pour les cristaux biaxes, est formée de deux tubes qui s'entre-croisent, et ont comme axes, les axes optiques (fig. 258).

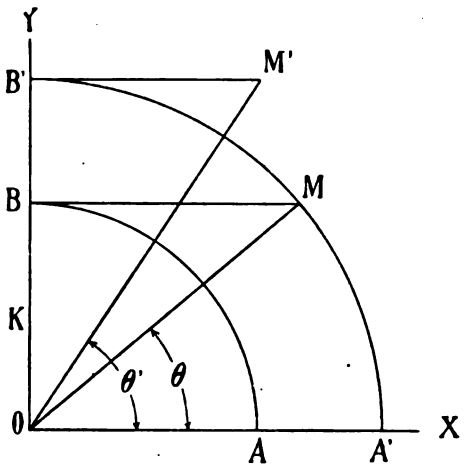


Fig. 257.

Fig. 258.

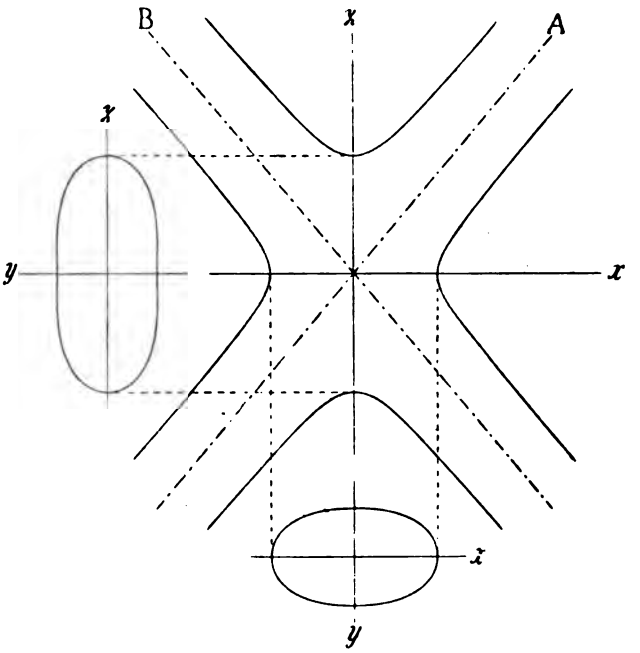


Fig. 259.

Ses intersections avec les trois plans principaux obtenues par le procédé graphique indiqué, sont données par la fig. 259.

Pour les cristaux uniaxes, l'équation se réduit à:

$$\varrho = \frac{R}{(n_g - n_p) \sin^2\theta}.$$

Elle représente une surface de révolution autour de l'axe optique, ayant une certaine analogie avec un hyperboloïde de révolution à une nappe.

**202. Sections d'égale biréfringence.**[1] Ces sections ont leurs pôles à l'intersection d'une sphère de rayon égal à l'unité avec la surface d'égal retard des ondes. En effet, si dans l'équation

$$R = \varrho(n_g - n_p) \sin\theta \sin\theta',$$

nous faisons $\varrho = 1$, nous imposons au rayon vecteur $\varrho$ la condition d'avoir une longueur constante, et les points de la surface d'égal retard seront situés sur la courbe d'intersection.

Comme $R = n_g' - n_p'$, qui par définition est constant, nous aurons ainsi le lieu des pôles des sections d'égale biréfringence.

Nous obtiendrons ainsi sur la sphère une série de courbes homothétiques, définies par l'équation:

$$n_g' - n_p' = (n_g - n_p) \sin\theta \sin\theta'. \tag{1}$$

**203. Utilisation de la projection stéréographique.** Il est possible de se faire une idée de la forme de ces courbes, à l'aide de la projection stéréographique. En effet, la biréfringence $n_g' - n_p'$ d'une section quelconque représentée par son pôle, sera toujours une certaine fraction de la biréfringence maxima, et pourra être exprimée à l'aide de celle-ci par l'équation:

$$n_g' - n_p' = K(n_g - n_p) \tag{2}$$

dans laquelle $K$ représente un nombre inférieur à l'unité. En introduisant ce résultat dans l'équation (1) il vient:

$$K = \sin\theta \sin\theta'. \tag{3}$$

Cette dernière équation nous conduit à un théorème remarquable exprimé comme suit:

Le produit des sinus des angles $\theta$ et $\theta'$ compris entre le pôle d'une section et les axes optiques, est égal à la fraction de la biréfringence maxima correspondant à la biréfringence de la section considérée.

On pourra de la sorte obtenir sur la projection stéréographique les courbes joignant les pôles possédant la même fraction de la bi-

[1] Les courbes d'égale biréfringence ont été utilisées en projection pour la première fois par M. Michel-Lévy dans ses «Études sur la détermination des Feldspaths». 1e fascicule. Paris 1894.

réfringence maxima. Pour cela, on donne à $K$ une certaine valeur, 0,1, 0,2 etc., puis on calcule $\theta'$ pour les diverses valeurs qu'il est possible d'attribuer à $\theta$. Comme la valeur maximum que peut prendre $\sin\theta'$ est l'unité, $\sin\theta$ ne pourra être en aucun cas inférieur à $K$, et oscillera entre les limites suivantes:

$$\theta > \text{arc} \sin K$$
$$\theta < \text{arc } 90^\circ.$$

En traçant autour des axes optiques (fig. 260) des cercles d'ouverture $\theta$ et $\theta'$, on obtiendra à leurs intersections des points de la courbe cherchée. Nous aurons de la sorte, en général quatre points; deux $a$ et $a'$ pour le cercle d'ouverture $\theta$ tracé autour de $A$, et deux autres $b$ et $b'$ si on trace un cercle de même ouverture autour de $B$. Ces quatre points sont symétriquement disposés relativement au pôle de la bissectrice de l'angle aigu $2V$ des axes optiques. Dans quelques cas cependant, on obtiendrait deux points seulement, ceci lorsque les cercles $\theta$ et $\theta'$ deviennent tangents intérieurement ou extérieurement; le point de tangence est alors situé sur le plan des axes optiques.

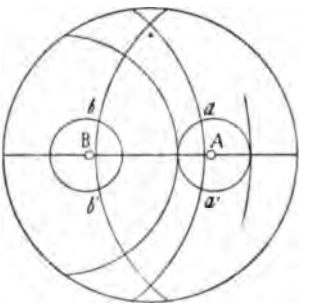


Fig. 260.

Les cercles seront tangents extérieurement si la condition $K < \sin^2 V$ est réalisée et si $\theta < V$; le point de la courbe est alors situé dans l'angle aigu des axes optiques. Les cercles sont tangents intérieurement si on a:

$$K < \sin^2(90^\circ - V)$$

et si

$$\theta < 90 - V$$

le point de tangence est également contenu dans le plan des axes optiques, mais tombe dans l'angle obtus formé par ces derniers.

Lorsque $K < \sin^2 V$, pour certaines valeurs de $\theta$ nous pourrons toujours avoir un des points de la courbe dans l'angle aigu ou dans l'angle obtus des axes optiques; pour d'autres valeurs, nous aurons toujours deux points situés symétriquement de part et d'autre de la trace du plan des axes optiques. La courbe sera fermée et formera une boucle allongée autour du pôle de chacun des axes optiques[1] (fig. 261 et 262, courbe $K = 0{,}2$).

[1] Les fig. 261 et 262 montrent en projection stéréographique la forme de ces courbes d'égale biréfringence construite pour $2V = 78^\circ 28'$, les valeurs 0,2, 0,4 etc. sont les fractions de la biréfringence maximum relatives à chacune d'elles. Le plan de projection de la fig. 261 est normal à la bissectrice aiguë, il est parallèle au plan des axes optiques pour la fig. 262.

Lorsque

$$K = \sin^2 V,$$

on a encore deux boucles autour de chacun des axes optiques, mais celles-ci se rencontrent sur le pôle de la bissectrice aiguë et réalisent la forme que montre la courbe 0,4 (fig. 261 et 262).

Si maintenant $K$ est compris entre $\sin^2 V$ et $\cos^2 V$, les cercles qui satisfont à la condition:

$$K = \sin\theta \sin\theta'$$

ne pourront plus être tangents qu'intérieurement pour une certaine valeur de $\theta$; pour toutes les autres, nous obtiendrons toujours pour chaque axe optique deux points situés de part et d'autre de la trace du plan des axes optiques. La courbe présentera la forme de celle

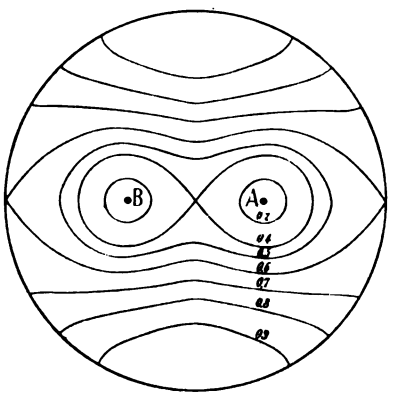



Fig. 261.

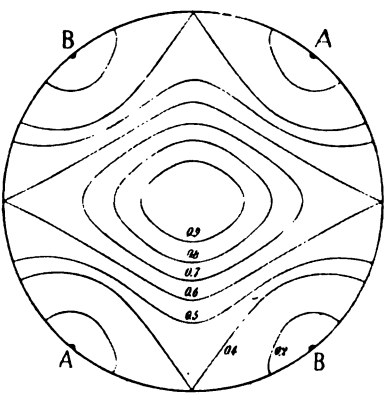



Fig. 262.

0,5 (fig. 261 et 262), et nous aurons une boucle unique entourant les pôles des deux axes optiques.

Lorsque $K = \cos^2 V$, les cercles $\theta$ et $\theta'$ peuvent être encore tangents intérieurement sur le pôle de la bissectrice obtuse, qui sera de la sorte un point de la courbe. L'équation devient:

$$\cos^2 V = \sin\theta \sin\theta'$$

elle est satisfaite par $\theta = 90^\circ - V$, et $\theta' = 90^\circ + V$ ou $90^\circ - V$. La courbe se composera d'une boucle entourant les pôles des axes optiques, avec un point multiple sur celui de la bissectrice obtuse où elle rencontre une courbe semblable entourant les pôles opposés des axes optiques. La courbe a la forme de celle 0,6 des fig. 261 et 262.

Enfin si $K > \cos^2 V$, les cercles $\theta$ et $\theta'$ ne pourront en aucun cas être tangents; l'on obtient alors une courbe fermée, symétrique

autour du pôle de $n_m$ et de la trace des plans d'élasticité $n_g$, $n_m$ et $n_m$, $n_p$, (courbes 0,7, 0,8, 0,9 des fig. 261 et 262).

Si nous comparons entre elles ces différentes courbes, il est aisé de constater que celle passant par la bissectrice obtuse présente une longueur supérieure à toutes les autres, et que par conséquent ce sont les sections dont la biréfringence est égale à celle de la bissectrice obtuse qui seront nécessairement les plus fréquentes. Il est d'ailleurs facile de calculer la valeur de la biréfringence qui correspond à cette courbe.

Les formules (a. 84 p. 79) donnent pour l'angle $V$ que fait l'un des axes optiques avec la bissectrice aiguë:

$$\operatorname{tang} V = \sqrt{\frac{n_m - n_p}{n_g - n_m}}$$

dans le cas d'un cristal positif, et

$$\operatorname{tang} V = \sqrt{\frac{n_g - n_m}{n_m - n_p}}$$

dans le cas d'un cristal négatif; on peut donc déduire de ces formules les valeurs de $n_g - n_m$ ou $n_m - n_p$, qui, suivant le signe optique du cristal, représenteront la biréfringence qui correspond à la courbe en question.

Si l'angle des axes optiques était de 90°, $V = 45°$, nous aurions dans ces conditions $n_g - n_m = n_m - n_p$.

Les biréfringences des sections normales à $n_g$ ou $n_p$ seraient donc identiques; en outre de cette égalité, on tire encore:

$$n_g + n_p - 2n_p = 2(n_m - n_p)$$

d'où:

$$\frac{n_g - n_p}{2} = n_m - n_p = n_g - n_m,$$

qui montre que la biréfringence d'une lame normale à l'une des bissectrices est égale à la moitié de la biréfringence maximum. C'est cette valeur que nous désignerons dans la suite sous le nom de *biréfringence moyenne.*

Si $2V < 90$, la section normale à la bissectrice aiguë d'un cristal positif ou négatif aura une biréfringence inférieure à celle de la section perpendiculaire à la bissectrice obtuse, et par conséquent à la biréfringence moyenne. Nous aurons en effet pour un cristal positif:

$$n_m - n_p < n_g - n_m$$

et

$$n_m - n_p < \frac{n_g - n_p}{2}$$

tandis que

$$n_g - n_m > \frac{n_g - n_p}{2}.$$

Si au contraire le cristal est négatif, nous aurons:

$$n_g - n_m < n_m - n_p$$

$$n_g - n_m < \frac{n_g - n_p}{2}$$

et

$$n_m - n_p > \frac{n_g - n_p}{2}.$$

La section normale à la bissectrice obtuse aura de même une biréfringence qui, dans tous les cas, sera supérieure à la biréfringence moyenne, et qui se rapprochera d'autant plus de celle maximum que l'angle $2V$ est plus petit.

Il est possible de construire une abaque qui, pour une valeur donnée de $K$, permet de trouver toutes celles de $\theta$ et $\theta'$ qui satisfont à la condition:

$$K = \sin\theta \sin\theta'.$$

En effet, si sur deux axes de coordonnées (fig. 263) nous reportons des valeurs proportionnelles à $\sin\theta$ et $\sin\theta'$, le lieu représenté par l'équation est une hyperbole équilatère, dont les branches ont pour ordonnées ou abcisses des valeurs comprises entre

$$\sin\theta = K \quad \text{ou} \quad \sin\theta' = K$$

et

$$\sin\theta = 1 \quad \text{ou} \quad \sin\theta' = 1.$$

En effet, lorsque par exemple $\theta' = 90°$, on a $K = \sin\theta$. L'abcisse ou l'ordonnée de la courbe pour $\theta$ ou $\theta' = 90°$ mesurent la fraction de biréfringence. En outre, les hyperboles étant équilatères auront leurs sommets sur une droite faisant un angle de 45° avec les axes de coordonnées et la distance $a$ du sommet à l'origine est donnée par la relation:

$$a = \sqrt{2K}.$$

$\sqrt{K}$ est la fraction de la longueur de la diagonale du carré construit sur les axes interceptés par la courbe (fig. 263). Lorsque $K$ augmente, le segment intercepté sur la diagonale croît également et la courbe se réduit à un point si $K = 1$; une seule section de biréfringence maximum est donc possible.

Toutes les valeurs de $\theta$ et $\theta'$ qui satisfont à l'équation:

$$K = \sin\theta \sin\theta',$$

et qui sont situées sur un arc d'hyperbole, ne fournissent pas toujours

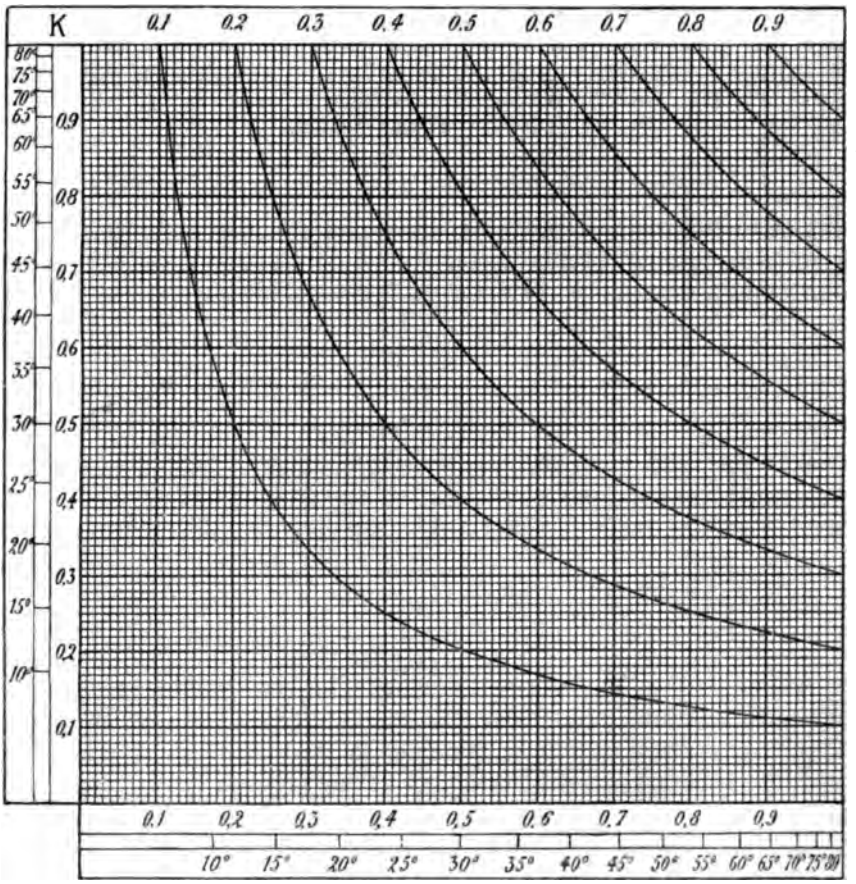



Fig. 263.

des points de la courbe d'égale biréfringence, car il faut que les cercles d'orientation $\theta$ et $\theta'$ tracés autour des pôles des axes optiques, puissent se couper, ce qui n'est évidemment possible que pour des valeurs comprises entre celles où les cercles peuvent être tangents extérieurement ou intérieurement.

# CHAPITRE X.

# DES EXTINCTIONS.

**§ 1. Considérations générales sur les extinctions. § 2. Mesure des angles d'extinction. § 3. Extinctions dans les zones. § 4. Méthode graphique pour évaluer les angles d'extinction. § 5. Étude particulière des propriétés des courbes d'extinction par la projection stéréographique et formules nouvelles des auteurs pour leur calcul. § 6. Extinctions dans les divers systèmes cristallins. § 7. Extinctions dans les cristaux maclés.**

## § 1. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LES EXTINCTIONS.[1]

**204. Définitions, extinctions droites et obliques.** On sait qu'une lame biréfringente placée entre les nicols croisés, possède quatre positions d'extinction à angle droit les unes des autres, ceci lorsque

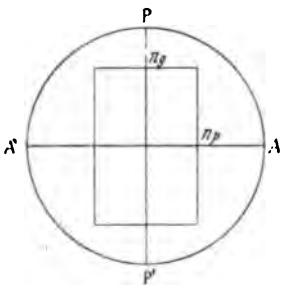



Fig. 264.

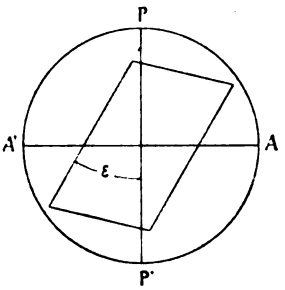



Fig. 265.

les axes $n_g'$ et $n_p'$ de l'ellipse ou lignes d'extinction, deviennent parallèles aux sections principales des nicols. Ces lignes occupent par rapport aux contours de la lame ou à certaines lignes directrices telles que les traces des clivages, la direction d'allongement etc., des positions qui dépendent du système cristallin et de la situation de la lame, c'est-à-dire de la façon dont elle a été taillée dans le cristal biréfringent. Les extinctions sont dites «*droites*» (fig. 264) lorsque les lignes $n_g'$ et $n_p'$ sont parallèles ou symétriquement placées par rapport aux contours de la lame ou à certaines de ces lignes directrices; elles sont *obliques* dans le cas contraire où elles occupent une position quelconque vis-à-vis des mêmes éléments. Pour fixer la position de

[1] En ce qui concerne les extinctions les travaux suivants pourront être consultés: A. Michel-Lévy, Ann. d. min. 12. 1877. A. Harker, Min. Magaz. 10, 1893, 239—240. G. Cèsaro, Mém. Acad. Roy. Belgique 54. 1895. R. A. Daly, Proced. Amer. Acad. Arts and Sc. 34. 1899, 311—323. de Souza-Brandaõ, Communic. d. direc. de serv.-geol. Lissabon 4. 1900, 13—40, 41—56, 57—126; puis aussi A. A. Ferro, Rivista di min. Padua 20. 1898, 1—11.

$n_g'$ et $n_p'$ dans une lame qui présente des extinctions obliques, il faut évaluer l'angle compris entre la ligne directrice choisie et l'une des directions d'extinction $n_g'$ ou $n_p'$; on donne à cet angle le nom d'*angle d'extinction* $\varepsilon$ (fig. 265). Avec le microscope polarisant, on peut aisément se rendre compte de la nature d'une extinction grâce aux fils du réticule qui jalonnent la trace des sections principales $AA'$ et $PP'$ des nicols. Lorsque les contours de la lame ou telle autre ligne directrice leur deviennent parallèles ou symétriques dans la position où le minéral est complètement obscur, les extinctions sont droites; elles sont obliques dans le cas contraire. Il est évident que la symétrie du cristal, abstraction faite des méroédries, régit aussi celle des extinctions, car, comme nous l'avons vu (a. 94 p. 91), tout plan ou axe de symétrie du cristal est également un plan ou un axe de l'ellipsoïde. Dans ces conditions, une section normale à un plan de symétrie aura nécessairement une de ses extinctions droite, car les contours, traces de clivage etc. sont disposés symétriquement de part et d'autre de la trace du plan de symétrie. Si la section est normale à un axe de symétrie, nous devons distinguer trois cas:

1° L'axe de symétrie est d'un ordre supérieur à 2; par ce fait il devient un axe de révolution de l'ellipsoïde; le plan qui lui est normal en déterminant une section cyclique, la lame restera toujours obscure entre les nicols croisés.

2° L'axe de symétrie est binaire et se trouve à l'intersection de deux plans de symétrie. Les extinctions seront nécessairement droites, et les lignes d'extinction coïncideront avec la trace de ces deux plans.

3° L'axe de symétrie est binaire, mais n'est plus situé à l'intersection de deux plans. Dans ces conditions, les lignes d'extinction ne seront plus symétriques que par rapport à un point, qui est l'intersection de l'axe avec le plan de la section. Ces lignes seront orientées d'une façon quelconque dans ce plan, tout en restant perpendiculaires entre elles, les extinctions seront obliques.

Si la section enfin est parallèle à un axe de symétrie d'ordre pair, elle sera forcément perpendiculaire au plan de symétrie qui est normal à cet axe et les extinctions seront droites. Il en serait de même si l'axe était impair, celui-ci étant alors un axe de révolution de l'ellipsoïde, car la section serait alors normale à un plan principal de ce dernier.

**205. Lignes directrices.** Nous désignons par ce nom les directions auxquelles on rapporte les lignes d'extinction; ce sont le plus généralement les contours géométriques des sections, les traces des plans de clivage ou de macle, les directions d'allongement ou d'aplatissement etc.

Les contours d'une section résultent de ses intersections avec les diverses faces développées sur le cristal; ils sont rarement bien nets sur la plupart des minéraux constitutifs des roches, ce n'est guère que sur les phénocristaux de certaines roches éruptives qu'on peut les utiliser avec avantage. Les plans de macle ou les traces des clivages faciles, sont par contre des lignes directrices d'un usage beaucoup plus fréquent. On sait en effet que les plans d'hémitropie, comme ceux de clivage, coïncident en général avec une face d'indices simples (pinacoïde, dôme, pyramide), qui, dans la plupart des cas, est parallèle ou perpendiculaire aux axes ou aux plans de symétrie du système. Les clivages apparaissent sur les sections minces comme de fines lignes noires parallèles ou se coupant, selon qu'il y a une seule ou plusieurs directions de clivage visibles.

L'aplatissement se fait d'habitude parallèlement à une face d'indices simples ou à un plan de clivage facile; quant à l'allongement il est généralement parallèle à un axe de symétrie ou à l'arête d'intersection de deux plans de clivage, qui sont en même temps ceux des faces d'aplatissement. Ce qui vient d'être dit pour les clivages et les directions d'aplatissement ou d'allongement s'applique également aux plans de macle, dont la trace sur la section est fréquemment utilisée comme ligne directrice.

## § 2. MESURE DES ANGLES D'EXTINCTION.

**206. Méthode usuelle.** Le procédé le plus simple pour mesurer un angle d'extinction consiste à placer la ligne directrice parallèlement à l'un des fils du réticule, celui orienté Nord-Sud par exemple, puis à tourner la lame jusqu'à son extinction complète; la rotation qu'on imprime à cet effet à la platine du microscope, mesure l'angle cherché. Cet angle pourra être, selon les cas, celui compris entre $n_g'$ ou $n_p'$ et la ligne directrice choisie, qui coïncidait primitivement avec le fil N.S. du réticule. Pour trancher la question, il suffira de placer la lame à 45° de la position d'extinction considérée en observant le sens de la rotation, puis de rechercher à l'aide du mica quart d'onde ou d'une autre lame sensible, la situation qu'occupe $n_g'$ ou $n_p'$ par rapport à cette position d'extinction. Pour obtenir une plus grande exactitude dans les mesures, on répète l'opération un grand nombre de fois, et on prend la moyenne des valeurs obtenues.

Il est bon de répéter les mêmes mesures sur la lame retournée, ceci en vue d'éliminer l'erreur qui résulterait du fait que les fils du réticule ne coïncideraient pas exactement avec la section principale des nicols. En effet, à la seule inspection des fig. 266 et 267, il est

aisé de voir que sur l'une des faces de la lame on mesure un angle $\gamma = \varepsilon + \beta$, et sur l'autre un angle $\gamma' = \varepsilon - \beta$; $\varepsilon$ étant l'angle vrai d'extinction, et $\beta$ celui compris entre le fil $FF'$ du réticule et la trace $P'$ de la section principale du polariseur. En prenant la moyenne des deux observations nous aurons:

$$\varepsilon = \frac{\gamma + \gamma'}{2}.$$

En outre si l'on se reporte à ce qui a été dit (a. 174 p. 185) de la dispersion cristalline, il est souvent nécessaire d'effectuer ces mesures en lumière monochromatique.

Les positions d'extinction se reconnaissant au maximum d'obscurité, les mesures des angles d'extinction seront nécessairement incertaines par suite de la difficulté qu'on éprouve à évaluer ce maximum, l'œil appréciant difficilement les faibles variations dans l'intensité lumineuse

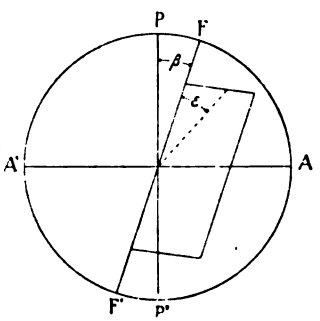


Fig. 266.

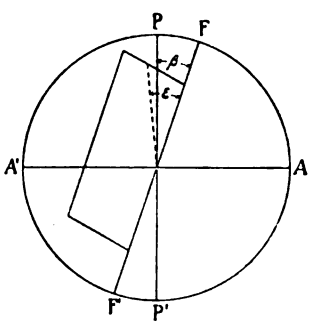


Fig. 267.

produites par un petit déplacement de la lame dans le voisinage de sa position d'extinction. On a en conséquence imaginé une série d'instruments destinés à augmenter la précision des mesures; ces instruments que nous examinerons en détail, sont employés exclusivement pour des mesures exactes; dans la technique pétrographique courante, la méthode précédemment décrite suffit largement dans la plupart des cas.

**207. Stauroscope de Kobell.**[1] Cet instrument est une sorte de microscope polarisant sans objectif analogue à celui que représente la fig. 189, dans lequel on intercale entre la plaque biréfringente à étudier et l'analyseur, une lame de calcite taillée normalement à l'axe optique. Si on regarde dans l'appareil, on observe la croix noire et les anneaux colorés que montrent en lumière convergente les lames normales à l'axe optique des cristaux uniaxes. L'introduction d'une lame biréfringente sur la marche des rayons produit une dislocation de cette figure d'interférence, qui réapparaît toutefois lorsque la lame

[1] F. v. Kobell, Pogg. Ann. 95. 1855, 320.

est placée dans ses positions d'extinction. Cet appareil a été modifié par Mr Brézina, qui, pour obtenir une plus grande sensibilité, emploie deux lames de calcite presque perpendiculaires, et superposées en sens inverse. Celles-ci fournissent une figure d'interférence plus complexe et plus aisément déformable. Ces appareils s'utilisent aussi bien en lumière blanche qu'en lumière monochromatique.

**208. Emploi de la teinte sensible.** On place entre les nicols et à 45° de ses extinctions, la lame de quartz ou de gypse donnant la teinte sensible n° I ou n° II. L'introduction d'une lame biréfringente sur le trajet des rayons modifie immédiatement la coloration de cette teinte sensible, qui réapparaît cependant lorsque la lame est placée exactement dans l'une ou l'autre de ses positions d'extinction. Il sera de la sorte très facile de déterminer exactement l'angle d'extinction, comme il a été indiqué précédemment. Pour bien pouvoir préciser la position où la teinte sensible réapparaît, il faut que le minéral ne recouvre pas la totalité du champ afin de permettre la comparaison des couleurs. Cette méthode est évidemment inapplicable avec les minéraux dispersifs, car elle exige l'emploi de la lumière blanche; elle perd beaucoup de sa sensibilité avec les minéraux colorés.

**209. Lame de M. Klein.**[1] Elle se compose d'une plaque de quartz de 3.75 millimètres d'épaisseur, qui est taillée normalement à l'axe optique. Par suite de la polarisation rotatoire de ce minéral, elle rétablit la lumière entre les nicols croisés, et donne en lumière blanche une teinte qui varie par rotation de l'analyseur.

L'introduction d'une lame biréfringente entraîne une perturbation dans la teinte primitive que l'on pourra rétablir en plaçant une des lignes d'extinction parallèle à la section principale du polariseur. L'avantage de cette méthode sur la précédente consiste dans le fait que l'on peut, par une rotation convenable de l'analyseur, amener la plaque de quartz à présenter la teinte la plus favorable pour les mesures; elle est également inutilisable avec la lumière monochromatique.

**210. Lame de Bravais.**[2] C'est une lame teinte sensible, coupée en deux suivant une droite qui fait un angle de 45° avec ses lignes d'extinction. L'une des moitiés est retournée, et les sections principales de ces deux demi-lamelles sont ainsi placées à angle droit (fig. 268). Pour être employée plus commodément avec le microscope polarisant, cette lame teinte sensible est placée dans un

[1] C. Klein, N. Jahrb. f. Min. 1874, 9.
[2] Bravais, Compt. rend. Acad. scienc. Paris 32. 112.

oculaire négatif dans le plan de l'image; elle y est orientée de façon à ce que la ligne de jonction soit parallèle à la section principale du polariseur. Si, dans ces conditions, on surmonte cet oculaire d'un nicol analyseur, les deux moitiés du champ que l'on observe dans le microscope, présentent la même coloration. L'intercalation d'une lame biréfringente sur la platine du microscope fait virer la teinte au rouge pour l'une des moitiés du champ, et au bleu pour l'autre. L'uniformité de la coloration réapparaît après une rotation convenable de la platine, au moment où les lignes d'extinction $n_g'$ ou $n_p'$ sont placées parallèlement à la trace du plan de jonction des deux lamelles qui fonctionne comme réticule.

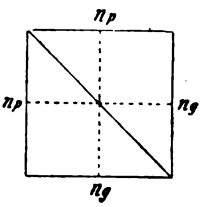


Fig. 268.

**211. Oculaire de Bertrand.**[1] Cet appareil (fig. 269) utilisé pour le réglage du microscope polarisant, a été en partie déjà décrit. Il se compose d'un oculaire négatif qui, dans le plan du diaphragme, possède une lame sensible formée par quatre secteurs de quartz taillés normalement à l'axe, dont deux sont dextrogyres et deux autres lévogyres (fig. 270). Il s'emploie comme un oculaire ordinaire, et doit être surmonté d'un analyseur. Lorsque la section principale de ce dernier est parallèle ou perpendiculaire à celle du polariseur, les quatre secteurs présentent une coloration uniforme; l'intercalation d'une plaque biréfringente sur le trajet des rayons lumineux entraîne un changement de la coloration, qui devient différente pour les quartz droits et gauches. Aux positions d'extinctions de la lame, les quatre secteurs redeviennent uniformément teintés.

Fig. 269. Oculaire stauroscopique de Bertrand (R. Fuess, Berlin).

Les plans de jonction des quartz dessinent dans le champ visuel deux droites perpendiculaires, qui remplacent le réticule des oculaires ordinaires, et doivent naturellement être placées rigoureusement parallèles aux sections principales des deux nicols.

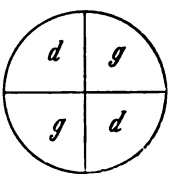


Fig. 270.

Cet appareil qui est fort sensible, se prête très bien aux mesures des angles d'extinction en lumière blanche, mais il est également inutilisable avec la lumière monochromatique.

**212. Oculaire de M. Caldéron.**[2] Nous ne reviendrons pas sur cet appareil que nous avons déjà décrit. On le dispose sur le microscope

[1] E. Bertrand, Zeitsch. f. Kryst. 1. 1877, 69.
[2] L. Caldéron, Zeitsch. f. Kryst. 2. 1878, 70.

de la même façon que l'oculaire BERTRAND, la lumière est alors légèrement rétablie, et présente une teinte grise uniforme sur toute l'étendue du champ. Si la lame cristalline que l'on étudie n'est pas placée à ses positions d'extinction, les deux moitiés du champ présentent une intensité lumineuse différente, que l'on peut facilement observer, puis faire disparaître par une rotation convenable de la platine, ce qui aura lieu au moment où $n_g'$ et $n_p'$ de la plaque biréfringente deviendront parallèles à la section principale du polariseur. Avec cet oculaire, les mesures en lumière monochromatique sont possibles.

**213. Réglage des oculaires stauroscopiques.** Ce réglage s'effectue au moyen de la lame mince auxiliaire d'anhydrite, ou du cristal de mésotype que nous avons décrits précédemment (a. 161, p. 167). Après avoir croisé les nicols, on place cette lame auxiliaire sur la platine tournante, et l'on cherche sa position d'extinction. Celle-ci étant obtenue on dispose les traces des plans de jonction des lames sensibles de BRAVAIS, BERTRAND, ou CALDÉRON, parallèlement aux clivages rectilignes de l'anhydrite, ou à l'allongement du cristal de mésotype. Pour permettre cette opération, ces lames sensibles sont montées sur un tambour, glissant à frottement dur dans l'oculaire, que l'on peut mouvoir à l'aide d'une clef. Ce réglage doit être fait une fois pour toutes pour chaque oculaire stauroscopique.

## § 3. EXTINCTIONS DANS LES ZONES.[1]

**214. Généralités.** On donne le nom de zone à l'ensemble des faces naturelles ou artificielles d'un cristal qui sont parallèles à une même direction appelée *axe de zone*. Cette direction peut coïncider avec un axe de symétrie existant ou avec une direction d'allongement ou d'aplatissement marquée, elle peut également occuper une position quelconque. Lorsque cet axe de zone coïncide avec une ligne directrice visible (allongement, clivage etc.), il devient une direction très importante, à laquelle on pourra rapporter les propriétés optiques des différentes faces de la zone, notamment les extinctions. Nous allons donc examiner les méthodes qui permettent de rechercher les valeurs des angles d'extinction pour différentes faces appartenant à une même zone.

Remarquons tout d'abord avant d'examiner le cas général, que si l'axe de zone coïncide avec un axe de symétrie, toutes les extinctions des différentes faces de la zone rapportées à son axe seront nécessairement droites, c'est-à-dire parallèles à celui ci. Dans le cas contraire

[1] A. MICHEL-LÉVY, Ann. d. min. 12. 1877, 392—471. Les minéraux des roches. Paris. L. DUPARC et F. PEARCE, Zeitsch. f. Kryst. 42. 1906, 34.

elles seront généralement obliques et présenteront des valeurs variables, qui dépendent de la situation de l'axe et de la position de la face dans la zone.

Il convient encore de préciser ce qu'on appelle *le signe d'une zone*. Celle-ci est de signe positif, lorsque la direction $n_g'$ fait, pour toutes les faces de la zone, un angle inférieur à celui compris entre $n_p'$ et l'axe de zone, par conséquent un angle constamment plus petit que 45°; elle est de signe négatif dans le cas contraire. Une zone est enfin de signe variable, c'est-à-dire alternativement positive et négative, lorsque c'est tantôt $n_g'$ tantôt $n_p'$ qui font avec l'axe de zone un angle inférieur à 45°, nous verrons que ce cas n'est possible que chez les cristaux biaxes, et lorsque l'axe de zone se trouve dans le voisinage de l'axe $n_m$ de l'ellipsoïde. Ces considérations peuvent s'appliquer aux directions d'allongement, qui peuvent être positives, négatives, ou de signe variable.

**215. Courbes d'extinction.**[1] Il est évident que l'on pourra représenter par une courbe les extinctions des différentes faces appartenant à une même zone; il suffira de porter sur l'axe vertical les angles d'extinction $\varepsilon$ afférents aux différentes faces dont les positions sont données sur l'axe horizontal par l'angle $\alpha$ qu'elles font avec une autre face servant d'origine (fig. 271). L'angle d'extinction doit toujours être rapporté à une extinction de même signe, $n_g'$ ou $n_p'$; il est évalué en partant de la projection de l'axe de zone, soit dans le sens des aiguilles d'une montre, soit en sens inverse, et compté par exemple positivement dans le premier et négativement dans le second cas.

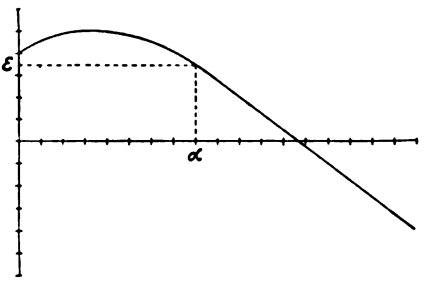


Fig. 271.

**216. Méthode expérimentale pour construire les courbes d'extinction.** On peut déterminer les angles d'extinction des différentes faces appartenant à une même zone par divers procédés, à savoir: Par l'expérience, par le calcul, et par les méthodes graphiques, ces dernières sont toutefois bien préférables. Pour mesurer directement les angles d'extinction des faces d'une même zone, on utilise une petite platine auxiliaire que l'on fixe sur celle du microscope polarisant ordinaire. Elle doit être construite de façon à ce que la lame sur laquelle se fait la détermination, puisse tourner autour d'un axe perpendiculaire

[1] A. Michel-Lévy, loc. cit.

à l'axe optique du microscope. Cette lame est taillée suivant une direction connue, et l'on mesure les angles d'extinction qu'elle présente lorsqu'on l'incline autour de l'arête de zone, ce qui équivaut à mesurer ces angles sur une série de faces de positions déterminées.

Il existe de nombreux types de platines construites dans des buts divers, mais qui peuvent être utilisées avec succès pour la mesure de ces angles d'extinction: l'une des plus simples est celle imaginée par M. de Fédorow, sa description complète sera donnée ultérieurement, le fonctionnement de cet appareil se comprend d'ailleurs à la simple inspection de la figure 272 qui le représente. La lame à étudier est fixée par adhérence au moyen d'un peu de glycérine au centre d'un disque de verre qui forme la platine mobile, elle peut être inclinée par rotation autour d'un axe *J*, commandé par le bouton *k*, l'inclinaison est mesurée sur le cercle gradué *T* et le vernier *n*. Indépendamment de la rotation autour de *J*, la lame peut tourner dans son propre plan autour d'un axe *M* perpendiculaire, en agissant directement sur le cercle gradué, dans lequel est serti le disque de verre O qui la supporte. Cette platine auxiliaire est fixée sur celle du microscope au moyen de pinces à ressort; il faut la régler convenablement avant d'effectuer les mesures.

Fig. 272. Petite platine de M. de Fédorow. (R. Fuess à Berlin.)

Pour cela, le disque de verre doit tout d'abord être placé perpendiculairement à l'axe du microscope, ce qu'on peut aisément obtenir si ce dernier est disposé de façon à permettre l'autocollimation; dans le cas contraire, on adapte à celui-ci un objectif faible ayant un champ aussi grand que possible, et on tourne la platine au moyen du bouton *K* jusqu' à ce que tous les points situés dans le plan du disque soient nettement visibles. On lira alors la position qu'occupe le cercle vertical par rapport au zéro du vernier, et on la notera une fois pour toutes.

Il faut ensuite disposer l'axe *J* parallèlement au fil horizontal du réticule; pour cela on fait coïncider ce fil avec un des traits de repère gravés sur le disque O, puis on tourne celui-ci de 180° autour de l'axe *J*. Si cet axe est à la fois parallèle au fil du réticule et au trait de repère, il y aura nouvelle coïncidence de ces deux derniers après la rotation; dans le cas contraire (fig. 273) on agira en partie sur le disque O et en partie sur la platine du microscope pour obtenir ce résultat. La lame à étudier ayant été ensuite fixée sur le disque par le procédé indiqué plus haut, on dispose l'arête de zone parallè-

lement au fil horizontal du réticule, de façon à la faire coïncider avec l'axe $k$ auquel elle doit toujours rester parallèle. Si la lame n'est pas éteinte, on tourne la platine du microscope jusqu'à l'extinction, et l'angle de rotation mesuré est celui d'extinction sur la face orientée de la zone, qui sert d'origine. On incline alors la lame en tournant autour de $K$ d'un angle déterminé; la lumière est rétablie, et l'on ramène l'extinction par une nouvelle rotation de la platine du microscope et ainsi de suite. On obtient de la sorte une série d'angles d'extinction $\varepsilon$, $\varepsilon^1$, $\varepsilon^2$ etc. qui correspondent à différentes inclinaisons $\beta$, $\beta^1$, $\beta^2$ de la platine. Ces angles d'extinction sont ceux de faces qui feraient avec celle qui sert d'origine des angles $\gamma$, $\gamma^1$, $\gamma^2$ etc. liés à $\beta$ par la relation (fig. 274):

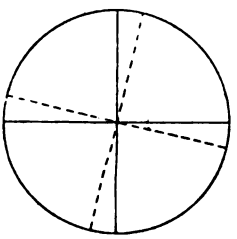


Fig. 273.

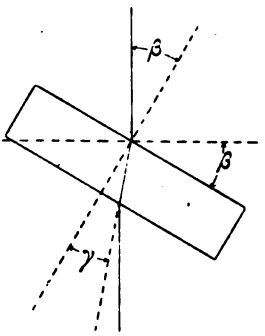



Fig. 274.

$$n = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

qui tient compte de la réfraction de la lumière à travers la lame, $n$ étant l'indice de celle-ci.

On peut aussi utiliser pour l'opération qui vient d'être indiquée d'autres platines, construites par M. C. Klein, et dont nous reproduisons les principaux

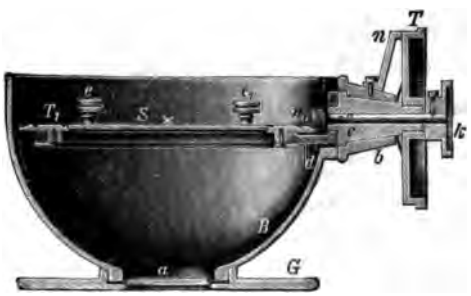



Fig. 275. Platine de M. C. Klein. (F. Fuess à Berlin.)

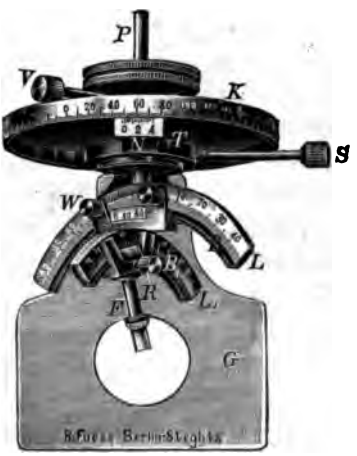



Fig. 276. Platine universelle de M. C. Klein. (R. Fuess à Berlin.)

types (fig. 275, 276). Leur emploi est identique à celui de l'appareil de M. de Fédorow; il faut également que l'axe de rotation soit parallèle

à l'axe de zone, ce que l'on obtient d'une façon identique à celle qui a été indiquée, en se servant pour le réglage de l'arête de zone elle-même qui sert alors de repère. Celle-ci doit en effet rester toujours parallèle à l'un des fils du réticule après le retournement de la lame de 180°. La platine représentée par la fig. 275 permet d'effectuer la mesure dans un liquide, la lame peut tourner dans son propre plan en agissant sur le bouton $K$ qui commande un pignon engrenant sur la denture disposée sur la périphérie du disque qui supporte la lame.

**217. Enoncé sommaire de la méthode de A. Michel-Lévy pour le calcul des angles d'extinction des faces d'une zone.**[1] M. Michel-Lévy le premier a établi les relations qui lient l'angle d'extinction d'une section avec la position de celle-ci sur la zone à laquelle elle appartient et l'orientation de son axe de zone. Soit une section $QR$, dont le pôle se trouve en $N$ (fig. 277), et appartenant à une zone dont l'axe se projette en $Z$. L'angle d'extinction $y$ est représenté par la droite $cZ$ qui est la projection de l'arc compris entre l'axe de zone et le plan bissecteur $Nc$ de l'angle des deux plans menés par les axes optiques $A$ et $B$. La position de la section est exprimée par l'angle $x$ compris entre elle et une autre face de la zone prise comme origine, bisséquant l'angle $2\gamma$ des cercles $AZ$ et $BZ$ menés par les axes optiques et l'axe de zone.

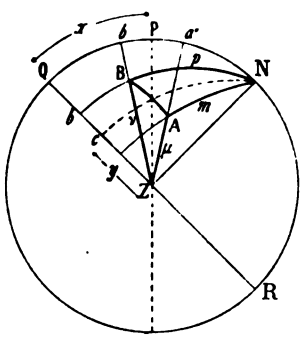


Fig. 277.

Il faut évaluer $y$ en fonction de $x$ et des angles $\mu$ et $\nu$ compris entre l'axe de zone $Z$ et les deux axes optiques; l'angle $2V$ des axes optiques est inférieur à 90°, et la somme $\mu + \nu$ est également inférieure à 90°.

L'angle auxiliaire $2\gamma$ entre les arcs $AZ$ et $BZ$ peut se calculer par les formules de la trigonométrie sphérique:

$$2V + \mu + \nu = 2p$$

puis

$$\operatorname{tang} \gamma = \sqrt{\frac{\sin(p-\mu)\sin(p-\nu)}{\sin p \sin(p-2V)}}.$$

Sur la figure, nous remarquons que:

$$y = \frac{aZ + bZ}{2}$$

[1] A. Michel-Lévy, Ann. des mines. 12. 1877. 394. A. Michel-Lévy et A. Lacroix, Les minéraux des roches. pag. 9. Paris 1888.

mais $aZ$ se calcule facilement en remarquant que $aZ = 90^\circ - ANa'$, car $ANa'$ peut se déterminer par le triangle rectangle $a'NA$ dans lequel on connaît $a'N = 90^\circ - (x + \gamma)$ et $Aa' = 90^\circ - \mu$.

Il viendra donc:

$$\operatorname{tang} ANa' = \frac{\operatorname{tang} Aa'}{\sin Na'} = \frac{\operatorname{cotg} \mu}{\cos (x + \gamma)}$$

d'où l'on tire alors:

$$\operatorname{tang} aZ = \operatorname{tang} \mu \cos (x + \gamma).$$

On obtiendrait par un calcul analogue:

$$\operatorname{tang} bZ = \operatorname{tang} \nu \cos (x - \gamma)$$

et d'autre part

$$\operatorname{cotg} 2y = \operatorname{cotg} (aZ + bZ),$$

d'où nous aurons:

$$\operatorname{cotg} 2y = \frac{1 - \operatorname{tang} \mu \operatorname{tang} \nu \cos (x + \gamma) \cos (x - \gamma)}{\operatorname{tang} \mu \cos (x + \gamma) + \operatorname{tang} \nu \cos (x - \gamma)}.$$

En développant les tangentes et les cosinus nous aurons enfin:

$$\operatorname{cotg} 2y = \frac{[\cos \mu \cos \nu - \sin \mu \sin \nu \cos^2 \gamma] + [\sin \mu \sin \nu] \sin^2 x}{[\cos \gamma \sin (\mu + \nu)] \cos x - [\sin \gamma \sin (\mu - \nu)] \sin x}.$$

Cette formule est de la forme

$$\operatorname{cotg} 2y = \frac{A + B \sin^2 x}{C \cos x - D \sin x}.$$

Elle permet de calculer la valeur de l'angle d'extinction pour différentes faces d'une même zone, si l'on connaît les angles $\mu$ et $\nu$ compris entre l'axe de zone et les deux axes optiques, l'angle $2V$ que font ces derniers, et enfin l'angle $x$ compris entre la face et le plan bisséquant l'angle obtenu en menant deux plans par l'arête de zone et les axes optiques. Elle se prête également à l'étude des propriétés des courbes d'extinction; nous n'entrerons pas ici dans le détail de la discussion de cette formule qui est développée in extenso dans l'ouvrage de M. Michel-Lévy et Lacroix.

La formule se simplifie naturellement beaucoup lorsque l'axe de zone est situé dans un plan principal d'élasticité; elle permet de construire les courbes d'extinction lorsqu'on connaît l'angle d'extinction initial d'une section de la zone parallèle à ce plan d'élasticité et l'angle $2V$ des axes optiques. Les mêmes résultats peuvent être obtenus par un calcul plus simple que nous développerons dans la suite.

## § 4. MÉTHODE GRAPHIQUE POUR ÉVALUER LES ANGLES D'EXTINCTION.

**218. Principe de la méthode, utilisation de la projection stéréographique.** La méthode graphique pour calculer les angles d'extinction

a été imaginée par M. Michel-Lévy;[1] elle permet de trouver aisément non seulement les angles d'extinction des différentes faces d'une zone, mais encore ceux de faces quelconques, lorsqu'on connaît la position qu'occupent les axes optiques dans le cristal considéré.

Cette méthode est basée sur le théorème de Fresnel et sur l'emploi de la projection stéréographique.

Nous savons que les directions des lignes d'extinction d'une lame sont celles des traces des plans bissecteurs des angles dièdres, obtenus en menant deux plans par la normale à la section et chacun des deux axes optiques. Soient $A$ et $B$ (fig. 278) les perspectives stéréographiques des pôles des deux axes optiques et $P$ celui d'une section quelconque figurée elle-même par le cercle $A'B'D$. Les plans normaux à cette section que l'on devra mener par $P$ et les deux axes optiques, sont les cercles $AP$ et $BP$; ils forment entre eux deux angles dièdres dont les

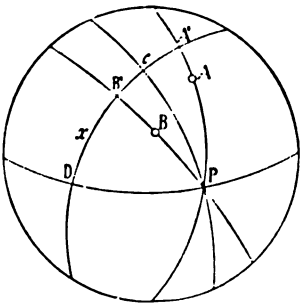



Fig. 278.

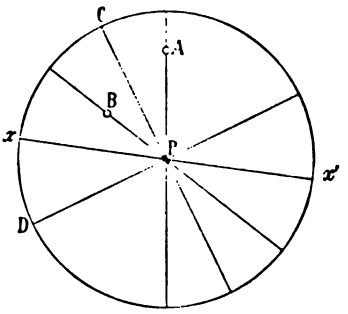



Fig. 279.

grands cercles $CP$ et $DP$ sont les plans bissecteurs (fig. 278). Les lignes d'extinction de la section considérée, seront donc données par les droites dont les pôles se trouvent en $C$ et $D$, aux intersections des cercles $CP$ et $DP$ avec celui $A'CB'D$ qui représente la section. On peut alors évaluer l'angle que forme l'une de ces deux lignes avec une direction quelconque connue, figurée par son pôle $x$, cet angle est mesuré par un des arcs de grand cercle $xC$ ou $xD$.

Cette construction se simplifie considérablement si la section est parallèle au plan de projection. Dans ces conditions, les plans normaux passant par les axes optiques $A$ et $B$, de même que les plans bissecteurs $PC$ et $PD$ des dièdres qu'ils forment, sont représentés par des droites; l'angle d'extinction est alors mesuré en vraie grandeur sur le cercle de base par l'arc compris entre l'une des lignes d'extinction $PC$ ou $PD$, et la direction $xx'$ choisie (fig. 279). Le signe dont l'extinction doit être affectée est directement visible sur la figure, il se compte

[1] A. Michel-Lévy, Études sur la détermination des feldspaths. I. 1894.

par exemple positivement dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, et négativement en sens inverse. Il reste à préciser celle des deux lignes d'extinction qui correspond à $n_g'$ ou $n_p'$; pour cela, il suffit de se rapporter à ce qui a été dit antérieurement (a. 82, p. 76); on sait en effet que $n_g'$ est toujours contenu dans le même dièdre que celui où se trouve la bissectrice $n_g$.

Les considérations qui viennent d'être exposées vont nous permettre de trouver très facilement la valeur de l'angle d'extinction d'une section dont le pôle $P$ (fig. 280) occupe sur la projection une position quelconque. Pour cela il y a, comme nous l'avons montré, avantage à faire coïncider le pôle avec le centre du cercle fondamental. On arrive à ce résultat par une rotation du pôle $P$ autour d'un axe convenablement choisi, situé dans le plan de projection. Cet axe est évidemment perpendiculaire à la droite $OP$ qui n'est autre chose que la perspective du grand cercle sur lequel le point $P$ doit se mouvoir pour arriver en $O$. L'angle

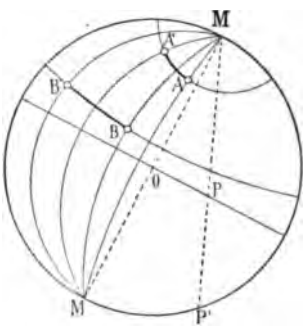


Fig. 280.

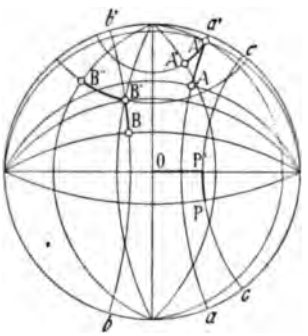


Fig. 281.

de rotation sera mesuré sur le cercle de base par l'arc $MP'$, que l'on trouvera suivant la méthode indiquée dans l'appendice relatif aux constructions de la projection stéréographique. La rotation imprimée au pôle $P$ entraîne évidemment un déplacement correspondant de l'ellipsoïde, ainsi que des axes optiques $A$ et $B$. Ces derniers se meuvent sur deux petits cercles, dont les plans sont perpendiculaires à l'axe de rotation $MM$ et viendront se placer en $A'$ et $B'$, lorsque $P$ aura tourné de l'angle $MP'$ pour arriver en $O$ (fig. 280). Pour les constructions à effectuer voir l'appendice, n° IX et suivants. Il ne reste plus qu'à mener, comme précédemment, les droites $A'O$ et $B'O$, et à construire les bissectrices des angles qu'elles forment; ces dernières seront les lignes d'extinction et il suffira de mesurer sur le cercle fondamental l'angle compris entre elles et une direction $XX'$ déterminée, contenue dans le plan de la lame et dont on devra connaître la position. Comme il importe de préciser celle de ces deux lignes qui correspond à $n_g'$ ou

est placée dans ses positions d'extinction. Cet appareil a été modifié par Mr Brézina, qui, pour obtenir une plus grande sensibilité, emploie deux lames de calcite presque perpendiculaires, et superposées en sens inverse. Celles-ci fournissent une figure d'interférence plus complexe et plus aisément déformable. Ces appareils s'utilisent aussi bien en lumière blanche qu'en lumière monochromatique.

**208. Emploi de la teinte sensible.** On place entre les nicols et à 45° de ses extinctions, la lame de quartz ou de gypse donnant la teinte sensible n° I ou n° II. L'introduction d'une lame biréfringente sur le trajet des rayons modifie immédiatement la coloration de cette teinte sensible, qui réapparaît cependant lorsque la lame est placée exactement dans l'une ou l'autre de ses positions d'extinction. Il sera de la sorte très facile de déterminer exactement l'angle d'extinction, comme il a été indiqué précédemment. Pour bien pouvoir préciser la position où la teinte sensible réapparaît, il faut que le minéral ne recouvre pas la totalité du champ afin de permettre la comparaison des couleurs. Cette méthode est évidemment inapplicable avec les minéraux dispersifs, car elle exige l'emploi de la lumière blanche; elle perd beaucoup de sa sensibilité avec les minéraux colorés.

**209. Lame de M. Klein.**[1] Elle se compose d'une plaque de quartz de 3.75 millimètres d'épaisseur, qui est taillée normalement à l'axe optique. Par suite de la polarisation rotatoire de ce minéral, elle rétablit la lumière entre les nicols croisés, et donne en lumière blanche une teinte qui varie par rotation de l'analyseur.

L'introduction d'une lame biréfringente entraîne une perturbation dans la teinte primitive que l'on pourra rétablir en plaçant une des lignes d'extinction parallèle à la section principale du polariseur. L'avantage de cette méthode sur la précédente consiste dans le fait que l'on peut, par une rotation convenable de l'analyseur, amener la plaque de quartz à présenter la teinte la plus favorable pour les mesures; elle est également inutilisable avec la lumière monochromatique.

**210. Lame de Bravais.**[2] C'est une lame teinte sensible, coupée en deux suivant une droite qui fait un angle de 45° avec ses lignes d'extinction. L'une des moitiés est retournée, et les sections principales de ces deux demi-lamelles sont ainsi placées à angle droit (fig. 268). Pour être employée plus commodément avec le microscope polarisant, cette lame teinte sensible est placée dans un

[1] C. Klein, N. Jahrb. f. Min. 1874, 9.
[2] Bravais, Compt. rend. Acad. scienc. Paris 32. 112.

oculaire négatif dans le plan de l'image; elle y est orientée de façon à ce que la ligne de jonction soit parallèle à la section principale du polariseur. Si, dans ces conditions, on surmonte cet oculaire d'un nicol analyseur, les deux moitiés du champ que l'on observe dans le microscope, présentent la même coloration. L'intercalation d'une lame biréfringente sur la platine du microscope fait virer la teinte au rouge pour l'une des moitiés du champ, et au bleu pour l'autre. L'uniformité de la coloration réapparaît après une rotation convenable de la platine, au moment où les lignes d'extinction $n_g'$ ou $n_p'$ sont placées parallèlement à la trace du plan de jonction des deux lamelles qui fonctionne comme réticule.

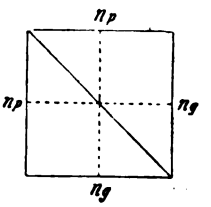


Fig. 268.

**211. Oculaire de Bertrand.**[1] Cet appareil (fig. 269) utilisé pour le réglage du microscope polarisant, a été en partie déjà décrit. Il se compose d'un oculaire négatif qui, dans le plan du diaphragme, possède une lame sensible formée par quatre secteurs de quartz taillés normalement à l'axe, dont deux sont dextrogyres et deux autres lévogyres (fig. 270). Il s'emploie comme un oculaire ordinaire, et doit être surmonté d'un analyseur. Lorsque la section principale de ce dernier est parallèle ou perpendiculaire à celle du polariseur, les quatre secteurs présentent une coloration uniforme; l'intercalation d'une plaque biréfringente sur le trajet des rayons lumineux entraîne un changement de la coloration, qui devient différente pour les quartz droits et gauches. Aux positions d'extinctions de la lame, les quatre secteurs redeviennent uniformément teintés.

Fig. 269. Oculaire stauroscopique de Bertrand (R. Fuess, Berlin).

Les plans de jonction des quartz dessinent dans le champ visuel deux droites perpendiculaires, qui remplacent le réticule des oculaires ordinaires, et doivent naturellement être placées rigoureusement parallèles aux sections principales des deux nicols.

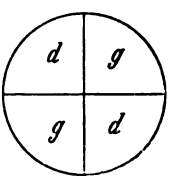


Fig. 270.

Cet appareil qui est fort sensible, se prête très bien aux mesures des angles d'extinction en lumière blanche, mais il est également inutilisable avec la lumière monochromatique.

**212. Oculaire de M. Caldéron.**[2] Nous ne reviendrons pas sur cet appareil que nous avons déjà décrit. On le dispose sur le microscope

[1] E. Bertrand, Zeitsch. f. Kryst. 1. 1877, 69.
[2] L. Caldéron, Zeitsch. f. Kryst. 2. 1878, 70.

de la même façon que l'oculaire BERTRAND, la lumière est alors légèrement rétablie, et présente une teinte grise uniforme sur toute l'étendue du champ. Si la lame cristalline que l'on étudie n'est pas placée à ses positions d'extinction, les deux moitiés du champ présentent une intensité lumineuse différente, que l'on peut facilement observer, puis faire disparaître par une rotation convenable de la platine, ce qui aura lieu au moment où $n_g'$ et $n_p'$ de la plaque biréfringente deviendront parallèles à la section principale du polariseur. Avec cet oculaire, les mesures en lumière monochromatique sont possibles.

**213. Réglage des oculaires stauroscopiques.** Ce réglage s'effectue au moyen de la lame mince auxiliaire d'anhydrite, ou du cristal de mésotype que nous avons décrits précédemment (a. 161, p. 167). Après avoir croisé les nicols, on place cette lame auxiliaire sur la platine tournante, et l'on cherche sa position d'extinction. Celle-ci étant obtenue on dispose les traces des plans de jonction des lames sensibles de BRAVAIS, BERTRAND, ou CALDÉRON, parallèlement aux clivages rectilignes de l'anhydrite, ou à l'allongement du cristal de mésotype. Pour permettre cette opération, ces lames sensibles sont montées sur un tambour, glissant à frottement dur dans l'oculaire, que l'on peut mouvoir à l'aide d'une clef. Ce réglage doit être fait une fois pour toutes pour chaque oculaire stauroscopique.

## § 3. EXTINCTIONS DANS LES ZONES.[1]

**214. Généralités.** On donne le nom de zone à l'ensemble des faces naturelles ou artificielles d'un cristal qui sont parallèles à une même direction appelée *axe de zone.* Cette direction peut coïncider avec un axe de symétrie existant ou avec une direction d'allongement ou d'aplatissement marquée, elle peut également occuper une position quelconque. Lorsque cet axe de zone coïncide avec une ligne directrice visible (allongement, clivage etc.), il devient une direction très importante, à laquelle on pourra rapporter les propriétés optiques des différentes faces de la zone, notamment les extinctions. Nous allons donc examiner les méthodes qui permettent de rechercher les valeurs des angles d'extinction pour différentes faces appartenant à une même zone.

Remarquons tout d'abord avant d'examiner le cas général, que si l'axe de zone coïncide avec un axe de symétrie, toutes les extinctions des différentes faces de la zone rapportées à son axe seront nécessairement droites, c'est-à-dire parallèles à celui ci. Dans le cas contraire

[1] A. MICHEL-LÉVY, Ann. d. min. 12. 1877, 392—471. Les minéraux des roches. Paris. L. DUPARC et F. PEARCE, Zeitsch. f. Kryst. 42. 1906, 34.

elles seront généralement obliques et présenteront des valeurs variables, qui dépendent de la situation de l'axe et de la position de la face dans la zone.

Il convient encore de préciser ce qu'on appelle *le signe d'une zone*. Celle-ci est de signe positif, lorsque la direction $n_g'$ fait, pour toutes les faces de la zone, un angle inférieur à celui compris entre $n_p'$ et l'axe de zone, par conséquent un angle constamment plus petit que 45°; elle est de signe négatif dans le cas contraire. Une zone est enfin de signe variable, c'est-à-dire alternativement positive et négative, lorsque c'est tantôt $n_g'$ tantôt $n_p'$ qui font avec l'axe de zone un angle inférieur à 45°, nous verrons que ce cas n'est possible que chez les cristaux biaxes, et lorsque l'axe de zone se trouve dans le voisinage de l'axe $n_m$ de l'ellipsoïde. Ces considérations peuvent s'appliquer aux directions d'allongement, qui peuvent être positives, négatives, ou de signe variable.

**215. Courbes d'extinction.**[1] Il est évident que l'on pourra représenter par une courbe les extinctions des différentes faces appartenant à une même zone; il suffira de porter sur l'axe vertical les angles d'extinction $\varepsilon$ afférents aux différentes faces dont les positions sont données sur l'axe horizontal par l'angle $\alpha$ qu'elles font avec une autre face servant d'origine (fig. 271). L'angle d'extinction doit toujours être rapporté à une extinction de même signe, $n_g'$ ou $n_p'$; il est évalué en partant de la projection de l'axe de zone, soit dans le sens des aiguilles d'une montre, soit en sens inverse, et compté par exemple positivement dans le premier et négativement dans le second cas.

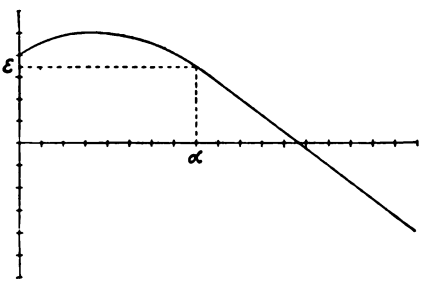


Fig. 271.

**216. Méthode expérimentale pour construire les courbes d'extinction.** On peut déterminer les angles d'extinction des différentes faces appartenant à une même zone par divers procédés, à savoir: Par l'expérience, par le calcul, et par les méthodes graphiques, ces dernières sont toutefois bien préférables. Pour mesurer directement les angles d'extinction des faces d'une même zone, on utilise une petite platine auxiliaire que l'on fixe sur celle du microscope polarisant ordinaire. Elle doit être construite de façon à ce que la lame sur laquelle se fait la détermination, puisse tourner autour d'un axe perpendiculaire

[1] A. Michel-Lévy, loc. cit.

à l'axe optique du microscope. Cette lame est taillée suivant une direction connue, et l'on mesure les angles d'extinction qu'elle présente lorsqu'on l'incline autour de l'arête de zone, ce qui équivaut à mesurer ces angles sur une série de faces de positions déterminées.

Il existe de nombreux types de platines construites dans des buts divers, mais qui peuvent être utilisées avec succès pour la mesure de ces angles d'extinction; l'une des plus simples est celle imaginée par M. de Fédorow, sa description complète sera donnée ultérieurement, le fonctionnement de cet appareil se comprend d'ailleurs à la simple inspection de la figure 272 qui le représente. La lame à étudier est fixée par adhérence au moyen d'un peu de glycérine au centre d'un disque de verre qui forme la platine mobile, elle peut être inclinée par rotation autour d'un axe $J$, commandé par le bouton $k$, l'inclinaison est mesurée sur le cercle gradué $T$ et le vernier $n$. Indépendamment de la rotation autour de $J$, la lame peut tourner dans son propre plan autour d'un axe $M$ perpendiculaire, en agissant directement sur le cercle gradué, dans lequel est serti le disque de verre 0 qui la supporte. Cette platine auxiliaire est fixée sur celle du microscope au moyen de pinces à ressort; il faut la régler convenablement avant d'effectuer les mesures.

Fig. 272. Petite platine de M. de Fédorow. (R. Fuess à Berlin.)

Pour cela, le disque de verre doit tout d'abord être placé perpendiculairement à l'axe du microscope, ce qu'on peut aisément obtenir si ce dernier est disposé de façon à permettre l'autocollimation; dans le cas contraire, on adapte à celui-ci un objectif faible ayant un champ aussi grand que possible, et on tourne la platine au moyen du bouton $K$ jusqu' à ce que tous les points situés dans le plan du disque soient nettement visibles. On lira alors la position qu'occupe le cercle vertical par rapport au zéro du vernier, et on la notera une fois pour toutes.

Il faut ensuite disposer l'axe $J$ parallèlement au fil horizontal du réticule; pour cela on fait coïncider ce fil avec un des traits de repère gravés sur le disque 0, puis on tourne celui-ci de 180° autour de l'axe $J$. Si cet axe est à la fois parallèle au fil du réticule et au trait de repère, il y aura nouvelle coïncidence de ces deux derniers après la rotation; dans le cas contraire (fig. 273) on agira en partie sur le disque 0 et en partie sur la platine du microscope pour obtenir ce résultat. La lame à étudier ayant été ensuite fixée sur le disque par le procédé indiqué plus haut, on dispose l'arête de zone parallè-

lement au fil horizontal du réticule, de façon à la faire coïncider avec l'axe $k$ auquel elle doit toujours rester parallèle. Si la lame n'est pas éteinte, on tourne la platine du microscope jusqu'à l'extinction, et l'angle de rotation mesuré est celui d'extinction sur la face orientée de la zone, qui sert d'origine. On incline alors la lame en tournant autour de $K$ d'un angle déterminé; la lumière est rétablie, et l'on ramène l'extinction par une nouvelle rotation de la platine du microscope et ainsi de suite. On obtient de la sorte une série d'angles d'extinction $\varepsilon$, $\varepsilon^1$, $\varepsilon^2$ etc. qui correspondent à différentes inclinaisons $\beta$, $\beta^1$, $\beta^2$ de la platine. Ces angles d'extinction sont ceux de faces qui feraient avec celle qui sert d'origine des angles $\gamma$, $\gamma^1$, $\gamma^2$ etc. liés à $\beta$ par la relation (fig. 274):

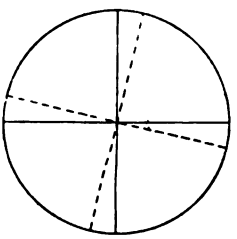


Fig. 273.

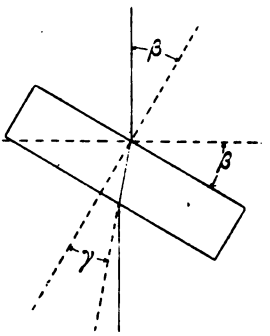



Fig. 274.

$$n = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

qui tient compte de la réfraction de la lumière à travers la lame, $n$ étant l'indice de celle-ci.

On peut aussi utiliser pour l'opération qui vient d'être indiquée d'autres platines, construites par M. C. Klein, et dont nous reproduisons les principaux

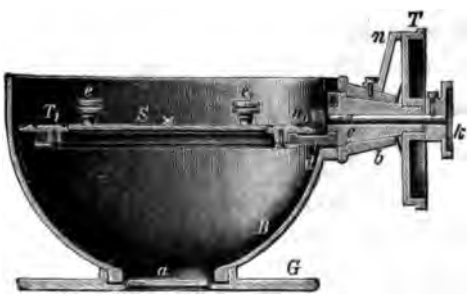



Fig. 275. Platine de M. C. Klein. (F. Fuess à Berlin.)

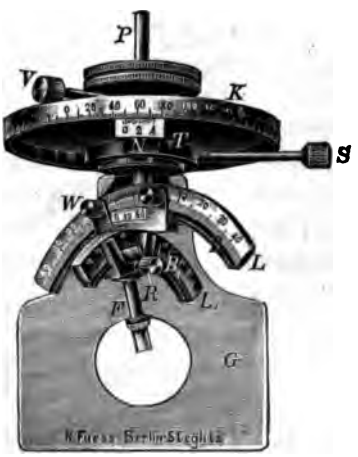



Fig. 276. Platine universelle de M. C. Klein. (R. Fuess à Berlin.)

types (fig. 275, 276). Leur emploi est identique à celui de l'appareil de M. de Fédorow; il faut également que l'axe de rotation soit parallèle

à l'axe de zone, ce que l'on obtient d'une façon identique à celle qui a été indiquée, en se servant pour le réglage de l'arête de zone elle-même qui sert alors de repère. Celle-ci doit en effet rester toujours parallèle à l'un des fils du réticule après le retournement de la lame de 180°. La platine représentée par la fig. 275 permet d'effectuer la mesure dans un liquide, la lame peut tourner dans son propre plan en agissant sur le bouton $K$ qui commande un pignon engrenant sur la denture disposée sur la périphérie du disque qui supporte la lame.

**217. Enoncé sommaire de la méthode de A. Michel-Lévy pour le calcul des angles d'extinction des faces d'une zone.**[1] M. Michel-Lévy le premier a établi les relations qui lient l'angle d'extinction d'une section avec la position de celle-ci sur la zone à laquelle elle appartient et l'orientation de son axe de zone. Soit une section $QR$, dont le pôle se trouve en $N$ (fig. 277), et appartenant à une zone dont l'axe se projette en $Z$. L'angle d'extinction $y$ est représenté par la droite $cZ$ qui est la projection de l'arc compris entre l'axe de zone et le plan bissecteur $Nc$ de l'angle des deux plans menés par les axes optiques $A$ et $B$. La position de la section est exprimée par l'angle $x$ compris entre elle et une autre face de la zone prise comme origine, bisséquant l'angle $2\gamma$ des cercles $AZ$ et $BZ$ menés par les axes optiques et l'axe de zone.

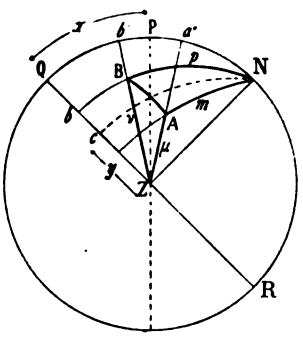


Fig. 277.

Il faut évaluer $y$ en fonction de $x$ et des angles $\mu$ et $\nu$ compris entre l'axe de zone $Z$ et les deux axes optiques; l'angle $2V$ des axes optiques est inférieur à 90°, et la somme $\mu + \nu$ est également inférieure à 90°.

L'angle auxiliaire $2\gamma$ entre les arcs $AZ$ et $BZ$ peut se calculer par les formules de la trigonométrie sphérique:

$$2V + \mu + \nu = 2p$$

puis

$$\operatorname{tang}\gamma = \sqrt{\frac{\sin(p-\mu)\sin(p-\nu)}{\sin p \sin(p-2V)}}.$$

Sur la figure, nous remarquons que:

$$y = \frac{aZ + bZ}{2}$$

[1] A. Michel-Lévy, Ann. des mines. 12. 1877. 394. A. Michel-Lévy et A. Lacroix, Les minéraux des roches. pag. 9. Paris 1888.

mais $aZ$ se calcule facilement en remarquant que $aZ = 90^\circ - ANa'$, car $ANa'$ peut se déterminer par le triangle rectangle $a'NA$ dans lequel on connaît $a'N = 90^\circ - (x + \gamma)$ et $Aa' = 90^\circ - \mu$.

Il viendra donc:

$$\operatorname{tang} ANa' = \frac{\operatorname{tang} Aa'}{\sin Na'} = \frac{\operatorname{cotg} \mu}{\cos (x + \gamma)}$$

d'où l'on tire alors:

$$\operatorname{tang} aZ = \operatorname{tang} \mu \cos (x + \gamma).$$

On obtiendrait par un calcul analogue:

$$\operatorname{tang} bZ = \operatorname{tang} \nu \cos (x - \gamma)$$

et d'autre part

$$\operatorname{cotg} 2y = \operatorname{cotg} (aZ + bZ),$$

d'où nous aurons:

$$\operatorname{cotg} 2y = \frac{1 - \operatorname{tang} \mu \operatorname{tang} \nu \cos (x + \gamma) \cos (x - \gamma)}{\operatorname{tang} \mu \cos (x + \gamma) + \operatorname{tang} \nu \cos (x - \gamma)}.$$

En développant les tangentes et les cosinus nous aurons enfin:

$$\operatorname{cotg} 2y = \frac{[\cos \mu \cos \nu - \sin \mu \sin \nu \cos^2 \gamma] + [\sin \mu \sin \nu] \sin^2 x}{[\cos \gamma \sin (\mu + \nu)] \cos x - [\sin \gamma \sin (\mu - \nu)] \sin x}.$$

Cette formule est de la forme

$$\operatorname{cotg} 2y = \frac{A + B \sin^2 x}{C \cos x - D \sin x}.$$

Elle permet de calculer la valeur de l'angle d'extinction pour différentes faces d'une même zone, si l'on connaît les angles $\mu$ et $\nu$ compris entre l'axe de zone et les deux axes optiques, l'angle $2V$ que font ces derniers, et enfin l'angle $x$ compris entre la face et le plan bisséquant l'angle obtenu en menant deux plans par l'arête de zone et les axes optiques. Elle se prête également à l'étude des propriétés des courbes d'extinction; nous n'entrerons pas ici dans le détail de la discussion de cette formule qui est développée in extenso dans l'ouvrage de M. Michel-Lévy et Lacroix.

La formule se simplifie naturellement beaucoup lorsque l'axe de zone est situé dans un plan principal d'élasticité; elle permet de construire les courbes d'extinction lorsqu'on connaît l'angle d'extinction initial d'une section de la zone parallèle à ce plan d'élasticité et l'angle $2V$ des axes optiques. Les mêmes résultats peuvent être obtenus par un calcul plus simple que nous développerons dans la suite.

## § 4. MÉTHODE GRAPHIQUE POUR ÉVALUER LES ANGLES D'EXTINCTION.

**218. Principe de la méthode, utilisation de la projection stéréographique.** La méthode graphique pour calculer les angles d'extinction

a été imaginée par M. Michel-Lévy:[1] elle permet de trouver aisément non seulement les angles d'extinction des différentes faces d'une zone, mais encore ceux de faces quelconques, lorsqu'on connaît la position qu'occupent les axes optiques dans le cristal considéré.

Cette méthode est basée sur le théorème de Fresnel et sur l'emploi de la projection stéréographique.

Nous savons que les directions des lignes d'extinction d'une lame sont celles des traces des plans bissecteurs des angles dièdres, obtenus en menant deux plans par la normale à la section et chacun des deux axes optiques. Soient $A$ et $B$ fig. 278, les perspectives stéréographiques des pôles des deux axes optiques et $P$ celui d'une section quelconque figurée elle-même par le cercle $A'B'D$. Les plans normaux à cette section que l'on devra mener par $P$ et les deux axes optiques, sont les cercles $AP$ et $BP$; ils forment entre eux deux angles dièdres dont les

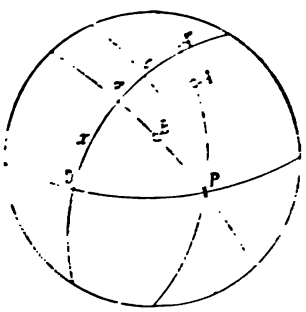



Fig. 278.

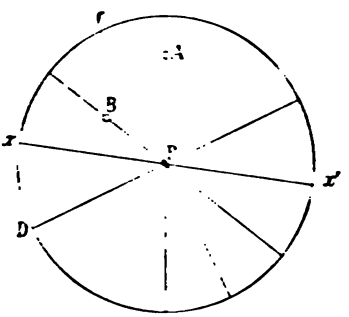



Fig. 279.

grands cercles $CP$ et $DP$ sont les plans bissecteurs fig. 278. Les lignes d'extinction de la section considérée, seront donc données par les droites dont les pôles se trouvent en $C$ et $D$, aux intersections des cercles $CP$ et $DP$ avec celui $A'CB'D$ qui représente la section. On peut alors évaluer l'angle que forme l'une de ces deux lignes avec une direction quelconque connue, figurée par son pôle $x$, cet angle est mesuré par un des arcs de grand cercle $xC$ ou $xD$.

Cette construction se simplifie considérablement si la section est parallèle au plan de projection. Dans ces conditions, les plans normaux passant par les axes optiques $A$ et $B$, de même que les plans bissecteurs $PC$ et $PD$ des dièdres qu'ils forment, sont représentés par des droites; l'angle d'extinction est alors mesuré en vraie grandeur sur le cercle de base par l'arc compris entre l'une des lignes d'extinction $PC$ ou $PD$, et la direction $xx'$ choisie (fig. 279). Le signe dont l'extinction doit être affectée est directement visible sur la figure, il se compte

[1] A. Michel-Lévy, Études sur la détermination des feldspaths. I. 1894.

par exemple positivement dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, et négativement en sens inverse. Il reste à préciser celle des deux lignes d'extinction qui correspond à $n_g'$ ou $n_p'$; pour cela, il suffit de se rapporter à ce qui a été dit antérieurement (a. 82, p. 76); on sait en effet que $n_g'$ est toujours contenu dans le même dièdre que celui où se trouve la bissectrice $n_g$.

Les considérations qui viennent d'être exposées vont nous permettre de trouver très facilement la valeur de l'angle d'extinction d'une section dont le pôle $P$ (fig. 280) occupe sur la projection une position quelconque. Pour cela il y a, comme nous l'avons montré, avantage à faire coïncider le pôle avec le centre du cercle fondamental. On arrive à ce résultat par une rotation du pôle $P$ autour d'un axe convenablement choisi, situé dans le plan de projection. Cet axe est évidemment perpendiculaire à la droite $OP$ qui n'est autre chose que la perspective du grand cercle sur lequel le point $P$ doit se mouvoir pour arriver en $O$. L'angle

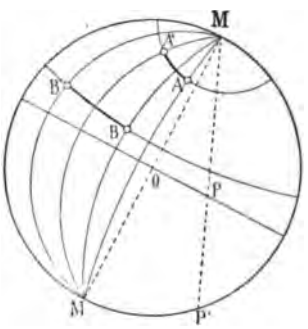


Fig. 280.

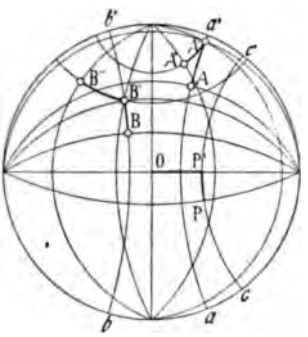


Fig. 281.

de rotation sera mesuré sur le cercle de base par l'arc $MP'$, que l'on trouvera suivant la méthode indiquée dans l'appendice relatif aux constructions de la projection stéréographique. La rotation imprimée au pôle $P$ entraîne évidemment un déplacement correspondant de l'ellipsoïde, ainsi que des axes optiques $A$ et $B$. Ces derniers se meuvent sur deux petits cercles, dont les plans sont perpendiculaires à l'axe de rotation $MM$ et viendront se placer en $A'$ et $B'$, lorsque $P$ aura tourné de l'angle $MP'$ pour arriver en $O$ (fig. 280). Pour les constructions à effectuer voir l'appendice, n° IX et suivants. Il ne reste plus qu'à mener, comme précédemment, les droites $A'O$ et $B'O$, et à construire les bissectrices des angles qu'elles forment; ces dernières seront les lignes d'extinction et il suffira de mesurer sur le cercle fondamental l'angle compris entre elles et une direction $XX'$ déterminée, contenue dans le plan de la lame et dont on devra connaître la position. Comme il importe de préciser celle de ces deux lignes qui correspond à $n_g'$ ou

$n_p'$, il faudra suivre $n_g$ dans son déplacement, pour fixer le dièdre dans lequel il se trouve, qui contient comme l'on sait, $n_g'$.

On peut aussi, pour amener le pôle $P$ au centre $O$ de la projection, opérer comme le fait M. Michel-Lévy par une double rotation autour de deux axes perpendiculaires, qui coïncident avec les diamètres vertical et horizontal de l'épure. Par une première rotation autour du

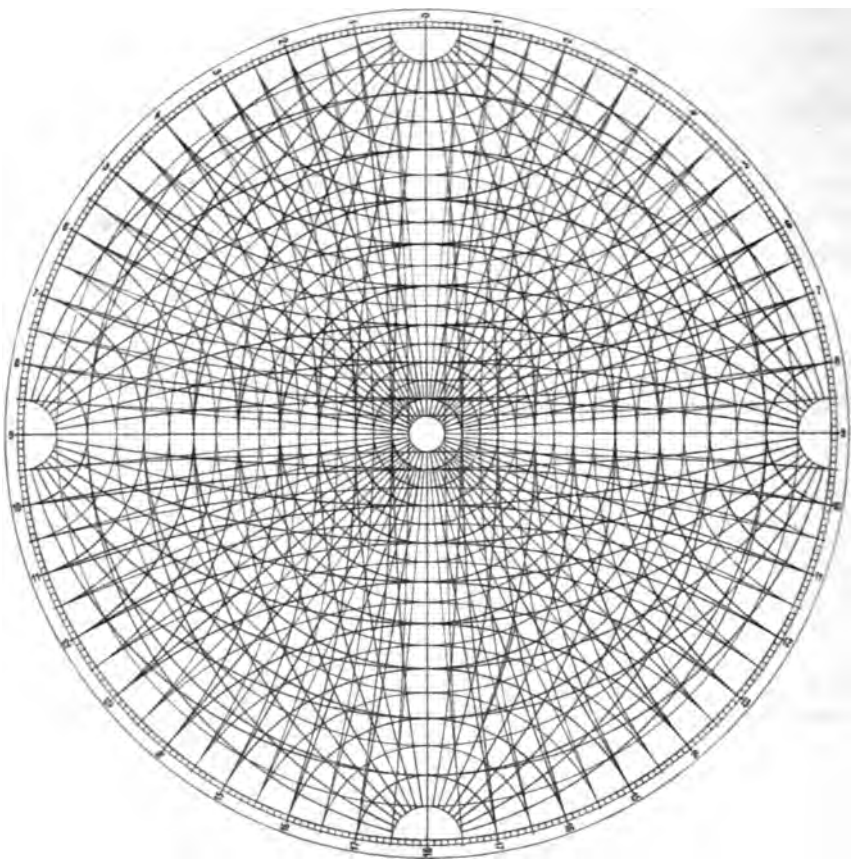


Fig. 282.

diamètre horizontal (fig. 281), le pôle $P$ arrive sur ce diamètre en $P'$, en se déplaçant sur le petit cercle $CC'$. Les axes optiques $A$ et $B$ se déplacent simultanément d'un même angle sur les petits cercles $aa'$ et $bb'$ et viennent en $A'$ et $B'$. Une nouvelle rotation, autour du diamètre vertical de la projection, fait arriver le pôle $P$ au centre $O$ du cercle fondamental; les axes optiques se meuvent de nouveau sur des petits cercles $A'A''$ et $B'B''$ d'un angle correspondant, et se fixent alors en

$A''$ et $B''$. Les bissectrices des angles formés par les droites $A''O$ et $B''O$ seront, comme précédemment, les lignes d'extinction cherchées.

**219. Canevas stéréographiques.**[1] Cette seconde méthode exige des constructions plus complexes que la première, mais si l'on dispose d'un canevas stéréographique, elle se prête mieux à une recherche rapide des angles d'extinction. Ces canevas, que l'on peut se procurer dans le commerce, ont été proposés par divers auteurs.[1] Ceux de M. de Fédorow (fig. 282), portent un double système de méridiens et de cercles parallèles tracés de 5 en 5 degrés, ce qui permet de suivre facilement les déplacements imprimés aux pôles de la section ainsi qu'à ceux des axes optiques et évite des constructions nécessairement plus compliquées. Le déplacement d'un pôle sur un petit cercle, sera en effet directement évalué au moyen des méridiens qui le coupent orthogonalement, mais comme ceux-ci sont construits de cinq en cinq degrés, la mesure de ce déplacement ne pourra être qu'approximative.

**220. Applications aux zones.** Il s'agit maintenant de trouver les angles d'extinction des différentes faces d'une zone en vue de la construction des courbes d'extinction. Supposons tout d'abord que l'arête de zone occupe une position quelconque et se projette en $Z$; tous les pôles de la zone seront alors situés sur le cercle $MPN$. On pourrait à la rigueur obtenir les extinctions des divers pôles de la zone en amenant successivement chacun d'eux au centre du cercle fondamental et en appliquant ensuite le théorème de Fresnel. Dans cette rotation qui doit se faire autour d'un axe $RR'$ situé dans le plan de projection et perpendiculairement à la droite qui joint le pôle $P$ avec le centre $O$ du cercle, l'axe de zone se rabat sur le plan du dessin, et son pôle vient en $Z'$ (fig. 283). Cette construction n'est guère pratique, car il faut changer d'axe de rotation pour chaque pôle. Dans ces conditions il vaut mieux procéder comme suit:

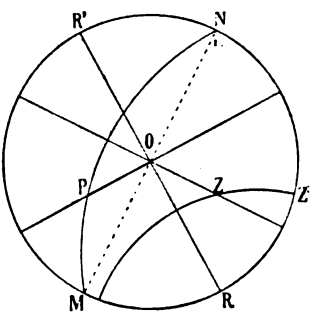


Fig. 283.

Par une rotation autour de $MN$ perpendiculaire au grand cercle qui contient l'axe de zone et qui est normal au plan de projection (fig. 284), on amène cet axe dans ce dernier, en $Z'Z'$. Le cercle de zone devient alors perpendiculaire au plan du dessin et se confond avec la droite $MN$. Les pôles des axes optiques qui étaient primitivement en $A$ et $B$, se déplacent sur des petits cercles et viennent alors

[1] E. v. Fédorow, Zeitsch. f. Kryst. 21. 1893, 623. S. L. Penfield, Amer. J. of Sc. (4) 11. 1091. 1. G. Wulff, Zeitsch. f. Kryst. 36, 1902, 14—18.

en $A'B'$. Il ne reste plus qu'à amener successivement les divers pôles de la zone au centre de la projection, par des rotations convenables autour de $Z'Z'$, et à déterminer leur angle d'extinction par rapport à la direction de l'axe de zone $Z'Z'$. Les axes optiques se déplacent toujours sur les mêmes petits cercles, quel que soit le pôle de la zone que l'on fasse coïncider avec le centre du cercle fondamental.

Les constructions à effectuer seront relativement simples et se laissent résumer comme suit (fig. 284):

1° Mener par $A$ et $B$ deux petits cercles normaux à $MN$.

2° Evaluer l'angle dont il faut tourner autour de $MN$ pour amener $Z$ en $Z'$. Il suffit pour cela de joindre le pôle $M$ du cercle $Z'ZZ'$ avec $Z$, la droite $MZ$ prolongée intercepte sur le cercle de base un arc $RZ'$ qui mesure cet angle en vraie grandeur.

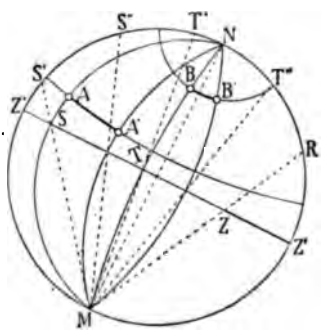



Fig. 284.

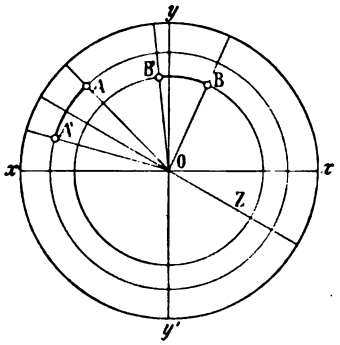



Fig. 285.

3° Déplacer les pôles $A$ et $B$ des axes optiques du même angle sur leurs petits cercles respectifs. Pour cela on mène par $A$ ainsi que par $B$ et $MN$ deux grands cercles et on joint leurs intersections $S$ et $T$ avec $ZZ'$ au point $M$; en prolongeant les droites jusqu'au cercle de base, on aura en $Z'S'$ et $Z'T'$ l'angle compris entre celui-ci et les deux cercles construits. On porte alors sur le cercle de base à partir de $S'$ et $T'$ et dans le sens du déplacement, deux arcs $S'S''$ et $T'T''$ égaux à $RZ'$ mesurant celui-ci, joint les deux points obtenus avec $M$, et par leur intersection avec $ZZ'$ on construit deux nouveaux grands cercles passant par $MN$. Ceux-ci contiendront les axes optiques qui se trouveront aux points $A'$ et $B'$ où ils rencontrent les deux petits cercles construits primitivement par $A$ et $B$.

Si l'on dispose d'un canevas stéréographique, les constructions deviennent fort simples, à condition que l'axe de zone $Z$ ait son pôle sur l'une des droites $xx'$ ou $yy'$ sur lesquelles sont construits les doubles systèmes de méridiens et de parallèles. Pour obtenir ce résultat,

on imprime à la projection une rotation convenable autour de sa normale; pour cela il faut joindre $Z$ avec le point $O$ par une droite, l'angle $xOZ$ mesure la rotation nécessaire pour que l'axe de zone se projette sur $xx'$ (fig. 285). Puis on mène les droites $AO$ et $BO$, et on trace à partir de $O$ et dans le sens de la rotation, deux droites faisant avec $AO$ et $BO$ des angles $xOZ$. Les positions définitives de $A$ et $B$ se trouvent à l'intersection de ces droites avec des cercles passant par $A$ et $B$, ayant $O$ comme centre.

4° L'axe de zone ayant été ramené dans le plan de projection, il reste à chercher les extinctions pour les différentes faces de la zone. Pour cela on amène un pôle $P$ quelconque de celle-ci au centre de projection par une rotation convenable autour de $Z'Z'$, mesurée par l'arc $Z'P'$ (fig. 286) que l'on peut directement évaluer. Les axes optiques $AB$ se déplacent sur leurs petits cercles du même angle $AA'$ et $BB'$ et leur nouvelle position $A'$ et $B'$ peut alors être obtenue. L'application du théorème de Fresnel fournit ensuite la valeur de l'angle d'extinction par rapport à l'axe de zone pour chacune des faces de celle-ci. Le canevas stéréographique de M. Wulff peut s'employer avantageusement pour cette recherche. Les constructions doivent être faites sur un papier calque transparent, que l'on superpose à ce diagramme. L'arête de zone coïncidant avec le diamètre vertical, on peut évaluer de suite la position que prendraient les axes optiques après la rotation qui amènera un pôle du diamètre horizontal au centre de l'épure, il ne reste ensuite qu'à appliquer le théorème de Fresnel.

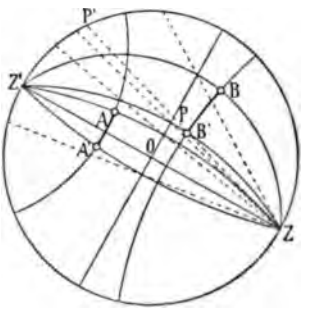


Fig. 286.

Dans la pratique, il est rare d'avoir dans une zone un nombre suffisant de faces pour pouvoir effectuer la construction des courbes d'extinction; souvent même ces zones n'existent pas sur le cristal, et sont des conceptions purement théoriques. Les valeurs nécessaires pour la construction des courbes s'obtiendront alors en déterminant les extinctions pour des pôles de faces fictives, distants de dix en dix degrés sur la zone choisie.

**221. Courbes d'égales extinctions.**[1] Nous venons de voir dans ce qui précède, qu'il était toujours possible de déterminer, au moyen de la projection stéréographique, les angles d'extinction des différentes faces d'une zone par rapport à la direction de l'axe de zone; un

[1] A. Michel-Lévy, Étude sur la détermination des feldspaths. I. Paris. 1894.

raisonnement absolument analogue nous permettrait de trouver la valeur de l'angle d'extinction pour tous les pôles possibles d'une projection, cette valeur étant rapportée à une seule et même ligne directrice, comme par exemple la trace sur la section considérée, d'un clivage, d'un plan de macle, ou d'une face de cristal figurée sur la projection. Dans la pratique, on prend les pôles situés aux intersections des cercles méridiens et parallèles construits de dix en dix degrés, la position de l'un quelconque de ces pôles sera en conséquence définie par une longitude $\lambda$ et une latitude $\pm \mu$. Le plan de projection est choisi de façon que la ligne directrice coïncide par exemple avec le diamètre vertical; en regard de chaque pôle on peut inscrire la valeur correspondante de l'angle d'extinction qui sera, selon les cas, affectée d'un signe + ou —, ce qui peut être mis en évidence par un procédé quelconque (fig. 287).

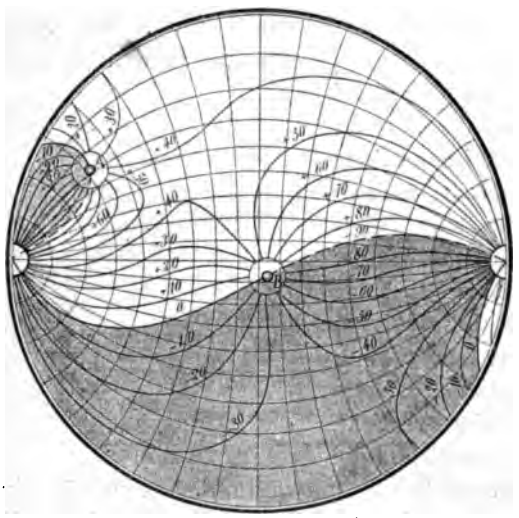


Fig. 287.

Ceci fait, si l'on réunit par une courbe tous les pôles ayant la même extinction, nous obtiendrons de la sorte une courbe d'égales extinctions. Toutes les courbes d'égales extinctions passent par les pôles des deux axes optiques, et prennent, de part et d'autre des points qui les représentent sur la projection, des valeurs complémentaires en changeant de signe (fig. 287). En effet, deux faces situées de part et d'autre de l'un des axes optiques, peuvent toujours être envisagées comme appartenant à une zone dont l'axe est perpendiculaire sur l'axe optique, or nous verrons (a. 223, p. 254) que l'angle d'extinction sur le plan mobile de la zone change de signe lorsque la section passe par la position où elle est perpendiculaire à l'axe optique. De plus toutes ces courbes passent également par les pôles situés sur la perpendiculaire à la trace choisie comme ligne directrice. Ici l'angle d'extinction est indéterminé, mais possède cependant pour un pôle très voisin, une valeur bien précise.

Parmi toutes ces courbes, il en est une qui présente un intérêt particulier, c'est celle des extinctions droites, c'est-à-dire qui se font

à 0° ou à 90°. Cette courbe qui passe également par les axes optiques, sépare les pôles de la projection en deux groupes dont les extinctions sont de signes contraires.

La fig. 287 que nous avons établie d'après l'épure des données optiques de l'anorthite et que nous empruntons au beau travail de M. Michel-Lévy[1] sur la détermination des feldspaths, montre la forme que présentent ces courbes d'égales extinctions. Les angles sont comptés sur chaque section à partir de la trace du plan $g^1 = (010)$ qui coïncide avec le diamètre vertical de l'épure.

## § 5. ÉTUDE PARTICULIÈRE DES PROPRIÉTÉS DES COURBES D'EXTINCTION PAR LA PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE, ET FORMULES NOUVELLES DES AUTEURS POUR LEUR CALCUL.[2]

**222. Courbes d'extinction en projection stéréographique.** Les valeurs des extinctions pour toutes les faces de la zone ayant été obtenues par les procédés indiqués précédemment, on pourra procéder à la construction de la courbe d'extinction comme cela a été indiqué (a. 215, p. 237). Pour la discussion des propriétés de cette courbe, nous aurons recours à la projection stéréographique, qui va nous permettre de nous en faire une idée très complète. Construisons pour cela une projection stéréographique, en choisissant le plan fondamental perpendiculaire à l'axe de la zone considérée dont le pôle se trouvera par conséquent en $Z$ au centre du cercle de base.

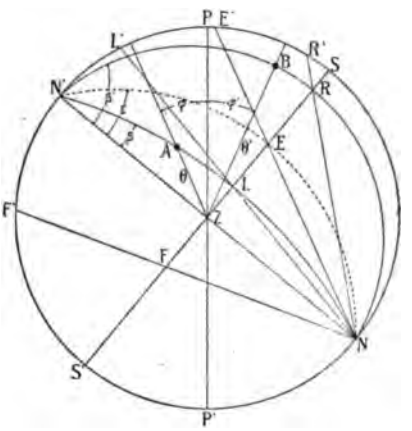


Fig. 288.

Les diverses faces de la zone qui, dans ces conditions, sont toutes perpendiculaires au plan de projection, seront représentées par les diamètres du cercle fondamental. L'angle d'extinction pour l'une d'elles, $SS'$ par exemple, s'obtiendra (fig. 288) en menant par sa normale $NN'$ deux plans passant par les axes optiques $A$ et $B$, puis en construisant les plans bissecteurs des dièdres formés, leurs traces sur la section fournissent, comme l'on sait, les directions d'extinction. En projection, ces plans se présenteront comme des grands cercles passant par la normale $NN'$ et

[1] A. Michel-Lévy, Études sur la détermination des feldspaths. 1894. Pl. VIII.
[2] L. Duparc et F. Pearce, Zeitsch. f. Kryst. 42. 1906. 34.

les axes optiques $A$ et $B$, l'on sait d'ailleurs que l'angle dièdre compris entre eux, est mesuré en vraie grandeur par l'arc $L'R'$ intercepté sur le cercle de base par les droites passant par le pôle $N$ de la section, et les deux points $R$ et $L$ où les cercles $NRN'$ et $NLN'$ rencontrent la trace $SS'$ de celle-ci. Partageant l'arc $L'R'$ en deux parties égales $E'L'$ et $E'R'$, puis joignant le point obtenu avec $N$, nous aurons en $EZ$ la projection, sur la trace de la section, de l'arc mesurant l'angle compris entre l'une des lignes d'extinction et l'axe de zone. Le point $E$ n'est donc pas autre chose que la projection, sur la trace de la section, du pôle de l'une des lignes d'extinction, $n_g'$ ou $n_p'$, selon le signe du cristal; celle de la seconde ligne d'extinction se trouvera nécessairement sur $SS'$, et sera obtenue en reportant sur le cercle de base, à partir de $E'$, un arc $E'F'$ de 90°, puis en joignant le point $F'$ avec le pôle $N$ de la section. Nous obtiendrons la projection du pôle de la deuxième ligne d'extinction à l'intersection de $N'F'$ avec $SS'$.

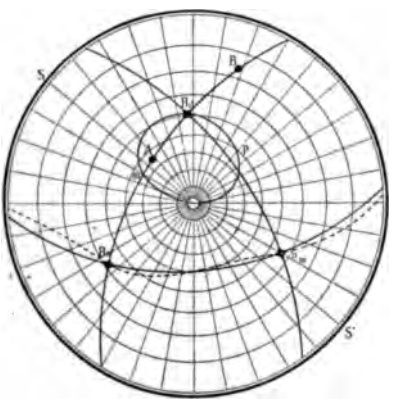


Fig. 289.

Quant au signe de chacune de ces deux lignes d'extinction, il est, comme on le sait, celui de la bissectrice contenue dans le même angle dièdre formé par les plans normaux à la section passant par les axes optiques. Ainsi la ligne d'extinction positive $n_g'$ est comprise dans le dièdre où se trouve $n_g$, et la négative $n_p'$ dans celui où est $n_p$.

Si maintenant nous nous représentons la section tournant autour de la normale au plan de projection, nous obtiendrons dans ce plan une série de points tels que $E$ et $F$, qui donneront les positions des pôles des lignes d'extinction pour toutes les faces de la zone. Ces points sont situés sur deux courbes qui sont polaires l'une de l'autre (fig. 289), leurs intersections avec les diamètres du cercle de base étant par définition à 90° les unes des autres. La longueur du vecteur qui joint un point quelconque de ces courbes avec le point $Z$, représente l'angle d'extinction de la face dont la trace coïncide avec ce vecteur, pour $n_g'$ ou $n_p'$, selon la courbe choisie. L'une de ces courbes est, comme nous le verrons plus loin fermée, et forme dans le cas général une boucle dissymétrique passant au centre de la projection; l'autre coupe le cercle fondamental en deux points qui sont diamétralement opposés

(fig. 289). Il reste à préciser le signe de l'extinction; ce signe serait celui que relèverait un observateur placé au pôle de la section, et qui regarderait celle-ci; il sera positif par exemple, si l'angle se compte à partir de l'axe de zone dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre et négatif dans le cas contraire. Nous allons aborder maintenant l'examen des différents cas possibles qui naissent des positions variées que peut occuper l'axe de zone.

**223. Axe de zone occupant une position quelconque.** Ce cas se subdivise lui-même en trois autres:

a) *La projection de l'arc $AB$ qui mesure l'angle aigu des axes optiques, est contenu dans l'intérieur du cercle de base.* Soit $PP'$ la trace d'un plan quelconque de la zone qui nous servira d'origine, et que nous ferons coïncider par exemple avec celui bisséquant l'angle $AZB = 2\varphi$ (fig. 288). Les plans passant par l'axe de zone et contenant chacun des deux axes optiques feront de part et d'autre de l'origine des angles $\varphi$. Les axes optiques eux-mêmes font avec l'arête de zone des angles $\theta$ et $\theta'$.

Menons deux plans $NAN'$ et $NBN'$ par chacun des axes optiques et la normale $NN'$ à une section quelconque, faisant avec l'origine un angle $\alpha$. Ceux-ci feront avec l'axe de zone des angles $\beta = ZL$ et $\beta' = ZR$ donnés par les relations:

$$\operatorname{tang}\beta = \operatorname{tang}\theta \cos(\varphi + \alpha)$$
$$\operatorname{tang}\beta' = \operatorname{tang}\theta' \cos(\alpha - \varphi).$$

L'angle d'extinction $\varepsilon = ZE$ sera, en vertu du théorème de Fresnel:

$$\varepsilon = \frac{\beta + \beta'}{2} = \tfrac{1}{2}[\operatorname{arc\,tang}(\operatorname{tang}\theta \cos(\varphi + \alpha)) + \operatorname{arc\,tang}(\operatorname{tang}\theta' \cos(\alpha - \varphi)].$$

En faisant tourner la section autour de l'axe de zone et en comptant les rotations positivement dans le sens des aiguilles d'une montre, nous voyons le plan passant par l'axe optique $B$ se relever d'une manière continue, devenir perpendiculaire au plan de projection lorsque $\alpha - \varphi = 90°$, s'incliner ensuite de l'autre côté de l'axe de zone lorsque $\alpha - \varphi$ devient supérieur à $\frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tang}\beta'$ change alors de signe et augmente en valeur absolue. En même temps, pour le plan passant par l'axe optique $A$, $\operatorname{tang}\beta$ est encore positif et décroissant. Il est dès lors évident que nous pourrons toujours trouver une position pour laquelle nous aurons $\operatorname{tang}\beta = \operatorname{tang}\beta'$. Les deux plans $NAN'$ et $NBN'$ sont également inclinés de part et d'autre de l'axe de zone qui coïncidera alors avec la trace d'un des plans bissecteurs. Remarquons encore que lorsque la normale $NN'$ tombe dans l'angle $2\varphi$, l'angle $\alpha$ est

alors compris entre $\frac{\pi}{2} - \varphi$ et $\frac{\pi}{2} + \varphi$. Si $\alpha$ augmente encore, l'angle $\beta'$ devient supérieur en valeur absolue à $\beta$, mais est de signe contraire; l'angle d'extinction n'est plus nul et change de signe en passant par zéro. De plus pour deux pôles diamétralement opposés, les extinctions possèdent les mêmes valeurs, mais de signes contraires, car le même vecteur représentera, selon la position de l'observateur, une extinction $+\varepsilon$ ou $-\varepsilon$. Il s'ensuit alors qu'en partant d'un pôle quelconque pour construire la courbe d'extinction, le vecteur figuratif reprend sa position initiale pour un déplacement de 180° du pôle sur la zone. Cette propriété existant quelle que soit la position de la face d'origine, entraîne comme conséquence que la courbe est fermée; en outre, elle passe toujours par le centre de la projection, puisque comme nous venons de le voir, il y a toujours une section dans la zone sur laquelle la direction d'extinction qui est de même signe que la bissectrice aiguë, est parallèle à l'axe de zone.

L'extinction passe aussi par un maximum, qui peut se déduire de l'équation précédemment indiquée; la dérivée:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = -\frac{1}{2}\left[\frac{\operatorname{tang}\theta \sin(\varphi + \alpha)}{(1 + \operatorname{tang}^2\theta \cos^2(\varphi + \alpha)} + \frac{\operatorname{tang}\theta' \sin(\alpha - \varphi)}{(1 + \operatorname{tang}^2\theta' \cos^2(\alpha - \varphi)}\right]$$

s'annule pour une certaine valeur de $\alpha$ comprise entre $\pi - \varphi$ et $\pi + \varphi$ qui rend la fonction $\varepsilon = \frac{\beta + \beta'}{2}$ maximum. La trace de la section qui présente cette valeur maximum de l'angle d'extinction, se trouve dans l'angle $2\varphi$; ce maximum est inférieur à 90°, car les deux arcs $\beta$ et $\beta'$ ne peuvent avoir simultanément une valeur égale à $\frac{\pi}{2}$.

La fig. 289 construite avec $2V = 60°$, montre la variation de l'angle d'extinction; il est important de remarquer que la courbe fermée (trait plein) obtenue, représente le lieu des pôles de la ligne d'extinction de même signe que la bissectrice de l'angle aigu des axes optiques, pour toutes les sections de la zone.

Cette courbe possède encore quelques propriétés intéressantes que nous allons mettre en évidence. Suivons pour cela la section $SS'$ dans son mouvement autour de $Z$; nous remarquons que l'angle d'extinction passe par trois valeurs indépendantes de $2V$, pour toute zone dont l'axe aura la même position relativement à $n_g$, $n_m$, $n_p$, et ceci pour trois sections éloignées de la même distance angulaire sur la zone. La section tournant autour de $Z$, se placera successivement perpendiculairement aux trois plans d'élasticité, et contiendra alors l'une des quantités $n_g$, $n_m$, $n_p$; quelle que soit la valeur attribuée à $2V$,

inférieure toutefois à $\frac{\pi}{2}$, les lignes d'extinction coïncideront pour ces positions avec la trace du plan principal et de l'axe d'élasticité qui lui est perpendiculaire. La courbe fermée passera donc toujours par le pôle de la bissectrice aiguë, elle coupera le plan des axes optiques ainsi que celui mené par l'axe $n_m$ et la même bissectrice en deux points $m$ et $p$, dont les positions sont indépendantes de l'angle $2V$.

Si nous déplaçons l'axe de zone dans l'intérieur du trièdre $n_g$, $n_m$, $n_p$ de façon à l'approcher infiniment de l'un des trois plans d'élasticité principaux, la courbe d'extinction évolue vers l'une des formes que l'on obtiendrait pour l'un ou l'autre de ce trois cas limites. En reportant maintenant sur un système de coordonnées rectangulaires, les valeurs indiquées par la projection pour toutes les faces de la zone comprises entre zéro et $\pi$, nous obtiendrons une courbe sinueuse, qui passera par un certain maximum, pour décroître ensuite jusqu'à zéro, changer de signe, et reprendre sa valeur initiale avec un signe contraire. En outre les deux branches de la courbe sont dissymétriques sur l'ordonnée maximum.

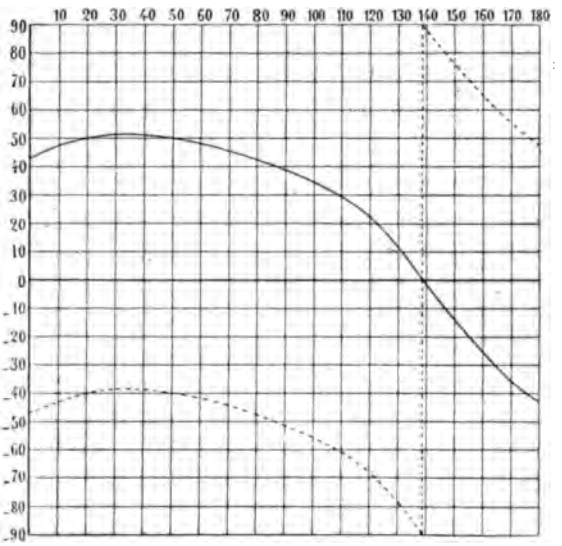


Fig. 290.

Quant à la courbe tracée par la deuxième ligne d'extinction de même signe que la bissectrice obtuse, elle suit sensiblement la projection du plan principal passant par $n_m$ et cette bissectrice, elle la coupe en trois points. L'angle d'extinction est complémentaire pour chaque section de celui indiqué par la courbe fermée; il oscille entre une certaine valeur minimum et 90°; il passe d'ailleurs par cette dernière quantité en changeant de signe.

La fig. 290 montre les deux courbes construites sur les données de la projection (fig. 289). Le trait plein représente, dans ces deux figures, l'extinction afférente à la vibration de même signe que le cristal; le trait pointillé celle relative à la vibration de signe contraire.

b) *L'un des axes optiques est contenu dans le plan de projection.* En prenant la même origine que précédemment, si $B$ par exemple est contenu dans le plan, l'angle d'extinction sera à chaque instant donné par la relation:

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}\,[\text{arc tang}(\text{tang}\theta \cos(\varphi + \alpha) + \text{arc } 90^\circ].$$

Si nous suivons le plan mobile dans sa rotation autour de $Z$, nous remarquons en premier lieu que l'angle d'extinction, pour la vibration du signe de la bissectrice aiguë, ne peut en aucun cas s'annuler, car le plan passant par l'axe optique oblique sur le plan de projection ne pourra jamais devenir parallèle à ce dernier, condition évidemment nécessaire pour que la trace d'un des plans bissecteurs du dièdre construit par la normale à la section et les axes optiques puisse devenir parallèle à l'axe de zone. La dérivée

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\text{tang}\theta \sin(\varphi + \alpha)}{1 + \text{tang}^2\theta \cos^2(\alpha + \varphi)}\right)$$

nous montre que l'angle d'extinction est maximum si $\varphi + \alpha = 90^\circ$, c'est-à-dire si le plan mobile est perpendiculaire au plan contenant l'axe $A$ ainsi que l'arête de zone. En outre la section dans son mouvement devient, à un certain moment, perpendiculaire sur l'axe $B$ contenu dans le plan de projection. L'angle d'extinction est alors indéterminé, puisqu'on ne peut plus mener de plan par la normale et l'axe optique; il passe par une valeur limite sur les sections infiniment voisines qui font avec elle des angles $+\psi$ ou $-\psi$. Le signe de l'extinction change brusquement et passe de $+\varepsilon$ à $-\varepsilon$, car il est facile de voir que le dièdre qui contient la bissectrice aiguë s'ouvre tantôt d'un côté, tantôt de l'autre de l'arête de zone. Les axes de zone qui se trouveraient dans le cas que nous venons d'examiner, c'est-à-dire qui seraient placés perpendiculairement à l'un ou l'autre des axes optiques, auraient évidemment leurs extrémités sur deux grands cercles ayant les deux axes optiques comme pôles.

c) *L'arc mesurant l'angle aigu 2V coupe le cercle fondamental.* Comme nous avons ici $\theta < 90^\circ$ et $\theta' > 90^\circ$, il s'ensuivra que $\text{tang}\theta'$ sera toujours négative; nous aurons en général pour l'angle d'extinction l'expression:

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}\,[\text{arc tang}(\text{tang}\theta \cos(\varphi + \alpha) - \text{arc tang}(\text{tang}\theta' \cos(\alpha - \varphi)].$$

Les signes des deux termes du second membre sont dépendants encore de la valeur donnée à $\alpha$.

Les raisonnements développés précédemment peuvent encore s'appliquer ici; nous trouverons, si nous suivons le mouvement du plan tournant, que la ligne d'extinction du signe de la bissectrice aiguë se

comporte comme celle de signe contraire, dans le cas où l'arc $2V$ est contenu dans l'intérieur du cercle de base. Elle tracera une courbe coupant le cercle fondamental, l'angle d'extinction variera entre une certaine valeur minimum et 90°, il passera par cette quantité en changeant de signe. La direction d'extinction fournie par le plan bissecteur du dièdre contenant la normale optique, tracera la courbe fermée passant au pôle du plan de projection et pourra par conséquent devenir parallèle à l'axe de zone; l'angle d'extinction rapporté à cet axe s'annulera, en changeant de signe.

**224. Résumé général des résultats de la discussion.** Résumons maintenant ce qui précède, et pour cela construisons deux grands cercles ayant chacun des deux axes optiques comme pôle. Nous partagerons ainsi la surface de la sphère en quatre fuseaux se rencontrant sur $n_m$, qui intercepteront sur le plan des axes optiques des arcs $2V$ et $\pi - 2V$ (fig. 291). Nous pourrons alors tirer de ce qui précède les conclusions suivantes:

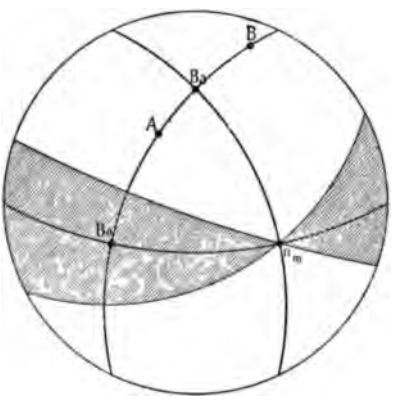


Fig. 291.

1° Si l'axe de zone a son pôle dans l'un des fuseaux d'ouverture $\pi - 2V$, c'est-à-dire dans ceux qui contiennent la bissectrice aiguë, l'angle d'extinction de la vibration de même signe que le cristal varie d'une manière continue, passe par un certain maximum, puis par zéro en changeant de signe. Le vecteur représentant l'extinction de $n_g'$ ou $n_p'$ selon que le cristal est positif ou négatif, tracera toujours une courbe fermée passant par le centre de la projection, et possédera une valeur maximum. De plus, pour un axe de zone dont la position est donnée par rapport à $n_g$, $n_m$ et $n_p$, la valeur de ce maximum est dépendante de $2V$ et toujours inférieure à 90°. En outre quelle que soit la valeur attribuée à l'angle des axes optiques, à condition que l'axe de zone garde la même situation par rapport à $n_g$, $n_m$, $n_p$, les courbes fermées obtenues se couperont en quatre points, et les angles d'extinction des sections correspondantes seront les mêmes.

La direction d'extinction de même signe que la bissectrice obtuse trace une courbe coupant le cercle fondamental en deux points diamétralement opposés.

2° Si le pôle de l'axe de zone tombe dans l'un des fuseaux d'ouverture $2V$, contenant par conséquent la bissectrice obtuse, l'angle

d'extinction pour la vibration de même signe que le cristal, varie entre un certain minimum et 90°. Il passe par cette dernière valeur en changeant de signe, et la courbe d'extinction coupe le cercle fondamental en deux points diamétralement opposés. La seconde direction d'extinction, $n_p'$ dans un cristal positif et $n_g'$ dans le cas contraire, tracera dans la projection la courbe fermée passant au centre et possédant les mêmes propriétés que celle obtenue dans le cas précédent.

3° Si l'axe de zone a son pôle sur un grand cercle normal à l'un des axes optiques, nous nous trouvons dans un cas limite tenant à la fois des deux précédents. L'angle d'extinction varie, et le changement de signe se fait lorsque la section mobile de la zone devient perpendiculaire à l'axe optique normal à l'arête de zone.

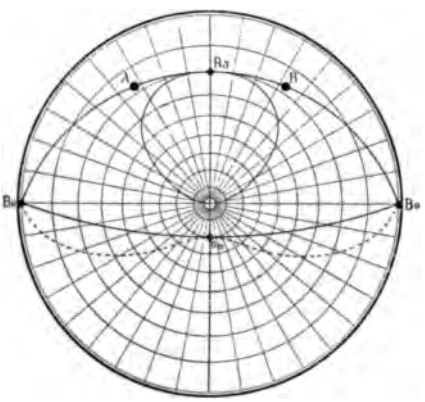


Fig. 292.

4° On voit enfin que l'angle d'extinction de la vibration de même signe que le cristal, passe, pour une zone quelconque, une fois par 0° ou 90° en changeant de signe, mais par l'une ou l'autre de ces valeurs seulement, selon que le pôle de l'axe de zone se trouve dans les fuseaux contenant la bissectrice aiguë ou obtuse.

**225. Axe de zone situé dans le plan de $n_m$ et la bissectrice aiguë.** Comme le plan qui contient l'axe de zone est un plan de symétrie, les courbes d'extinction des directions de même signe ou de signe contraire à celui de la bissectrice aiguë seront nécessairement symétriques de part et d'autre de sa trace. En outre l'axe de zone étant contenu dans le même fuseau que la bissectrice aiguë, la ligne d'extinction $n_g'$ ou $n_p'$ selon que le cristal est positif ou négatif, tracera la courbe fermée. L'angle d'extinction varie entre zéro pour une section passant par la bissectrice obtuse, à un maximum égal à $\frac{\pi}{2} - \gamma$ pour celle passant par $n_m$; $\gamma$ représente l'angle compris entre $n_m$ et l'arête de zone. La fig. 292 montre l'allure des courbes d'extinction des deux directions $n_g'$ et $n_p'$ pour $2V = 60°$ et un angle $\gamma = 20°$. Les traits pleins et pointillés ont la même signification que dans les figures précédentes.

L'angle d'extinction sera donné à chaque instant par la relation:

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}[\text{arc tang}[\text{tang}\theta \cos(\varphi + \alpha)] + \text{arc tang}[\text{tang}\theta' \cos(\alpha - \varphi)]]$$

qui se transformera dans la suivante, si on remarque que $\theta = \theta'$ et que l'on a en outre:

$$\cos\varphi = \frac{\operatorname{tang}\varepsilon_1}{\operatorname{tang}\theta} \qquad \sin\varphi = \frac{\operatorname{tang} V}{\operatorname{tang}\theta\cos\varepsilon_1},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left[\operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\varepsilon_1\cos\alpha - \operatorname{tang} V\sin\alpha}{\cos\varepsilon_1} + \operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\varepsilon_1\cos\alpha + \operatorname{tang} V\sin\alpha}{\cos\varepsilon_1}\right]$$

dans laquelle $\varepsilon_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma$ n'est pas autre chose que l'angle d'extinction sur le plan origine, et $2V$ l'angle des axes optiques.

L'angle d'extinction pourra donc se calculer pour une section quelconque en connaissant $\varepsilon_1$, $\alpha$, et $2V$. Quant à la deuxième direction d'extinction, elle trace une courbe qui rencontre le plan passant par $n_m$ et la bissectrice obtuse, l'angle d'extinction varie alors entre $\gamma = \frac{\pi}{2} - \varepsilon_1$ et 90°.

**226. Axe de zone situé dans le plan de $n_m$ et de la bissectrice obtuse.** L'axe de zone tombe ici dans le fuseau contenant la bissectrice obtuse; les courbes d'extinction seront également symétriques de part et d'autre du plan qui le contient, mais c'est la direction d'extinction de signe contraire à celui du cristal qui tracera la courbe fermée. L'angle d'extinction variera entre zéro et $\varepsilon_1$, cette dernière valeur étant afférente à la section passant par $n_m$ et la bissectrice obtuse. L'autre ligne d'extinction fait avec l'axe de zone des angles variant entre $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2} - \varepsilon_1$ (fig. 293, $2V = 60°$).

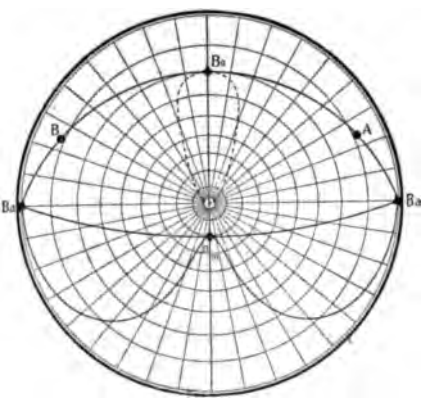


Fig. 293.

Pour une section quelconque de cette zone, l'angle d'extinction est donné par la relation:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left[\operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\varepsilon_1\cos\alpha - \operatorname{cotg} V\sin\alpha}{\cos\varepsilon_1} + \operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\varepsilon_1\cos\alpha + \operatorname{cotg} V\sin\alpha}{\cos\varepsilon_1}\right].$$

**227. Axe de zone situé dans le plan des axes optiques.** Il faut distinguer deux cas, selon que l'axe de zone tombe dans le fuseau contenant la bissectrice aiguë ou dans celui qui contient la bissectrice obtuse. Dans le premier cas, la direction de même signe que la bissectrice aiguë trace une courbe fermée, qui montre que l'extinction

varie entre zéro et un maximum égal à l'angle $\varepsilon_1$ compris entre l'arête de zone et la bissectrice aiguë $B_a$ (fig. 294). Cet angle $\varepsilon_1$ est l'angle d'extinction sur le plan des axes optiques. L'angle d'extinction $\varepsilon$ sera donné par l'équation générale, dans laquelle $\varphi = 0^\circ$.

Celle-ci deviendra:

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}[\text{arc tang}(\text{tang}\theta \cos\alpha) - \text{arc tang}(\text{tang}\theta' \cos\alpha)],$$

dans laquelle $\theta' = 2V - \theta$.

A l'exception du cas où $\alpha = 0$ la dérivée:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{1}{2} \sin\alpha \left(\frac{\text{tang}\theta'}{1+\text{tang}^2\theta' \cos^2\alpha} - \frac{\text{tang}\theta}{1+\text{tang}^2\theta \cos^2\alpha}\right.$$

ne peut s'annuler pour aucune valeur de $\alpha$, en effet en l'égalant à zéro, il viendra par un calcul simple:

$$\cos^2\alpha = \text{cotg}\theta \, \text{cotg}\theta'$$

ou encore

$$\cos^2\alpha = \text{cotg}\theta \, \text{cotg}(2V - \theta).$$

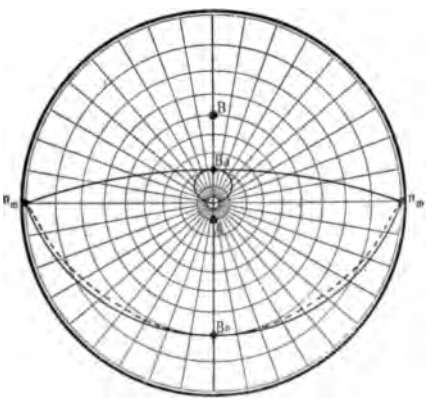


Fig. 294.

Le second membre possède toujours une valeur supérieure à l'unité; en effet, $2V$ étant inférieur à $\theta$, l'angle $(2V - \theta)$ est moindre que l'angle complémentaire de $\theta$, ce qui est nécessaire pour que la condition ci-dessus indiquée soit réalisée.

Si l'axe de zone, tout en étant dans le fuseau contenant la bissectrice aiguë, tombe en dehors de l'angle aigu des axes optiques, l'angle d'extinction sera donné par la formule:

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}[\text{arc tang}(\text{tang}\theta \cos\alpha) + \text{arc tang}(\text{tang}\theta' \cos\alpha)].$$

L'extinction pour la vibration de même signe que celui de la bissectrice aiguë sera représentée, pour toutes les sections de la zone, par la courbe fermée passant au centre de la projection, et la valeur maximum, comme dans le cas précédent, sera atteinte lorsque $\alpha = 0^\circ$, car la dérivée

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = -\frac{1}{2} \sin\alpha \left(\frac{\text{tang}\theta}{1+\text{tang}^2\theta \cos^2\alpha} + \frac{\text{tang}\theta'}{1+\text{tang}^2\theta' \cos^2\alpha}\right)$$

égalée à zéro, donnera

$$\cos^2\alpha = -\text{cotg}\theta \, \text{cotg}(2V - \theta).$$

$\cos\alpha$ deviendra réel et en même temps inférieur à 1, si $\theta$ est plus

grand que 90°, c'est-à-dire si l'axe de zone tombe dans un des fuseaux contenant la bissectrice obtuse. Les deux courbes d'extinction seront comme dans le cas précédent, symétriques par rapport à la trace du plan des axes optiques; celle décrite par la direction de même signe que la bissectrice aiguë passera par zéro pour $\alpha = 90°$, et par un maximum unique lorsque $\alpha = 0°$, c'est-à-dire lorsque la section est parallèle au plan des axes optiques.

Si l'axe de zone tombe dans le fuseau contenant la bissectrice obtuse, nous obtiendrons deux courbes également (fig. 295), l'une fermée se rapportant à la direction d'extinction de signe contraire à celui du cristal, l'autre qui se rapporte à la vibration de même signe, représente un angle d'extinction qui varie entre un certain minimum et 90°.

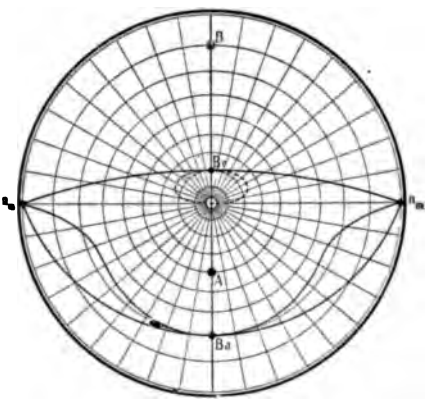


Fig. 295.

Ces courbes sont toutes deux symétriques relativement à la trace du plan des axes optiques, mais la courbe fermée n'atteint son maximum que pour une section faisant avec le plan des axes optiques un angle $\alpha$ compris entre zéro et 90°.

L'angle d'extinction sur une section quelconque de la zone est donné par:

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}[\text{arc tang}(\text{tang}\theta \cos^2\alpha) - \text{arc tang}(\text{tang}\theta' \cos^2\alpha)].$$

$\theta$ et $\theta'$ sont les angles compris entre l'axe de zone et les deux axes optiques ayant leurs pôles dans l'intérieur du cercle fondamental.

La dérivée $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ égalée à zéro donne:

$$\cos^2\alpha = \text{cotg}\,\theta \;\text{cotg}(2V' - \theta).$$

$2V'$ désignant l'angle des axes optiques autour de la bissectrice obtuse, $\cos^2\alpha$ est réel et inférieur à l'unité, car $2V' - \theta$ est supérieur à l'angle complémentaire de $\theta$.

Cette équation nous fournit donc une certaine valeur de $\alpha$ qui rend $\varepsilon$ maximum et peut se calculer de cette égalité.

Donc, indépendamment du cas où $\alpha = 0$, la dérivée $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ s'annule encore pour une valeur déterminée de $\alpha$ comprise entre zéro et 90°.

Si nous reportons la valeur des angles d'extinction afférents à chaque face de la zone sur un système d'axes rectangulaires, nous

obtiendrons la courbe d'extinction de la zone; elle possède deux tangentes horizontales, l'une pour l'abcisse $\alpha = 0$ qui correspond à un minimum de $\varepsilon$, et l'autre pour l'abcisse

$$\alpha = \text{arc cos}\sqrt{\text{cotg}\theta \, \text{cotg}(2V' - \theta)}$$

qui correspond à un maximum.

## § 6. EXTINCTION DANS LES DIFFÉRENTS SYSTÈMES CRISTALLINS.

**228. Système cubique.** La surface d'élasticité de ce système étant sphérique, toutes les sections faites par des lames diversement orientées seront toujours cycliques, et resteront par conséquent éteintes entre les nicols croisés. Les contours de ces sections auront des formes variées, qui dépendent du nombre et de la disposition des faces du cristal ainsi que de l'orientation de la lame. Les formes carrées et triangulaires sont particulières au cube et à l'octaèdre, le rhombe ou l'hexagone se montrent avec le dodécaèdre rhomboïdal, des contours à plus grand nombre de cotés s'observent enfin plus fréquemment pour les autres formes ou pour les combinaisons des différentes formes simples.

**229. Système quadratique.** L'ellipsoïde optique est ici de révolution autour de l'axe principal, il y a lieu de considérer différents cas possibles pour l'orientation de la section.

a) *Sections parallèles à la base du prisme.* Celles-ci sont perpendiculaires à l'axe optique et coïncident par conséquent avec des sections cycliques de l'ellipsoïde, elles seront donc toujours éteintes entre les nicols croisés. Les contours, lorsqu'ils existent, se rattachent constamment à la symétrie quaternaire, ce sont des carrés, des octogones etc. La présence sur ces sections basales des traces de deux clivages rectangulaires, permet de conclure que ceux-ci sont parallèles aux faces du proto- ou deutéroprisme, ou encore de la proto- ou deutéropyramide.

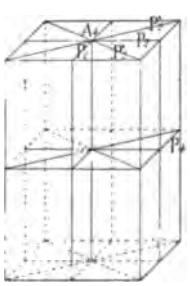


Fig. 296.

b) *Sections parallèles à l'axe principal* $A^4$. Quelle que soit leur orientation autour de l'axe de symétrie $A^4$, elles sont toujours perpendiculaires à une section principale et présenteront par conséquent quatre extinctions droites par rapport à l'axe de zone $A^4$, qui est lui-même parallèle aux arêtes du prisme (fig. 296). Si la face est perpendiculaire à l'un des plans de symétrie $P^2$ ou $P'^2$, les contours de la lame seront symétriquement disposés relativement à leur trace ainsi qu'à celle du plan $P^4$ et par conséquent aux lignes d'extinction. Si par contre la section est inclinée sur $P^2$ ou $P'^2$, les contours ne sont plus symétriques que par rapport à la trace de $P^4$ et par conséquent à l'une des lignes

d'extinction seulement. Les cristaux quadratiques sont de plus fréquemment allongés ou aplatis suivant l'axe vertical; la zone d'allongement ou d'aplatissement s'éteindra conséquemment toujours à zéro. L'existence sur toutes les faces de la zone de traces de clivages parallèles ou perpendiculaires à l'allongement, permet de conclure que ce clivage est basal ou prismatique; si l'on rapporte les extinctions à ces traces, elles seront évidemment droites dans tous les cas.

c) *Sections quelconques.* Celles-ci seront toujours perpendiculaires à une section principale de l'ellipsoïde, en conséquence leurs extinctions seront droites dans tous les cas si on les rapporte à la projection de l'axe principal; si par contre on les rapporte aux contours, il pourra en être autrement. Une section inclinée sur $A^4$ et qui serait en même temps normale à l'un des plans $P^2$ ou $P'^2$, aurait ses extinctions de même que ses contours, symétriquement placés par rapport à la trace de ces plans; mais si la section est oblique sur $P^2$ ou $P'^2$, il devient évident qu'alors les contours ne peuvent être symétriquement placés par rapport aux deux lignes d'extinction. Toutefois si le minéral possède un clivage basal, sa trace sera toujours perpendiculaire à la projection de $A^4$ sur le plan de la section et coïncidera toujours avec l'une des lignes d'extinction.

**230. Systèmes hexagonal et rhomboèdrique.** Ce qui a été dit à propos du système quadratique, s'applique entièrement ici; il faut seulement remarquer que les sections perpendiculaires à l'axe optique, auront des contours qui dérivent de la symétrie $A^6$ ou $A^3$ de l'axe normal à leur plan. Les clivages les plus fréquents sont ceux qui s'effectuent selon la base, les proto- ou deutéroprismes, et le rhomboèdre.

**231. Système orthorhombique.**

a) *Sections parallèles aux trois pinacoïdes* $p = (001), h^1 = (100), g^1 = (010)$. Chacune de ces faces étant en même temps perpendiculaire à l'un des trois axes principaux et à deux des plans de symétrie de l'ellipsoïde, aura toujours des extinctions droites. L'un des pinacoïdes est normal à la bissectrice de l'angle aigu des axes optiques, un autre à la bissectrice obtuse, le troisième est perpendiculaire à $n_m$ et découpe dans l'ellipsoïde la section de biréfringence maximum. Les clivages les plus fréquents dans ce système se font parallèlement aux trois pinacoïdes ou aux faces du prisme $m = (110)$. L'allongement se fait suivant l'une des trois arêtes $pg^1$, $ph^1$, $h^1g^1$ et l'aplatissement normalement à l'une de celles-ci. L'examen des sections perpendiculaires aux trois axes d'élasticité $n_g$, $n_m$, $n_p$ permet donc de se rendre compte de la direction des clivages, ainsi que de la nature de l'allongement.

b) *Zones principales.* Nous donnons ce nom aux zones dont l'axe coïncide avec les arêtes d'intersection des trois pinacoïdes $p = (001)$, $h^1 = (100)$ et $g^1 = (010)$, nous les désignerons ultérieurement par zone $ph^1$, $pg^1$, $h^1g^1$. Dans chacune d'elles, l'axe de zone est perpendiculaire à un plan principal de l'ellipsoïde; les extinctions rapportées à cet axe seront donc toujours droites et parallèles aux traces de clivage ou aux directions d'aplatissement ou d'allongement. Quant aux contours des différentes faces de la zone, ils seront symétriquement disposés par rapport à l'une des lignes d'extinction seulement, et ne le deviennent par rapport aux deux que lorsque la section coïncide avec $p$, $g^1$ ou $h^1$. Il convient de remarquer encore que l'une des trois zones principales possède les sections normales aux axes optiques qui seront, pour les raisons connues, toujours éteintes entre les nicols croisés.

c) *Section quelconque.* Une section quelconque n'étant plus perpendiculaire à un plan principal, ne pourra avoir des extinctions symétriques aux contours.

**232. Système monoclinique.** Dans ce système, les clivages les plus fréquents dont les traces peuvent servir de lignes directrices sont encore $p = (001)$, $h^1 = (100)$, $g^1 = (010)$ et $m = (110)$. La zone d'allongement la plus fréquente est celle de l'arête $h^1g^1$, mais on trouve cependant des cristaux allongés selon les arêtes $pg^1$ et plus rarement selon $ph^1$. Nous avons vu (a. 97, p. 93) que chez les cristaux monocliniques, le plan des axes optiques peut être parallèle ou perpendiculaire au plan de symétrie, nous allons examiner les conséquences qui découlent de ces deux orientations.

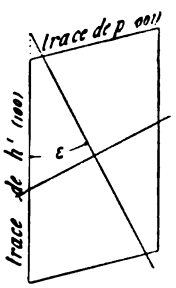


Fig. 297.

a) Le plan des axes optiques est parallèle au plan de symétrie. Ce plan contient $n_g$ et $n_p$, tandis que $n_m$ coïncide avec l'axe binaire $A^2$. Les sections taillées normalement à $n_g$ ou $n_p$ présenteront toujours des extinctions droites, puisqu'elles seront perpendiculaires à un plan de symétrie; les contours de la lame, les clivages, l'allongement, seront symétriquement disposés par rapport à la trace de ce plan qui coïncidera avec une des lignes d'extinction.

Les sections taillées normalement à $n_m$, découperont dans l'ellipsoïde une ellipse dont les axes $n_g$ et $n_p$ seront contenus dans le plan de symétrie $P^2$, et orientés d'une manière quelconque dans ce plan par rapport aux traces des faces $p = (001)$ ou $h^1 = (100)$ (fig. 297). Les extinctions seront obliques et il faudra mesurer l'angle $\varepsilon$ compris entre un des axes $n_g$ ou $n_p$ de l'ellipse et une ligne directrice quelconque, comme par exemple la trace des faces $p = (001)$ ou $h^1 = (100)$ indiquée

souvent, à défaut de contours, par les traces des clivages $p^1$, $h^1$ ou $m$. Cet angle $\varepsilon$ devra être affecté du signe + ou — suivant la position de la ligne d'extinction par rapport à la ligne directrice; elle peut en effet tomber dans l'angle obtus ou dans l'angle aigu $ph^1$. On lui donnera par exemple le signe + dans le premier cas (fig. 297), et le signe — dans le second (fig. 298).

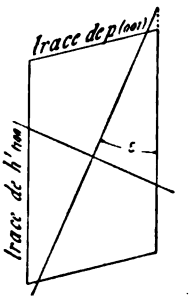


Fig. 298.

*Zone $ph^1$.* C'est celle dont l'axe est parallèle à l'arête $ph^1$, c'est-à-dire à l'axe de symétrie. Toutes les faces de cette zone s'éteindront à zéro, et la zone sera de signe variable puisque l'axe de zone est parallèle à $n_m$.

*Zone dont l'axe est contenu dans le plan de symétrie.* Les zones qui seules parmi les nombreuses possibles ont une certaine importance, sont celles dont l'axe est parallèle à l'arête $hg^1$ ou à celle $pg^1$. L'axe de zone peut, selon les cas, tomber soit dans l'angle obtus, soit dans l'angle aigu formé par les deux sections cycliques, c'est-à-dire dans le fuseau contenant la bissectrice aiguë ou dans celui contenant la bissectrice obtuse.

1° *Zone $h^1g^1$ avec l'axe de zone compris dans l'angle obtus des sections cycliques.* Nous avons vu (a. 227, p. 257) que la courbe d'extinction pour la vibration de même signe que la bissectrice aiguë, possède un maximum sur la section $g^1 = (010)$ parallèle au plan des axes optiques, puis que la valeur de l'angle d'extinction décroît, pour devenir nulle sur le plan perpendiculaire, c'est-à-dire $h^1$ (fig. 299) et changer ensuite de signe.

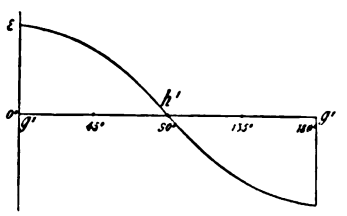


Fig. 299.

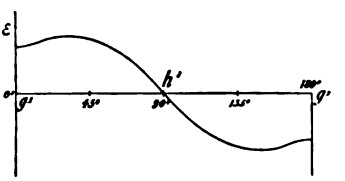


Fig. 300.

2° *Zone $h^1g^1$ avec l'axe de zone compris dans l'angle aigu des sections cycliques.* Nous avons vu de même (a. 227, p. 259) que l'angle d'extinction part d'une certaine valeur $\varepsilon$ sur une section (fig. 300) parallèle au plan des axes optiques soit $g^1 = (010)$, puis croît, passe par un maximum dépendant de la valeur de $2V$ et de la position de l'axe de zone relativement aux axes optiques, pour décroître ensuite et devenir nulle sur la section perpendiculaire au plan des axes $h^1 = (100)$. En continuant la rotation sur la zone, l'extinction passe par les mêmes

valeurs, mais en prenant un signe contraire. La position de la section qui donne le maximum de l'angle d'extinction est donnée par la relation

$$\cos^2\alpha = \operatorname{cotg}\theta \operatorname{cotg}(2V' - \theta),$$

et la valeur du maximum lui-même se déduit de l'expression

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}[\operatorname{arc\,tang}(\operatorname{tang}\theta \cos\alpha) - \operatorname{arc\,tang}(\operatorname{tang}\theta' \cos\alpha)]$$

dans laquelle on remplacera $\alpha$ par la valeur déduite de l'expression précédente.

3° *Zone $pg^1$ avec l'arête de zone comprise dans l'angle obtus des sections cycliques.* Nous obtiendrons comme précédemment un maximum sur $g^1 = (010)$ pour l'angle d'extinction de la vibration du signe de la bissectrice aiguë, et une extinction à zéro sur la face perpendiculaire, ici la face $p = (001)$.

4° *Zone $pg^1$ avec l'arête de zone comprise dans l'angle aigu des sections cycliques.* La courbe d'extinction aura son maximum sur une face située entre $p = (001)$ et $g^1 = (010)$ et faisant avec cette dernière un angle compris entre 0° et 90° qui dépend de $2V$ et de la position de l'axe de zone. Sur $p = (001)$ l'extinction sera évidemment égale à zéro.

b) Le plan des axes optiques est perpendiculaire au plan de symétrie. La section $g^1 = (010)$ sera perpendiculaire à une bissectrice aiguë ou obtuse pouvant être positive ou négative, une des lignes d'extinction y jalonne la trace du plan des axes optiques et les extinctions seront obliques par rapport aux arêtes $pg^1$ ou $h^1g^1$. La section de biréfringence maximum normale à $n_m$, ainsi que celle perpendiculaire à la deuxième bissectrice, auront des extinctions droites.

1° *L'arête de zone $pg^1$ ou $h^1g^1$ tombe dans le plan passant par $n_m$ et la bissectrice aiguë.* L'angle d'extinction rapporté à l'arête de zone pour la vibration de même signe que le cristal, varie de zéro sur $p = (001)$ ou $h^1 = (100)$ à un maximum sur $g^1 = (010)$, où cet angle est égal à celui compris entre l'arête de zone et l'indice principal $n_g$ ou $n_p$ selon le signe optique du cristal.

2° *L'arête de zone $pg^1$ ou $h^1g^1$ tombe dans le plan passant par $n_m$ et la bissectrice obtuse.* Pour la vibration de même signe que le cristal, l'angle d'extinction varie depuis une certaine valeur $\varepsilon_1$ qui est minimum sur $g^1 = (010)$ et égale à l'angle compris entre l'arête de zone et l'indice $n_g$ ou $n_p$ selon le signe du cristal, à un maximum qui est de 90° lorsque la section tournante devient perpendiculaire au plan de symétrie. Les angles d'extinction de la vibration de signe contraire à celui du cristal rapportés au même axe de zone, sont compris entre zéro sur $p = (001)$ ou $h^1 = (100)$ et un maximum sur $g^1 = (010)$, qui est lui-même l'angle complémentaire de $\varepsilon_1$.

Il convient d'ajouter en terminant que suivant l'orientation du plan des axes optiques, l'une ou l'autre des zones considérées pourra présenter des faces qui seront perpendiculaires aux axes optiques et resteront par conséquent toujours obscures. Quant au signe de l'une ou de l'autre de ces zones, il est toujours celui de la direction d'extinction qui fait le plus petit angle avec l'arête de zone; il change lorsque l'angle d'extinction passe par 45°.

**233. Système triclinique.** Dans ce système, les clivages les plus fréquents sont également $p = (001)$, $h^1 = (100)$, $g^1 = (010)$ et $m = (110)$. Vu l'absence de tout élément fixant la position de l'ellipsoïde qui occupe une situation quelconque vis-à-vis des trois pinacoïdes, il en résulte qu'une face déterminée s'éteindra toujours obliquement par rapport aux traces de ces derniers. Sur les pinacoïdes, ou sur les sections normales aux trois axes principaux $n_g$, $n_m$, $n_p$, les directions d'extinction seront en général obliques relativement aux traces des pinacoïdes qui sont très souvent celles de clivages existants, la valeur des angles d'extinction aura donc une grande importance pour la détermination des minéraux tricliniques. Cet angle d'extinction doit être affecté d'un signe — ou + selon qu'il est compté à partir de la ligne directrice, en sens inverse des aiguilles d'une montre, ou dans le même sens. La ligne d'extinction tombera alors selon les cas, dans l'angle aigu ou obtus que forment entre elles les traces des pinacoïdes.

*Zones les plus importantes.* Les axes des zones les plus usuelles ne sont généralement pas compris dans un plan d'élasticité principal et nous rentrons ici dans le cas tout-à-fait général. Si l'arête de zone tombe dans l'angle obtus des sections cycliques, l'angle d'extinction atteint, pour la vibration de même signe que le cristal, une valeur maximum inférieure à 90° sur une face quelconque de la zone, et passe par zéro en changeant de signe sur une autre face, quelconque également, qui peut parfois accidentellement coïncider avec une face naturelle du cristal. Ces deux faces ne peuvent être perpendiculaires entre elles, car comme nous l'avons vu, la courbe qui représente en coordonnées rectangulaires la marche de l'extinction, est dissymétrique sur l'ordonnée maximum.

Si l'arête de zone tombe dans l'angle aigu des sections cycliques, ce qui vient d'être dit s'applique à la direction d'extinction de signe contraire à celui du cristal, tandis que celle de même signe trace une courbe passant par 90° et par un certain minimum. L'allure de la courbe dépend évidemment de l'orientation de l'axe de zone, de l'angle $2V$ des axes optiques, et de l'orientation de l'ellipsoïde.

## § 7. EXTINCTIONS DES CRISTAUX MACLÉS.[1]

**234. Généralités sur les macles.** Nous n'avons pas l'intention de passer en revue ici les différentes théories qui ont été proposées relativement aux groupements, nous voulons seulement examiner de quelle façon ceux-ci peuvent être utilisés pour certaines déterminations. Les seules macles qui nous intéressent sont les hémitropies normales et parallèles. Nous rappellerons qu'on donne le nom d'hémitropie normale, à une association de deux individus sur un plan commun appelé *plan de macle*, et disposée comme si l'un des deux avait tourné d'un angle qui est le plus souvent de 180°, autour d'un axe qui porte le nom *d'axe d'hémitropie*, qui est perpendiculaire au plan de jonction. Le plan de macle coïncide généralement avec une face d'indices simples, quant

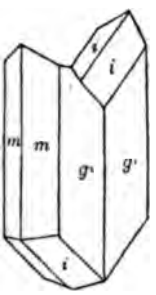


Fig. 301.

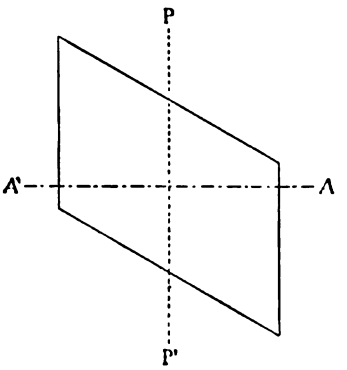


Fig. 302.

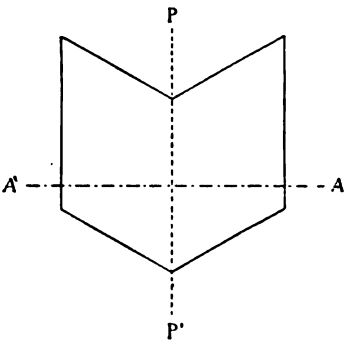


Fig. 303.

au groupement lui-même, il peut se composer de deux ou de plusieurs individus, retournés les uns par rapport aux autres. Comme exemple d'hémitropie normale, on peut citer le cas du gypse (fig. 301) qui cristallise dans le système monoclinique; le plan de jonction $PP'$ est ici parallèle à la face $h^1 = (100)$, et l'axe de rotation $AA'$ est normal à ce dernier. Avant cette rotation fictive, les deux individus que nous appellerons 1 et 1′ occupaient la même situation (fig. 302), après la rotation 1′ vient se placer comme l'indiquent les fig. 301 et 303, les arêtes et les faces sont symétriquement disposées par rapport au plan de jonction qui forme ainsi un plan de symétrie nouveau.

Dans les groupements par hémitropie parallèle, l'un des individus 1′ est placé par rapport à 1 auquel il est associé comme s'il avait tourné de 180° autour d'un axe parallèle au plan de jonction. Cette

[1] A. Michel-Lévy, Étude sur la détermination des feldspaths. I. Paris 1894.

association est fréquemment accompagnée d'une pénétration des deux individus, et rentre alors dans le cas général des groupements autour d'un axe. Nous pouvons citer comme exemple d'hémitropie de ce genre le cas du feldspath orthose dans la macle dite de Karlsbad, où le plan de jonction $PP'$ est la face $g' = (010)$, et l'axe de rotation $AA'$ compris dans ce plan est parallèle à l'arête $h^1 g^1$. La fig. 304 montre la position de 1 et de 1′ avant, et les fig. 305 et 306 la position des deux mêmes individus après le retournement.

Si l'on projette les arêtes des deux cristaux sur le plan de jonction, on remarque qu'elles sont symétriquement disposées de part et d'autre de l'axe de macle. Dans ce qui suit, nous envisagerons exclusivement l'examen des propriétés des macles par hémitropie normale ou parallèle chez lesquelles la rotation est de 180°; ce cas de beaucoup le plus fréquent, est le seul qui nous intéresse pratiquement.

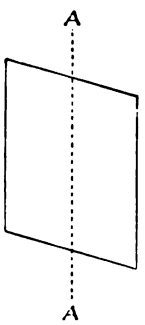


Fig. 304.

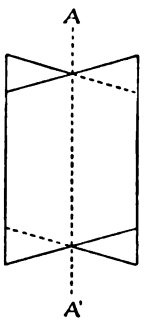


Fig. 305.

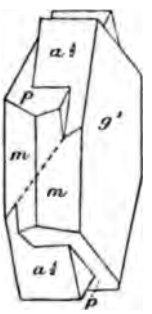


Fig. 306.

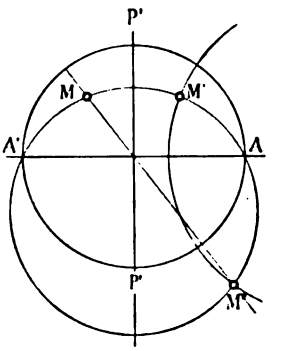


Fig. 307.

**235. Cas des hémitropies normales.** Si l'axe de rotation coïncide avec un axe de symétrie d'ordre pair, le plan de macle se confond avec un plan de symétrie existant et les deux individus 1 et 1′ seront orientées cristallographiquement et optiquement de la même manière. La macle ne sera, en conséquence, discernable par aucun phénomène.

Si au contraire l'axe de macle n'est pas un axe de symétrie, le plan de jonction ne coïncide pas avec un plan de symétrie réel, mais en devient lui-même un dans l'association. Soit $M$ (fig. 307) le pôle d'un élément quelconque du cristal 1, qui peut représenter à volonté une face, une arête ou un axe principal de l'ellipsoïde, et $PP'$ la trace du plan de jonction, dont l'axe normal est en $AA'$. Une rotation de 180° autour de cet axe amènera dans l'hémisphère supérieur un pôle comme $M''$, qui est le diamétralement opposé de $M$ situé sur le même cercle méridien $MA'M''$, en se déplaçant de 180° sur un petit cercle $MM''$ dont le plan est normal à $AA'$; $M''$ viendra nécessairement se placer en

*M'* symétriquement à *M*. Ce raisonnement étant applicable à n'importe quel pôle de la projection, les faces arêtes et indices principaux seront symétriquement disposés relativement à *PP'*, si le cristal qui se macle possède un centre de symétrie. Si ce dernier n'existe pas, la symétrie par rapport à la trace du plan de macle ne se retrouvera seulement que pour les pôles qui représentent les axes de l'ellipsoïde, mais ce ne sera plus le cas pour ceux qui représentent les faces du cristal; de toute façon, les deux individus *sont optiquement symétriquement disposés par rapport au plan de macle.*

La projection stéréographique nous procure encore un moyen fort simple imaginé par Mr Michel-Lévy[1] de trouver les propriétés optiques des deux lamelles 1 et 1' juxtaposées que l'on obtiendrait en coupant le cristal maclé suivant un plan *abcd* quelconque (fig. 308). Soit *a*

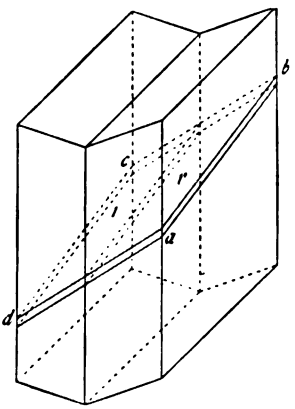



Fig. 308.

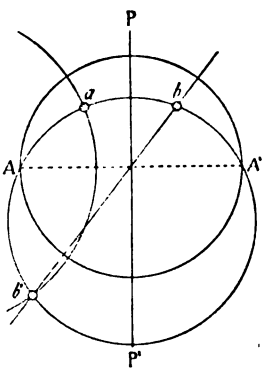



Fig. 309.

le pôle de la section qui serait faite dans l'individu 1, et *PP'* la trace du plan de jonction (fig. 309). Si l'épure stéréographique des propriétés optiques générales du cristal a été construite d'avance, on pourra par simple lecture, déterminer immédiatement les propriétés optiques de ce pôle (extinction rapportée à la trace du plan de macle, biréfringence, situation vis-à-vis des indices principaux, etc.). Il reste maintenant à trouver celles de l'individu juxtaposé; observons pour cela que la section passe simultanément par un cristal 1, et par un autre 1' retourné par rapport à lui. Les propriétés de la lamelle *b* adjointe à *a* seraient celles d'une certaine section *b'* faite sur 1, qui serait telle, qu'après le retournement par rotation autour de l'axe de macle, elle viendrait se placer dans le plan de *a*. Celle-ci a son

[1] A. Michel-Lévy, Étude sur la détermination des feldspaths. I, 1894.

pôle en $b'$, à 180° de $a$, sur le petit cercle passant par $a$ et normal à l'axe de macle; $b'$ se trouve en outre sur le même cercle méridien que $a$. Il est évident d'ailleurs que les propriétés de $b'$ seront les mêmes que celles du pôle qui lui est diamétralement opposé, lequel se projette en $b$ symétriquement par rapport au plan de jonction. Sur l'épure stéréographique, nous aurons donc par le pôle de $b$ symétrique de $a$, toutes les propriétés qui sont afférentes à la lamelle adjointe à $a$ par la macle, telles que biréfringence, extinction, situation vis-à-vis de $n_g$, $n_m$, $n_p$ et des axes optiques etc.; toutefois le signe lu pour l'extinction devra être changé par suite du retournement qu'a éprouvé la lame. En résumé, sur une projection stéréographique, nous obtiendrons directement les propriétés des deux lamelles $a$ et $b$ découpées par un plan quelconque dans une association par hémitropie normale comme suit: Celles de l'individu 1 correspondant à la lamelle $a$, seront celles lues directement sur la projection à l'endroit où se trouve le pôle; celles de la lamelle $b$ correspondant à l'individu 1′ seront fournies par le pôle $b$ symétrique de $a$ par rapport au plan de jonction, mais le signe de l'extinction relevé directement sur la projection devra être changé. Il sera en outre aisé de se rendre compte de la position qu'occupent les pôles de $a$ et $b$ par rapport aux axes de l'ellipsoïde et aux axes optiques.

En ce qui concerne les extinctions et la biréfringence, les valeurs que l'on relève pour le pôle $a$ seront en général différentes de celles qui correspondent à $b$, mais elles s'en rapprochent lorsque le pôle de $a$ est voisin de la trace $PP'$ du plan de jonction. A la limite, lorsque $a$ tombe sur cette trace, ce pôle se confond avec $b$, les biréfringences et les extinctions seront alors exactement les mêmes pour les deux individus maclés. Ce cas se présentera lorsque la section est taillée perpendiculairement au plan d'association; les extinctions de toutes les sections de la zone dont l'axe coïncide avec celui de la macle, seront symétriques de part et d'autre de la trace du plan de jonction, et la situation de $a$ vis-à-vis des indices principaux et des axes optiques serait identique à celle de $b$. Les extinctions des divers pôles de la zone se relèveraient sur la trace du plan de jonction; leurs valeurs et leurs signes se trouveraient immédiatement indiquées si l'on a préalablement construit l'épure stéréographique générale des propriétés optiques du cristal.

**236. Moyen de reconnaître les sections normales au plan de jonction.** Il est pratiquement important de reconnaître si une section est perpendiculaire au plan de jonction d'une hémitropie normale, c'est-à-dire si elle appartient à la zone de symétrie de celle-ci. Si l'on fait tourner entre les nicols croisés une lame taillée dans un cristal

maclé, les deux individus ne s'éteignent en général pas simultanément et l'intensité lumineuse varie sur chacune des deux lames pendant la rotation, puisque pour une position quelconque du plan de macle, leurs axes $n_g'$ et $n_p'$ occupent en général une situation différente par rapport aux sections principales des nicols. L'intensité lumineuse sera donnée pour les lamelles 1 et 1′ par les expressions:

$$I = \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\pi}{\lambda}(n_g' - n_p')$$

$$I' = \sin^2 2\alpha' \sin^2 \frac{\pi}{\lambda}(n_g'' - n_p'').$$

Si l'épaisseur $e$ est la même pour les deux lamelles et si les deux sections sont perpendiculaires au plan de jonction, nous aurons de plus $(n_g' - n_p') = (n_g'' - n_p'')$. Il est dès lors évident que les deux lamelles présenteront la même intensité lumineuse $I = I'$, si nous avons:

$$\sin^2 2\alpha = \sin^2 2\alpha'.$$

Ce qui sera réalisé si la trace du plan de macle est parallèle, perpendiculaire ou à 45° des sections principales des nicols. En effet, dans ces conditions les directions $n_g'$ ou $n_p'$ des deux lamelles sont également inclinées sur la section principale des nicols, et leur éclairement est identique. Cette observation fournit un moyen aisé et très sensible pour reconnaître les sections perpendiculaires au plan de jonction d'une hémitropie normale. Il suffit de placer la lame de façon à ce que la trace du plan de macle soit parallèle ou à 45° des sections principales des nicols; si cette condition est remplie, les deux lamelles 1 et 1′ sont également éclairées et la macle n'est plus visible. La moindre rotation de la platine fait réapparaître immédiatement les lamelles hémitropes.

**237. Cas des hémitropies parallèles.**[1] L'axe d'hémitropie étant parallèle au plan de jonction crée, si le cristal est centré, un plan de symétrie qui est perpendiculaire à l'axe d'hémitropie qui devient ainsi lui-même un axe de symétrie binaire. Soit $M$ (fig. 310) un pôle d'un élément quelconque du cristal, face, indice etc. La macle lui adjoindra par rotation de 180° autour de l'axe d'hémitropie projeté en $A$, un pôle comme $M'$, la trace du plan de jonction se trouvant en $PP'$. Si le cristal primitif possède un centre de symétrie, nous aurons dans l'hémisphère inférieur des éléments tels que $N$ et $N'$, possédant les mêmes propriétés que $M$ et $M'$, et symétriques de ces

[1] A. Michel-Lévy, loc. cit.; voir aussi F. Pearce et L. Duparc, Sur les données optiques relatives à la macle de la péricline. Compt. rend. Acad. Sc. Paris. 133. 1901. 60.

deux pôles par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de macle. Si le cristal maclé ne possède pas de centre, ce plan de symétrie n'existera seulement que si $M$ représente un élément quelconque de l'ellipsoïde. En tout cas, les deux individus maclés sont, au point de vue optique, symétriquement disposés par rapport à un plan de symétrie et à un axe perpendiculaire, qui n'est autre que l'axe de macle lui-même.

Si nous faisons comme dans le cas précédent une section dans un cristal maclé par hémitropie parallèle composé de deux individus que nous appellerons 1 et 2 (fig. 311), nous obtiendrons deux lamelles juxtaposées possédant des propriétés qu'il sera aisé d'établir. Construisons pour cela une projection stéréographique (fig. 312) dont le plan est perpendiculaire à l'axe de macle qui se projette en $A$, tandis que la trace du plan de jonction se trouve en $PP'$ et coïncide avec le

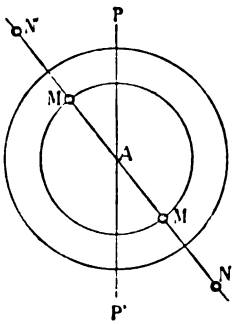


Fig. 310.

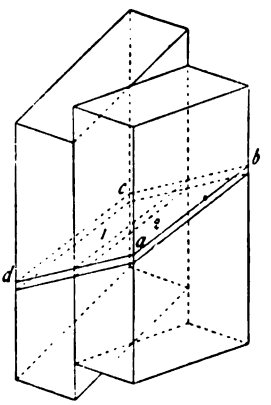


Fig. 311.

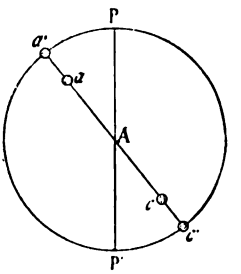


Fig. 312.

diamètre vertical de l'épure. Les propriétés optiques de la section faite sur l'individu 1 seront définies par celles de son pôle qui se projette en $a$; celles de la section faite dans le cristal 2 par le même plan seraient évidemment celles d'un pôle tel que $c$ de l'individu 1, qui viendrait se superposer à $a$ par une rotation de 180° autour de l'axe d'hémitropie. Il en résulte donc que les propriétés optiques des deux lamelles (extinctions, biréfringences, situation relativement aux indices principaux et aux axes optiques), seront, pour la lamelle 1, celles attribuables au pôle $a$ de la section, et pour l'individu 2 celles du pôle $c$ symétrique de $a$ par rapport à l'axe de macle. La rotation n'entraîne aucun changement de signe pour l'extinction, qui sera prise avec le signe indiqué sur la projection.

La zone dont l'axe est perpendiculaire au plan de macle ne sera plus une zone de symétrie, comme c'était le cas pour les hémitropies

normales, car, dans tous les cas, la macle adjoint à un pôle quelconque de l'individu 1 un autre pôle symétrique par rapport à celui de l'axe d'hémitropie, mais possédant des propriétés différentes, puisque son orientation n'est pas la même. Par contre cette macle a une zone de symétrie dont l'axe coïncide avec celui d'hémitropie puisque le plan perpendiculaire à cette direction est, comme nous l'avons vu, un plan de symétrie optique dans l'association. Les pôles de *a* et *c* tombent alors en *a'* et *c'* sur le cercle de base, aux extrémités d'un même diamètre, et auront des extinctions égales et de signe contraire (fig. 312). Les extinctions symétriques seront donc dans cette association celles des sections taillées parallèlement à l'axe d'hémitropie, et la méthode d'éclairement commun des lamelles hémitropes permettra de reconnaître aisément comme pour l'hémitropie normale, si la section considérée appartient à la zone de symétrie.

Si dans une préparation, on rencontre des sections maclées qui présentent les caractères de celles perpendiculaires à une zone de symétrie, on se trouve naturellement dans l'indécision pour savoir à quel genre d'hémitropie il faut attribuer la macle en question.

Dans certains cas, l'observation des deux lamelles maclées en lumière convergente permettra de reconnaître la situation relative des indices principaux ou des axes optiques sur chacune d'elles, et si l'on possède une épure générale des propriétés optiques du minéral, on pourra aisément lever le doute à cet égard. Dans beaucoup d'autres cas cependant il n'en sera pas ainsi, et pour se tirer d'affaire, on pourra se baser alors sur le fait que, dans la zone de symétrie d'une hémitropie normale, la section étant perpendiculaire au plan de jonction, la séparation des différentes lamelles se fera toujours suivant une ligne nette, ce qui ne sera pas le cas pour les hémitropies parallèles. En effet, les sections de la zone de symétrie seront alors plus ou moins obliques sur le plan de jonction; la ligne de séparation des deux lamelles sera floue en lumière parallèle et aux nicols croisés. La lame 1 sera sur une certaine étendue, recouverte par la lamelle 2, et la portion recouverte ne s'éteindra pas simultanément avec ces deux lamelles. Nous verrons plus loin qu'elle présente, lorsque la trace de la macle est à 45° de la trace des sections principales des nicols, une intensité lumineuse égale à celle des lamelles 1 et 2, tandis qu'à zéro ou 90°, ce n'est plus le cas, alors cependant que ces deux lamelles sont également éclairées.

**238. Hémitropies normale et parallèle simultanées.**[1] Ce cas se trouve assez souvent chez les feldspaths tricliniques; et peut présenter

[1] A. Michel-Lévy, Étude sur la détermination des feldspaths. I, 1894.

deux alternatives: Ou bien le plan de jonction est identique pour les deux macles (cas de la macle simultanée de l'albite de Karlsbad); ou bien il est est différent (albite et péricline). Dans le premier cas, on pourra trouver les propriétés optiques des différentes lamelles découpées dans une pareille association à l'aide d'une section d'orientation connue, grâce aux considérations suivantes:

L'hémitropie normale, adjoint à une section dont le pôle se trouve en *a* (fig. 313), une autre section dont les propriétés sont celles d'un pôle *b*, symétriquement placé par rapport à *a* relativement à la trace du plan de jonction. En outre l'hémitropie parallèle adjoint à *a* une section possédant les propriétés d'un pôle *c*, symétrique de *a* par rapport à l'axe de macle, l'hémitropie normale adjoint enfin à *c* une section possédant les propriétés afférentes au pôle *d*. Les propriétés de ces quatre lamelles que nous appellerons 1, 1', 2 et 2' seront donc celles de quatre pôles de la projection, symétriquement placés par rapport aux deux diamètres verticaux et horizontaux du cercle de base. Elles s'obtiendront directement si l'on possède une épure stéréographique préparée d'avance, sur laquelle tous les angles d'extinction indiqués sont rapportés au plan de jonction; il faudra cependant changer pour *b* et *d* les signes des extinctions relevés sur la projection.

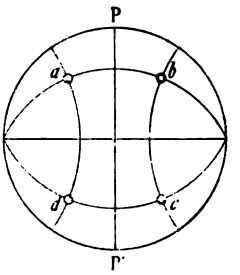


Fig. 313.

Si le pôle *a* tombe sur la trace du plan de macle, il se confond avec *b*, *c* et *d* se confondent également; parmi les quatre lamelles, deux d'entre elles possèdent donc les mêmes propriétés, qui seront distinctes de celles des deux autres également semblables entre elles. Nous aurons donc des extinctions symétriques entre *a* et *b*, ainsi qu'entre *c* et *d*, car nous nous trouvons dans la zone de symétrie de la macle par hémitropie normale.

Si le pôle *a* se trouve sur le diamètre horizontal de l'épure, il se confond alors avec *d*, tandis que *b* se confond avec *c*. Nous aurons ici une nouvelle zone de symétrie dont l'axe est perpendiculaire aux deux axes de macle; les extinctions seront alors symétriques entre *a* et *d*, ainsi qu'entre *b* et *c*.

Si enfin le pôle *a* tombe sur le cercle de base, nous aurons une troisième zone de symétrie qui est celle de la macle par hémitropie parallèle; *a* se confond alors avec *c* et *b* avec *d*. Il y aura extinction symétrique de part et d'autre de la trace de macle pour *a* et *c* ainsi que pour *b* et *d*.

Les raisonnements que nous avons développés précédemment relativement à l'éclairement commun, vont nous permettre de reconnaître

aisément celui de ces trois cas qui est réalisé par la section considérée.

Dans le premier cas, lorsque la trace de la macle est à 0° ou 45° de la section du polariseur ou de l'analyseur, nous aurons égale intensité lumineuse de *a* et *b* ainsi que de *c* et *d*, soit de 11′ et de 22′, mais ces deux dernières lamelles étant différemment orientées, auront une luminosité différente. La macle par hémitropie normale ne sera plus visible, et seule celle par hémitropie parallèle apparaît, ce qui donne l'impression que l'on se trouve en présence de deux individus seulement (fig. 314). La moindre rotation de la platine du microscope mettra immédiatement en évidence la présence des quatre lamelles.

Fig. 314.

Fig. 315.

Fig. 316.

Dans le second cas, aux positions zéro ou 45° du plan de macle par rapport aux nicols, l'éclairement commun se produira pour *a* et *d* c'est-à-dire 1 et 2′ qui auront une certaine intensité lumineuse, et pour *b* et *c* soit 1′ et 2 qui en auront une différente (fig. 315).

Dans le troisième cas enfin, l'égal éclairement se produira dans les mêmes conditions entre *a* et *c* soit 1 et 2 et *bd* soit 1′ et 2′, mais avec une autre valeur de l'intensité lumineuse (fig. 316).

Il nous resterait à examiner le cas où le plan de jonction est différent pour les deux hémitropies, mais il est impossible de traiter le problème d'une manière générale, car les propriétés des différentes lamelles dépendent évidemment de l'orientation relative des deux plans d'association et il faudra en conséquence examiner chaque cas particulier.

## CHAPITRE XI.

## DE L'ÉCLAIREMENT COMMUN.

§ 1. Éclairement commun des lames juxtaposées. § 2. Éclairement commun des lames juxtaposées se recouvrant en partie. § 3. Applications pratiques des éclairements communs.

### § 1. ÉCLAIREMENT COMMUN DES LAMES JUXTAPOSÉES.

**239. Lames juxtaposées placées en lumière monochromatique.** Deux lames juxtaposées présentant des retards $R_1$ et $R_2$, donnent lorsqu'on les fait tourner entre les nicols croisés, huit positions pour lesquelles

l'intensité lumineuse possède, sur chaque individu, exactement la même valeur.

Désignons par $\varphi$ l'angle compris entre la section principale du polariseur et la bissectrice de l'angle $2\alpha$ formé par les directions $n_g'$ et $n_g''$ des deux lames; cet angle $\alpha$ est supposé inférieur à 90° (fig. 317).

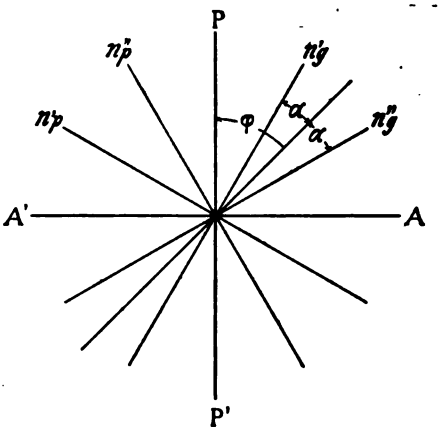


Fig. 317.

L'intensité lumineuse sur chaque individu sera donnée pour une position quelconque par:

(1) $I = \sin^2 2(\varphi - \alpha) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} R_1$

(2) $I' = \sin^2 2(\varphi + \alpha) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} R_2$

avec

$$R_1 = e(n_g' - n_p')$$

et

$$R_2 = e(ng'' - n_p'').$$

Si nous construisons les lieux représentés par ces équations (fig.318), nous obtiendrons pour $I$ une courbe à ordonnées toujours positives, qui rencontre l'axe des $X$ aux points $\varphi = \alpha$, $\frac{\pi}{2} + \alpha$, $\frac{2\pi}{2} + \alpha \cdots$ $\frac{n\pi}{2} + \alpha$. L'ordonnée est maximum et égale à $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} R_1$, lorsque

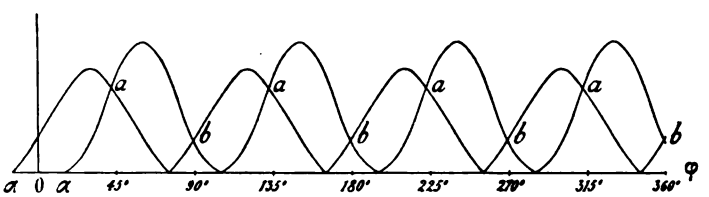


Fig. 318.

$\varphi = \frac{\pi}{4} + \alpha$ ou $\frac{n\pi}{4} + \alpha$. Pour $I'$ nous aurons une courbe semblable, mais qui rencontre l'axe des $x$ aux points $\varphi = -\alpha$, $\frac{\pi}{2} - \alpha$, $\frac{n\pi}{2} - \alpha$ etc., et dont l'ordonnée maximum est $\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} R_2$. Les courbes $I$ et $I'$ se coupent en huit points $a$ et $b$, lorsque $\varphi$ varie de zéro à $2\pi$; par conséquent, pour huit positions, l'intensité lumineuse aura la même valeur sur les deux cristaux juxtaposés. Si nous supposons $R_1 > R_2$, c'est-

à-dire le premier cristal plus biréfringent que le second, et si nous tournons la platine du microscope dans le sens des aiguilles d'une montre que nous prendrons comme positif, nous aurons quatre de ces positions (abcisses des points $a$), lorsque $\varphi$ possède certaines valeurs $\psi$, $\frac{\pi}{2}+\psi$, $\frac{2\pi}{2}+\psi$, etc. comprises entre $\alpha$ et $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}+\alpha$ et $\frac{3\pi}{4}$, etc., où les sections principales du polariseur ou de l'analyseur ont leur trace dans le plus grand angle formé par les directions $n_g'$, $n_g''$.

Nous obtiendrons encore quatre autres positions d'égale intensité lumineuse lorsque $\varphi$ possède les valeurs $\psi'$, $\frac{\pi}{2}+\psi'$, etc. (abcisses des points $b$) comprises entre zéro et $\alpha$, $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}+\alpha$, $\pi$ et $\pi+\alpha$, etc.

Les sections principales du polariseur ou de l'analyseur tombent alors dans l'angle aigu $n_g' n_g''$, du côté du minéral le plus biréfringent.

Lorsque $R_1 = R_2$, les ordonnées maxima des deux courbes sont les mêmes et les intersections se font lorsque $\varphi = 0$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ etc., c'est-à-dire lorsque la bissectrice de l'angle $n_g' n_g''$ coïncide avec la section de l'un des nicols, ou se trouve à 45° de celle-ci. Il est aisé de calculer les valeurs de $\varphi$ pour lesquelles $I = I'$, il suffit pour cela d'égaler les équations (1) et (2); nous aurons alors:

$$\sin^2 2(\varphi-\alpha)\sin^2\frac{\pi}{\lambda}R_1 = \sin^2 2(\varphi+\alpha)\sin^2\frac{\pi}{\lambda}R_2 \tag{3}$$

d'où l'on tire:

$$\frac{\sin 2(\varphi-\alpha)}{\sin 2(\varphi+\alpha)} = \pm\frac{\sin\frac{\pi}{\lambda}R_2}{\sin\frac{\pi}{\lambda}R_1},$$

Si l'on effectue les calculs, il vient alors selon qu'on attribue au deuxième membre le signe + ou —:

(4) avec le signe +

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \operatorname{tang} 2\alpha\,\frac{\sin\frac{\pi}{\lambda}R_1+\sin\frac{\pi}{\lambda}R_2}{\sin\frac{\pi}{\lambda}R_1-\sin\frac{\pi}{\lambda}R_2}$$

(5) avec le signe —

$$\operatorname{tang} 2\varphi' = \operatorname{tang} 2\alpha\,\frac{\sin\frac{\pi}{\lambda}R_1-\sin\frac{\pi}{\lambda}R_2}{\sin\frac{\pi}{\lambda}R_1+\sin\frac{\pi}{\lambda}R_2}.$$

Ces équations conduisent aux mêmes résultats que ci-dessus, et sont satisfaites chacune par quatre valeurs lorsque $\alpha$ varie de 0 à $2\pi$ soit:

$$\psi, \frac{\pi}{2} + \psi, \frac{2\pi}{2} + \psi, \frac{3\pi}{2} + \psi$$

et

$$\psi', \frac{\pi}{2} + \psi', \frac{2\pi}{2} + \psi', \frac{3\pi}{2} + \psi'.$$

Si nous prenons les plus petites valeurs de $\varphi$ ou de $\varphi'$, qui satisfont à ces équations, c'est-à-dire $\psi$ et $\psi'$, nous remarquons que l'on a:

$$\psi > \alpha \quad \text{et} \quad \psi' < \alpha,$$

par conséquent l'équation (4) fournit, pour l'éclairement commun, quatre positions pour lesquelles la section principale du polariseur ou de l'analyseur tombe en dehors de l'angle $2\alpha$, et l'équation (5) quatre autres valeurs où la section principale de l'un des nicols se trouve dans le plus petit angle $n_g' n_g''$.

L'éclairement commun de deux lames de même épaisseur est donc toujours possible en lumière monochromatique, quels que soient les retards $R_1$ et $R_2$ et la valeur de l'angle $\alpha$. Si les lames juxtaposées sont de même biréfringence, les ellipses découpées par chacune d'elles dans l'ellipsoïde inverse sont semblables, et comme le système possède une épaisseur uniforme, nous aurons évidemment $R_1 = R_2$. En introduisant ce résultat dans les équations (4) et (5) nous aurons: $\operatorname{tang} 2\varphi = \infty$, équation qui est satisfaite pour $\varphi = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$, etc., et $\operatorname{tang} 2\varphi' = 0$ qui est satisfaite pour $\varphi' = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ etc. Les positions d'égal éclairement sont obtenues dans ce cas lorsque la bissectrice de l'angle $2\alpha$ compris entre les directions $n_g'$ et $n_g''$ est parallèle ou à 45° de la section principale de l'un des nicols.

**240. Cas de la lumière blanche.** L'éclairement commun n'est en général plus possible lorsque les deux lames juxtaposées possèdent des retards différents pour les diverses couleurs. L'intensité lumineuse sur chacune d'elles, pour une position quelconque du système est, si nous faisons abstraction de la dispersion (a. 175, p. 185):

$$I = \sin^2 2(\varphi - \alpha) \sum \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} R_1$$

$$I' = \sin^2 2(\varphi + \alpha) \sum \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} R_2,$$

c'est-à-dire la somme des intensités lumineuses des diverses radiations que transmet l'analyseur. Les deux lames présenteront le phénomène

de la polarisation chromatique et n'auront en général pas la même couleur, ce qui empêchera d'égaliser les intensités lumineuses. Il existe cependant deux cas où cet éclairement commun est réalisable, à savoir:

1° Lorsque $R_1 = R_2$, dans ce cas les teintes des deux lames sont identiques, et nous aurons huit positions d'égale intensité lorsque la bissectrice de l'angle $2\alpha$ coïncide avec la section d'un nicol, ou se trouve à 45° de celle-ci.

2° Lorsque les retards $R_1$ et $R_2$ ne dépassent pas 150 à 200 $\mu.\mu$. Les teintes de polarisation sont alors très peu différentes, et il est encore possible de réaliser l'éclairement commun du système.

Les formules se simplifient dans ce cas, car on peut poser:

$$\sin \frac{\pi}{\lambda} R_1 = \frac{\pi}{\lambda} R_1,$$

et comme d'autre part le retard $R$ est lié à l'épaisseur $e$ et à la biréfringence $B$ par la relation $R = eB$, il viendra, si dans les formules (4) et (5) on tient compte de ces simplifications:

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \operatorname{tang} 2\alpha \frac{B_1 + B_2}{B_1 - B_2}$$

$$\operatorname{tang} 2\varphi' = \operatorname{tang} 2\alpha \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2}$$

formules qui nous fournissent, comme précédemment, huit positions d'éclairement commun.

Lorsque les deux lames sont identiques, nous aurons $B_1 = B_2$ et les formules deviennent:

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \infty \quad \text{et} \quad \operatorname{tang} 2\varphi' = 0$$

ce qui montre que l'éclairement commun se produit si la bissectrice de l'angle $2\alpha$ compris entre $n_g'$ et $n_g''$ fait avec la trace des sections principales des nicols des angles $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ou $(2n+1)\frac{\pi}{4}$ et $\varphi' = 0, \pi$ etc.

## § 2. ÉCLAIREMENT COMMUN DES LAMES JUXTAPOSÉES SE RECOUVRANT EN PARTIE.[1]

**241. Intensité lumineuse des plages complexes.** Nous venons de voir que deux lames juxtaposées présentent des positions d'égal éclairement commun; il arrive souvent aussi que ces deux lames se recouvrent légèrement, suivant la façon dont la section a été orientée. Ce cas est fréquent chez les cristaux maclés, sur les sections taillées obliquement sur le plan de jonction, il devient alors intéressant de com-

[1] A. Michel-Lévy, Les minéraux des roches. p. 78. Paris 1888.

parer l'intensité lumineuse de la plage de recouvrement avec celle des deux lames non recouvertes. Nous avons vu (a. 179, p. 195) qu'un système de lames minces superposées se comporte comme s'il transmettait une vibration elliptique, et présente alors des maxima et des minima d'intensité lumineuse comme une lame cristalline quelconque. On peut alors se demander, si parmi les différentes valeurs que peut prendre cette intensité, il ne s'en trouve pas une qui soit égale à celles des deux lames.

Nous avons montré (a. 179, p. 195) que dans le cas de lames minces superposées et faiblement biréfringentes d'épaisseur $e_1$ et $e_2$, l'intensité de la lumière transmise par l'analyseur est:

$$I = \frac{\pi^2}{\lambda^2}(e_1 B_1 \sin 2\theta_1 + e_2 B_2 \sin 2\theta_2)^2. \tag{1}$$

$\theta_1$ et $\theta_2$ (fig. 319) étant les angles compris entre la section principale du polariseur et les lignes d'extinctions positives des deux lames.

L'intensité lumineuse sur chacune des lamelles sera, en remarquant (fig. 320) que leur épaisseur est la même que celle du système dans la plage de superposition

$$I_1 = \frac{\pi^2}{\lambda^2}(e_1 + e_2)^2 B_1^2 \sin^2 2\theta_1$$

$$I_2 = \frac{\pi^2}{\lambda^2}(e_1 + e_2)^2 B_2^2 \sin^2 2\theta_2 .$$

$e_1$ et $e_2$ ayant la signification qu'indique la fig. 320. Ces équations combinées avec la relation (1) donnent:

$$I = \left(\frac{e_1}{e_1 + e_2}\sqrt{I_1} \pm \frac{e_2}{e_1 + e_2}\sqrt{I_2}\right)^2 .$$

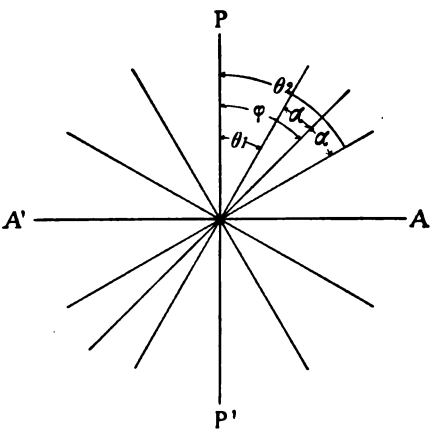


Fig. 319.

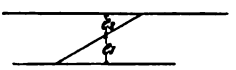


Fig. 320.

**242. Positions d'égale intensité lumineuse du système.** Si nous supposons le système placé de sorte que l'égal éclairement soit réalisé pour les deux lamelles juxtaposées $I_1 = I_2 = I'$, ($I'$ désignant la valeur de l'intensité lumineuse réalisée,) pour l'une des quatre positions $\psi$, $\psi + \frac{\pi}{2}$ etc. obtenues en attribuant au deuxième membre de l'équation précédente le signe $+$, il viendra:

$$I = I'\left(\frac{e_1 + e_2}{e_1 + e_2}\right)^2$$

ce qui montre que la plage complexe présentera la même intensité lumineuse que les deux autres lames et ne saurait être distinguée, l'éclairement étant uniforme.

Si $I_1 = I_2 = I'$ pour les valeurs $v'$, $v' - \frac{\pi}{2}$ obtenues en attribuant au second membre de 3 le signe —, il vient

$$I = I'\left(\frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_2}\right)^2.$$

l'intensité sera moindre que celle sur chacune des lames juxtaposées et nulle si $e_1 = e_2$.

## § 3. APPLICATIONS PRATIQUES DES ÉCLAIREMENTS COMMUNS.

**243. Résumé relatif aux éclairements communs.** Il convient de résumer maintenant les points principaux acquis par les discussions qui précèdent.

Pour des lames minces juxtaposées, faiblement biréfringentes et se superposant en partie, il existe, aussi bien en lumière blanche qu'en lumière monochromatique, huit positions d'égale intensité lumineuse.

Quatre de ces positions sont réalisées, lorsque la section principale du polariseur ou de l'analyseur tombe en dehors du plus petit angle $2\alpha$ compris entre les directions $n_g'$ et $n_g''$ des deux lames, et fait avec la bissectrice de ce dernier un angle donné par la relation:

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \operatorname{tang} 2\alpha \frac{B_1 + B_2}{B_1 - B_2}.$$

En outre, sur la région où les lames se superposent pour former une plage complexe, l'intensité lumineuse de celle-ci présente la même valeur que celle des lames juxtaposées, toute la section paraît alors uniformément éclairée et composée d'un seul individu.

Quatre autres positions d'égale intensité lumineuse des deux lamelles juxtaposées sont obtenues lorsque la section principale du polariseur ou de l'analyseur tombe dans l'angle $2\alpha$, et fait avec la bissectrice de celui-ci un angle $\varphi'$ compté du côté de l'individu le plus biréfringent et donné par l'équation:

$$\operatorname{tang} 2\varphi' = \operatorname{tang} 2\alpha \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2}.$$

L'éclairement commun ne se produit alors plus pour les plages complexes de recouvrement, qui auront une intensité lumineuse moindre que celle des lamelles juxtaposées et apparaîtront avec une teinte

plus sombre. L'intensité y sera nulle aux points où $e_1 = e_2$, c'est-à-dire où les épaisseurs superposées sont égales.

Lorsque les biréfringences des lames juxtaposées sont identiques, les positions d'égal éclairement commun sont celles où la bissectrice de l'angle $2\alpha$ se trouve à 45° ou à zéro des sections principales des nicols. Dans le premier cas, l'égal éclairement se produit pour les plages complexes et la section paraît formée d'un cristal unique. Dans le second, l'éclairement commun sur les plages superposées n'est pas réalisé, la teinte y est plus sombre, et l'intensité est nulle en tous les points si $e_1 = e_2$.

**244. Applications pratiques.** Les éclairements communs fournissent un moyen d'investigation précieux pour l'examen des macles, et ceci tout particulièrement pour la détermination des feldspaths.[1] Ils permettent de trouver tout d'abord les sections maclées qui sont taillées normalement au plan de jonction (macle de l'albite). Celui-ci étant un plan de symétrie optique, l'éclairement commun se produira lorsqu'il se trouvera à 0°, ou 45° des sections principales des nicols.

Les éclairements communs permettent en outre de déceler la présence simultanée de différentes macles (albite, Karlsbad), et de rechercher leurs zones de symétrie. Les recouvrements donnent un moyen de préciser la position de certaines lignes directrices (macle de Karlsbad), enfin les éclairements communs des cristaux zonés, conduisent à préciser l'orientation de certaines sections, et à fixer le signe de leurs extinctions (plagioclases zonés).

## CHAPITRE XII.

## MÉTHODES DE M. DE FÉDOROW.[2]

**§ 1. But à atteindre et instruments. § 2. Méthodes basées sur l'emploi de la platine à deux axes de rotation. § 3. Méthodes basées sur l'emploi de la platine à trois axes de rotation.**

### § 1. BUT A ATTEINDRE ET INSTRUMENTS NÉCESSAIRES.

**245. Généralités sur les méthodes.** Le problème qu'a résolu M. de Fédorow par les méthodes que nous allons exposer, est celui de la détermination de la position de l'ellipsoïde et de la grandeur des axes optiques d'un minéral, au moyen d'une seule section taillée d'une

[1] A. Michel-Lévy, Etude sur la détermination des feldspaths. I. Paris. 1894; II. 1896.

[2] E. v. Fédorow, Zeitsch. f. Kryst. 24. 1894, 235; 25. 1895, 351; 26. 1896, 221—261, 337—398.

manière quelconque, en utilisant pour cela exclusivement la lumière parallèle. Lorsqu'on aura relevé la situation des axes de l'ellipsoïde relativement à la normale à la section et à une ligne directrice convenable contenue dans son plan, telle que la trace d'un clivage, ou d'un plan de macle, l'allongement etc., on pourra, si on connaît l'orientation de la lame, fixer avec précision la position qu'occupe dans le cristal l'ellipsoïde optique.

Pour effectuer les déterminations nécessaires, M. de Fédorow substitue à la platine ordinaire du microscope, une platine basée sur le principe du théodolite, qui permet de placer la lame dans n'importe quelle position; l'auteur a été amené à proposer successivement une première platine avec deux axes et une seconde avec trois axes de rotation; il emploie également avec avantage un microscope polarisant à nicols tournants, ce qui n'exclut nullement d'ailleurs l'utilisation d'un microscope quelconque d'un autre type, dont le tirage est suffisant.

**246. Platine à deux axes de rotation.** Cet appareil qui est représenté (fig. 321) a déjà été décrit (a. 216, p. 238); nous rappellerons seulement qu'il permet d'imprimer à la lame une double rotation, la première autour d'un axe $J$ parallèle à son plan et qui aboutit au bouton $k$, la deuxième autour d'un axe $M$ perpendiculaire, par rotation du disque $O$ dans ce plan.

Fig. 321. Petite platine à deux axes de M. de Fédorow. (R. Fuess à Berlin.)

**247. Platine à trois axes de rotation** (fig. 322). Comme dans l'instrument précédemment décrit, la lame placée sur le disque de verre $d$ peut tourner autour d'un axe horizontal $J$, et d'un axe $M$ perpendiculaire à celui-ci. Les déplacements pour la rotation autour de $J$, se mesurent sur le cercle gradué $T$ et le vernier $V$, ceux autour de l'axe $M$, sur la division que porte la platine tournante $P$ et le vernier $V'$. La vis $a$ permet de fixer la platine dans une position quelconque, celle $c$ qui agit sur une pince sert à communiquer des petites rotations autour de $J$. La platine $P$ est évidée et supporte le disque de verre sur lequel on fixe la lame, ce disque peut tourner autour d'un axe auxiliaire $H$, qu'une double rotation autour de $J$ et de $M$ peut placer dans une position quelconque; la vis d'arrêt $R$ sert à empêcher tout mouvement autour de cet axe $H$. Enfin la lame peut encore se mouvoir dans son propre plan autour d'un axe $G$ normal à $H$, en agissant directement sur le disque de verre qui la supporte (dont $n = 1{,}523$), la rotation imprimée est mesurée

par le déplacement d'un index sur la graduation de l'anneau métallique dans lequel ce disque est enchassé.

La préparation à étudier est montée sur des porte-objets de forme ronde, d'environ 20 mm. de diamètre faits d'un verre dont $n = 1{,}523$; elle est fixée sur l'une ou l'autre des platines par adhérence directe au moyen d'une petite goutte de glycérine. Pour augmenter le champ, c'est-à-dire l'angle d'inclinaison qu'il est possible de donner à la lame pour permettre l'observation de la lumière

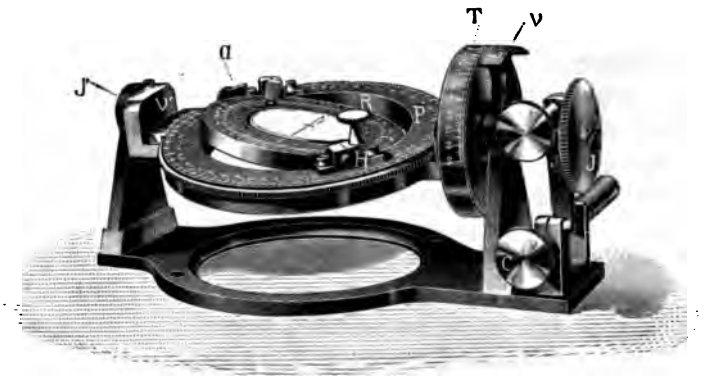



Fig. 322. Grande platine de M. DE FÉDOROW à trois axes de rotation. Modèle de la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE à Genève.

transmise, on place encore (fig. 323), au-dessus et au-dessous de la préparation, deux calottes sphériques de verre de même indice $n = 1{,}523$ que celui du porte-objet, taillées dans une sphère d'environ 8 m.m. de diamètre; on les fixe également par adhérence. Ces calottes sont taillées de telle façon que leur centre se trouve sur le plan du minéral par lequel doit d'ailleurs passer l'axe $J$. Pour que cette dernière condition soit réalisée, la platine doit être construite de manière à ce que le plan du disque de verre sur lequel on colle les préparations se trouve à environ un millimètre au-dessous de l'axe $J$, l'épaisseur des porte-objets atteignant généralement cette valeur.

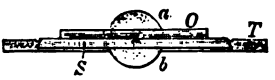



Fig. 323.

## § 2. MÉTHODES BASÉES SUR L'EMPLOI DE LA PLATINE A DEUX AXES DE ROTATION.

**248. Réglage de l'instrument.** Pour pouvoir procéder aux opérations nécessaires, il faut tout d'abord fixer l'instrument sur la platine du microscope, ce qui se fait au moyen de vis de serrage ou de fortes pinces à ressort. L'axe $J$ doit être placé ensuite parallèlement

à la section principale de l'un des nicols, par exemple à celle qui coïncide avec la direction Est-Ouest de l'un des fils du réticule. On arrivera facilement à ce résultat en procédant comme il a été dit (p. 238), il faudra alors relever soigneusement la position qu'occupe la platine du microscope, afin de pouvoir placer ensuite l'axe $J$ dans n'importe quelle situation connue relativement aux sections principales des nicols.

Il reste encore à déterminer quelle est la graduation du cercle vertical $T$ qui correspond à la position où la platine auxiliaire est normale à l'axe du microscope. On peut dans ce but procéder de différentes manières; si la platine du microscope possède un chariot, il suffira de déplacer horizontalement la platine de Fédorow, en cherchant la position pour laquelle tous les points du disque de verre seront vus nettement, sans élever ou abaisser le tube du microscope. On pourra également recourir à l'autocollimation; pour cela on intercale la lentille de Bertrand, et l'on remplace l'oculaire ordinaire par un tube portant un réticule et un oculaire de Gauss. Celui-ci (fig. 324) est un oculaire positif, entre les lentilles duquel on a placé une mince lame de verre inclinée de 45°, qui sert à renvoyer dans l'axe de la lunette les rayons provenant d'une source lumineuse quelconque placée latéralement. Si la lentille de Bertrand est dans une position convenable, on verra alors le réticule coïncider avec son image réfléchie par le disque de verre de la platine, lorsque cette dernière est perpendiculaire à l'axe du microscope. Nous nous servons avec avantage pour l'éclairage latéral d'une petite lampe à incandescence, que nous tenons à la main vis-à-vis de l'orifice latéral de l'oculaire.

Fig. 324.

La platine étant réglée, il reste à fixer les demi-boules ainsi que la préparation. On commence par adapter la demi-boule inférieure; on reconnaît qu'elle est centrée lorsque le cercle lumineux que l'on voit dans le champ du microscope avec un objectif faible, reste centré en faisant tourner la platine. La préparation est ensuite collée à la glycérine sur la partie supérieure du disque, de façon à ce que le minéral à étudier coïncide avec le centre du champ, puis on adapte la demi-boule supérieure; celle-ci sera centrée lorsqu'un point qui coïncidait primitivement avec le centre du champ se retrouvera de nouveau dans la même situation. Pour la fixation des demi-boules, nous employons de préférence à la glycérine, l'huile de cèdre qui est plus visqueuse et donne une meilleure adhérence.

**249. Principe de la méthode.** Il est évident que si l'on connaît

la position qu'occupent les deux axes optiques relativement à la lame, la situation des axes principaux de l'ellipsoïde s'obtiendra sans difficulté, car comme on le sait, deux d'entre eux bissèquent les angles des axes optiques, et le troisième qui est $n_m$, est perpendiculaire au plan des deux autres.

Nous avons vu que les courbes d'égales extinctions se coupent aux pôles des axes optiques; cette observation nous permettra de relever expérimentalement la position de l'un de ces axes, en construisant, sur une projection stéréographique, une série de courbes d'égales extinctions que la platine à deux axes de rotation permet d'obtenir aisément. L'intersection de ces courbes sur le plan de projection fixera la position de l'un des axes optiques; celle du second se trouvera ensuite par l'expérience, en appliquant judicieusement le théorème de Fresnel.

**250. Recherche du premier axe optique.** La platine étant horizontale, et l'axe $J$ placé parallèlement à la section principale de l'un des nicols, on amène la lame à l'extinction, en se servant pour cela de la rotation autour de l'axe $M$. Les lignes d'extinction sont à ce moment, parallèles à $J$ et à sa perpendiculaire. Si l'on imprime autour de $M$ une rotation $\alpha$ de 5° ou 10° par exemple, la lumière est rétablie et pour obtenir l'extinction, il faudra tourner d'un angle déterminé $\pm\beta$ et dans un certain sens, la lame autour de l'axe $J$. On répétera l'opération un certain nombre de fois; pour diverses rotations $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ etc. de la lame dans son plan autour de $M$, on obtiendra des inclinaisons $\pm\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$ etc. autour de $J$. Si nous apportons à ces angles $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$ les corrections que nécessite la réfraction, ceux-ci prendront alors des valeurs $\beta'_1$, $\beta'_2$, $\beta'_3$ qui se calculeront par la formule connue:

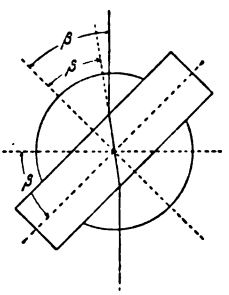


Fig. 325.

$$\frac{\sin\beta}{\sin\beta'} = \frac{n}{\mu}.$$

$n$ étant l'indice moyen du minéral, et $\mu$ celui du verre des demi-boules (fig. 325).

Les angles $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ etc. et $\beta_1'$, $\beta_2'$, $\beta_3'$ etc. sont les coordonnées des pôles des sections qui s'éteindraient à zéro relativement à la trace de leurs intersections avec le plan de la lame placée sur la platine. En effet, si nous imprimons à une certaine section $ss's''$ (fig. 326) une rotation $\alpha$, sa trace $ss''$ qui est perpendiculaire à celle du plan contenant son pôle $a$ et celui $o$ du plan de projection, viendra en

$xx'$ (fig. 326) parallèlement à l'axe $J$, tandis que son pôle vient en $a'$, sur le plan $yy'$ perpendiculaire à $J$. Ce parallélisme se conservera dans la rotation $\beta$ mesurée par l'arc $oa'$ que l'on imprime à cette lame pour l'amener à l'extinction. En somme, ces deux rotations $\alpha$ et $\beta$ autour des axes $M$ et $J$, ont pour effet de faire coïncider avec le centre d'une épure stéréographique, les pôles des sections qui s'éteignent parallèlement à l'axe $J$, et par conséquent parallèlement à leur intersection avec le plan de la lame sur laquelle on a fait les observations. Les valeurs $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ et $\beta'_1$, $\beta'_2$, $\beta'_3$ etc. peuvent être portées sur une épure, et définiront une série de points $a_1$, $a_2$, $a_3$ qui sont les projections des pôles amenés au centre de figure par la double rotation indiquée. Les faces qui correspondent à ces pôles,

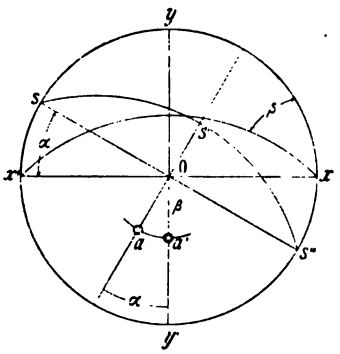



Fig. 326.

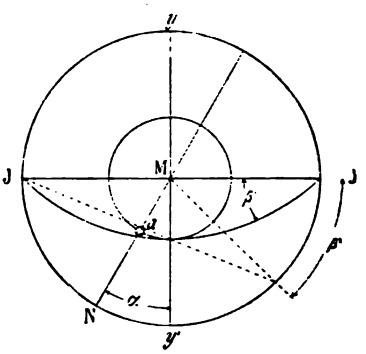



Fig. 327.

s'éteindraient à zéro par rapport à leur intersection avec le plan horizontal. En réunissant maintenant tous ces points par une courbe, celle-ci constituera la courbe d'égale extinction zéro; elle passera par le centre de l'épure et par le pôle de l'un des axes optiques.

La construction pratique de l'un des points $a_1$, $a_2$, $a_3$ etc. est fort simple (fig. 327). Celui-ci se trouve sur une droite faisant un angle $\alpha$ avec la normale $yy'$ à l'axe $J$ et placée de telle sorte, qu'après la rotation autour de $M$, le pôle arrive sur la perpendiculaire à $J$. L'angle $\alpha$ doit donc être porté à partir de $yy'$, *en sens inverse de la rotation*, et un point quelconque comme $a$ se trouvera enfin à l'intersection de la droite $MN$ avec un petit cercle parallèle au plan de projection, d'ouverture $\beta'$ mesurant la rotation (corrigée de la réfraction) qu'il faut imprimer autour de $J$ pour amener le pôle au centre de projection, après que la rotation autour de $M$ l'avait placé sur $yy'$. La valeur de $\beta'$ doit être également reportée en sens inverse de la rotation imprimée, ce qui se comprend aisément après ce qui a été dit.

Pour trouver maintenant le pôle de l'axe optique qui est situé quelque part sur la courbe que l'on vient de construire, il faut, par le même procédé, rechercher la position d'une seconde courbe d'extinction. Pour cela, on place $J$ dans une nouvelle situation relativement aux sections principales des nicols (à 20° ou 40° par exemple), et l'on répète exactement les mêmes opérations. On pourra de la sorte construire par exemple les courbes d'égales extinctions 20° et 40° (fig. 328); elles passent par les axes optiques, qui se trouvent à leur intersection. On vérifiera la position assignée à l'un des axes optiques, en construisant plusieurs courbes pour des positions de $J$ faisant des angles de 10°, 20°, 30°, 40°, 50° etc. avec sa situation initiale. Ces courbes se coupent rarement au même point, on placera en conséquence le pôle de l'axe optique au centre de gravité du polygone curviligne qu'elles forment. On aura soin également de reporter sur la projection la trace d'une ligne directrice $tt'$ observée sur la lame, telle qu'un clivage, plan de macle etc., en mesurant pour cela à l'aide de la platine tournante du microscope, l'angle $\gamma$ qu'elle fait avec la trace de $J$, quand on aura ramené la plaque dans sa situation primitive.

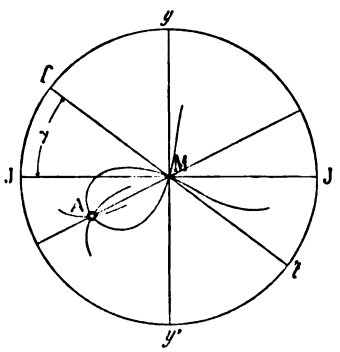


Fig. 328.

On pourra maintenant en faisant les constructions nécessaires, relever sur la projection la position qu'occupe l'axe optique $A$ trouvé par rapport à la ligne directrice de la lame et à sa normale, et on pourra lire également la rotation qu'il faudrait imprimer à cette lame pour que l'axe optique arrive au centre du champ du microscope. Il est toujours bon de faire cette opération comme vérification; en effet, si la position de l'axe optique a été bien fixée, les deux rotations qui seront nécessaires pour amener cet axe au centre du champ, sont exactement connues et celles-ci effectuées, en enlevant l'oculaire du microscope, on doit voir alors la figure caractéristique d'un axe optique en lumière convergente (voir Chap. VIII, § 3).

**251. Recherche du deuxième axe optique.** Elle est basée sur le théorème de Fresnel, et s'exécute comme suit: Par une rotation de la lame autour de l'axe $M$, on amène l'axe optique trouvé que nous désignons par $A$, dans le plan $yy'$ perpendiculaire à l'axe $J$; l'angle $AMy'$ dont il faut tourner (fig. 328) se lit directement sur le cercle de base de la projection. Il est bien évident qu'avant la rotation, la plaque doit être ramenée dans sa position initiale.

La lumière est alors rétablie et pour ramener l'obscurité, il faudra tourner les nicols ou la platine du microscope d'un certain angle $\varepsilon$, qui n'est autre chose que celui compris entre le plan normal à $J$ (fig. 329) et l'un des plans $ME$ ou $ME'$ bissecteurs du dièdre construit en menant par les deux axes optiques $A$ et $B$ des plans normaux à la section. Portons maintenant à partir de la trace $MA$, un angle $2\varepsilon$ du côté où se fait l'extinction; nous aurons en $MN$ la trace du plan qui contient le deuxième axe optique. Il nous reste encore à préciser la position qu'occupe sur cette trace ce deuxième axe $B$. Remarquons qu'en vertu du théorème de Fresnel, l'angle d'extinction aura exactement la valeur de 45°, lorsque cet axe optique $B$ sera contenu dans le plan $JM$, à la condition toutefois que l'axe

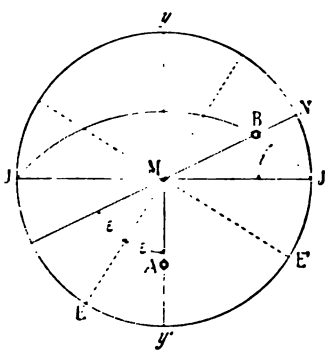


Fig. 329.

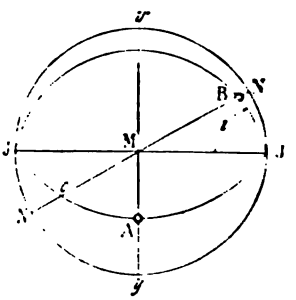


Fig. 330.

optique $A$ reste dans le plan perpendiculaire à $J$, car alors les deux plans bissecteurs du dièdre rectangle $BMA$ seront situés à 45° de la trace de $J$. Après avoir placé $J$ dans sa situation initiale par rapport aux nicols et la lame horizontale avec l'axe $A$ dans le plan normal à $J$, on mettra cet axe à 45° des sections des nicols, soit en tournant ceux-ci, soit par une rotation de la platine du microscope. Faisant ensuite mouvoir la lame autour de $J$ d'un certain angle $i$ (fig 330), on amènera celle-ci à sa position d'extinction, ce qui aura lieu quand l'axe $B$ se trouvera dans le plan $JMJ$. Cet angle $i$ mesure alors celui compris entre les plans $JMJ$ et $JBJ$. Si l'on construit un plan $JBJ$, incliné de cet angle $i$ corrigé de la réfraction et reporté en sens inverse de la rotation, on obtient l'axe $B$ à l'intersection du cercle qui le représente et de la droite $MB$. Il reste encore à préciser le signe optique, ce qui peut aisément se faire en amenant, par des rotations convenables lues sur la projection, l'une des bissectrices à se trouver perpendiculaire sur l'axe du microscope et à 45° de son extinction. Avec l'aide du

mica quart d'onde, on déterminera alors par la méthode usuelle si cette bissectrice correspond à $n_g$ ou à $n_p$.

Il arrive souvent que le procédé qui vient d'être indiqué pour trouver le second axe optique $B$ échoue; c'est particulièrement le cas lorsque son inclinaison sur le plan de la lame est telle, que le phénomène de la réflexion totale empêche la détermination de l'angle $i$ (fig. 330) par rotation autour de $J$ lorsque les nicols sont à 45° de cet axe. On obtiendrait bien, il est vrai, une position d'extinction en tournant autour de $J$, mais celle-ci coïnciderait alors avec celle pour laquelle l'axe $A$ déjà trouvé vient se placer au centre de l'épure. Si l'on construisait la projection stéréographique sur ces données, on pourrait croire alors que le second axe optique est situé à l'intersection $c$ d'un cercle méridien passant par $J$ et $A$ avec la trace $MN$ du plan

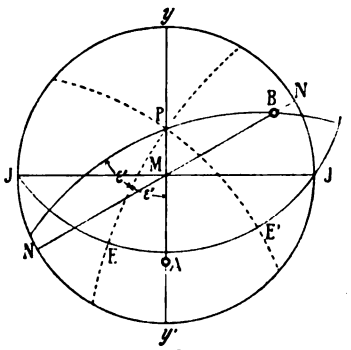


Fig. 331.

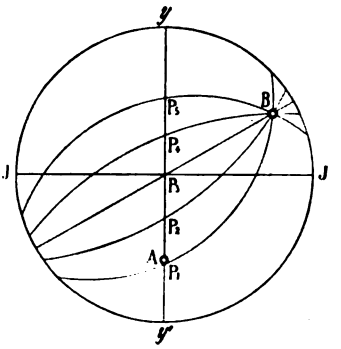


Fig. 332.

contenant le deuxième axe optique $B$. Une simple vérification faite en lumière convergente comme il a été indiqué, après avoir amené l'axe optique $B$ supposé au centre du champ du microscope, permettra de constater immédiatement l'erreur. Pour fixer alors la position de cet axe, il faut recourir à une autre méthode, basée également sur le théorème de Fresnel. Une section quelconque dont le pôle $P$ ainsi que l'axe optique $A$ déjà trouvé sont situés sur le cercle perpendiculaire à $J$ (fig. 331), s'éteindra suivant deux directions dont les pôles se projettent en $E$ et $E'$, l'une d'elles fait avec la trace du plan passant par $P$ et $A$ un angle $\varepsilon'$. Le plan $PE$ bissèque l'angle $2\varepsilon'$ du dièdre construit par la normale à la section et les deux axes optiques $A$ et $B$. Cet axe $B$ est donc situé à l'intersection de la droite $MN$ dont la position a déja été déterminée, avec la projection du plan qui fait avec celui $PA$ un angle $2\varepsilon'$. En d'autres termes, cela équivaut à dire que les différentes sections dont les pôles s'échelonnent en $P_1 P_2 P_3$ sur le grand cercle perpendiculaire à $J$, s'éteindront suivant les traces des plans bissecteurs des dièdres obtenus en menant par ces pôles et les axes optiques, des

plans normaux à ces sections. L'axe optique $B$ nous apparaît désormais comme étant situé à l'intersection d'une série de grands cercles (fig. 332) $P_1B$, $P_2B$ etc., que nous pourrons aisément tracer, si nous connaissons les angles $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$, $\varepsilon_3$ d'extinction des différentes faces de la zone. Plusieurs moyens sont possibles pour construire ces grands cercles, lorsqu'on a préalablement mesuré les angles d'extinction $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ pour différentes inclinaisons $i_1, i_2, i_3$ etc. autour de l'axe $J$; ce dernier ayant été placé parallèlement à la section principale de l'un des nicols et l'axe optique $A$ ayant été ramené dans le plan $yy'$ qui lui est perpendiculaire.

Pour simplifier les constructions, on prend pour les inclinaisons des valeurs entières telles que 10°, 20°, 30° etc., mais il faudra en réalité incliner la lame pour cela non pas des angles $i_1 i_2 i_3$ mais bien de $i_1' i_2' i_3'$ etc. donnés par la relation $\sin i' = \frac{n}{\mu} \sin i$. Pour construire ces grands

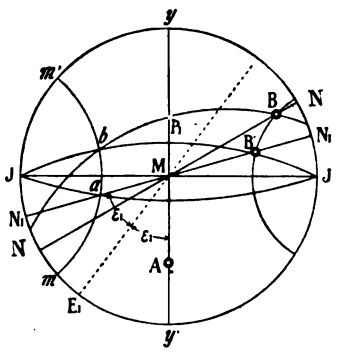


Fig. 333.

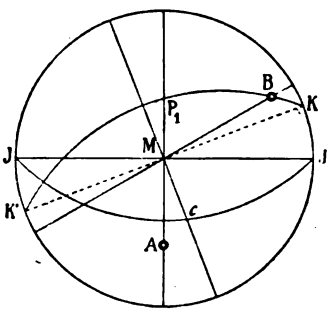


Fig. 334.

cercles portons à partir de la droite $MA$, et du côté où se fait l'extinction, une ligne $MN_1$ (fig. 333) faisant avec $MA$ l'angle $2\varepsilon_1$ double de celui mesuré pour la section dont le pôle est figuré en $P_1$; cette droite est la projection d'un plan passant par $P_1$ et l'axe optique $B$, qui se trouve alors en $B'$ lorsque le pôle $P_1$ est ramené au centre de la projection. Ce plan se projettera comme un grand cercle (contenant l'axe optique $B$) si le pôle est ramené à sa situation initiale $P_1$. Dans la rotation imprimée à la lame autour de $J$, chacun des points de la droite $MN_1$ se meut d'un angle égal sur un petit cercle dont le plan est perpendiculaire à $J$, et l'on obtiendra le nombre de points qui suffisent avec le pôle diamétralement opposé de $P_1$ pour tracer le cercle $P_1B$, en construisant l'un quelconque $mm'$ de ces petits cercles, et en portant sur celui-ci à partir de son intersection avec la droite $MN_1$ un arc $ab$ égal à l'angle de rotation $MP_1$. Ces constructions comme toutes les précédentes sont facilitées par l'emploi des canevas stéréographiques.

On choisit dans ce cas sur ces diagrammes un ou plusieurs points situés comme $a$, à l'intersection de $MN_1$ avec un des petits cercles parallèles dont le plan est normal à $J$ et l'on porte sur ceux-ci en se servant des longitudes, un des arc $ab$ mesurant la rotation $MP_1$. On obtient ainsi aisément les points nécessaires à la construction du grand cercle $P_1B$.

On peut aussi employer le procédé suivant: On mène (fig. 334) d'abord un grand cercle perpendiculaire au pôle $P_1$; il passera par l'axe $J$, et contiendra le pôle $c$ du cercle $P_1B$ à une distance $cJ$ du pôle de $J$, mesurée par l'axe $cJ = 2\varepsilon_1$. La perpendiculaire $KK'$ à la droite $cM$, sera la trace du cercle $P_1B$ sur le plan de projection, et fournit par les points $K$ et $K'$, le moyen de construire le cercle $P_1B$.

La méthode qui vient d'être décrite permet de vérifier si l'axe $A$ a été déterminé avec une assez grande précision, car avec un écart de 1°—2° dans l'évaluation de la position du plan $MA$ qui le contient, les divers grands cercles construits par $P_1P_2P_3$ etc. ne se coupent plus en un seul point. Si ce cas se présentait, il faudrait alors recommencer la détermination de l'axe $B$, après avoir fait tourner la lame d'un petit angle dans un sens ou dans l'autre, jusqu'à ce que les grands cercles obtenus se coupent sur la droite $MN$ en un seul et même point.

**252. Cas des sections voisines du plan des axes optiques.** Lorsque les deux axes optiques sortent du champ des observations possibles, le premier axe ne peut être recherché par la méthode des courbes d'égales extinctions; ce cas sera réalisé en particulier lorsque le plan des axes optiques est plus ou moins voisin de celui de la lame. Dans ces conditions, si l'on connaît déjà à peu près la valeur de l'angle $2V$, on pourra déterminer l'orientation du plan des axes optiques en se servant de la biréfringence. Pour cela on incline la lame autour de l'axe $J$ d'un petit angle, puis on la tourne dans son propre plan autour de l'axe $M$, en observant les variations des teintes de polarisation; on relève ensuite la position qu'elle occupe lorsque la teinte la plus élevée apparaît. On répète la même opération pour des sections inclinées d'angles $i_1$, $i_2$, $i_3$ corrigés de la réfraction, et on détermine chaque fois au moyen du compensateur à lames de mica (a. 196, p. 213), la valeur du retard $R_1$, $R_2$, $R_3$. Ce retard étant lié à l'épaisseur $e$ et à la biréfringence $n_g' - n_p'$ par la relation:

$$R = e(n_g' - n_p'),$$

nous obtiendrions la valeur maximum de $n_g' - n_p'$ par celle de $R$, à la condition que $e$ soit invariable, ce qui n'est évidemment pas le cas ici, car la lumière qui traverse la lame effectue dans celle-ci des trajets différents, qui dépendent de son inclinaison. La valeur maximum de la

biréfringence peut cependant s'obtenir assez facilement, car pour une inclinaison quelconque, le retard sera:

$$R = e'(n_g' - n_p')$$

$e'$ désignant la longueur du trajet de la lumière dans la lame d'épaisseur $e$, d'après la fig. 335 on a:

$$R = \frac{e}{\cos i'}(n_g' - n_p').$$

De cette relation, on tire:

$$R \cos i' = e(n_g' - n_p')$$

qui nous montre que la biréfringence est proportionnelle à la projection d'un vecteur dont la longueur représenterait le retard. Dans ces conditions, pour trouver l'inclinaison qu'il faut donner à la lame pour obtenir la biréfringence maximum $n_g - n_p$, il suffit de construire la courbe des retards en reportant leur valeurs mesurées $R_1$, $R_2$, $R_3$ sur divers vecteurs faisant avec la droite $oX$ des angles $i_1$, $i_2$, $i_3$ corrigés de la réfraction (fig. 336). La projection de ces vecteurs étant proportionnelle à la biréfringence, l'inclinaison pour laquelle nous aurons la biréfringence maximum sera celle de la droite $oc$ qui joint l'origine $o$ avec le point de contact $c$ de la tangente à la courbe perpendiculaire sur $oX$ Cette donnée nous fournit donc l'inclinaison du plan des axes optiques sur celui de la section. Il reste à obtenir son orientation, ce qui se fait en tournant d'abord la lame autour de $J$ de l'angle $coX = I$ (en tenant compte de la réfraction), puis autour de $M$ d'un angle $\alpha$ à partir de la position initiale de la lame, jusqu'à ce que la teinte de polarisation la plus élevée apparaisse. On a ainsi deux angles qui fixent la position du pôle de $n_m$ relativement à la trace du plan perpendiculaire à $J$. Si l'on reporte ces valeurs en sens inverse des rotations, nous aurons la position qu'occupait $n_m$ avant celles-ci, et l'on peut relever sa situation relativement à une ligne directrice de la lame et à sa normale. Le cercle normal à $n_m$ construit, nous aurons la projection du plan des axes optiques sur laquelle nous pourrons indiquer les positions de $n_g$ et $n_p$ données par les extinctions de la lame. A cet effet, on oriente celle-ci de façon à ce que le plan des axes optiques soit perpendicu-

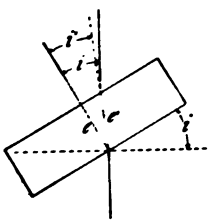


Fig. 335.

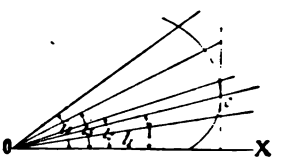



Fig. 336.

laire à l'axe du microscope, et détermine, au moyen du mica quart d'onde, celle des deux extinctions qui correspond à $n_g$ ou à $n_p$. Si enfin on a déjà une idée de la valeur de l'angle des axes optiques, on les reportera sur la projection, et déterminera la rotation à effectuer autour de $M$ pour amener l'un d'eux dans le plan perpendiculaire à $J$. On utilisera ensuite les procédés antérieurement décrits pour trouver le second axe optique.

## § 3. MÉTHODES BASÉES SUR L'EMPLOI DE LA PLATINE A TROIS AXES DE ROTATION.

**253. Réglage de l'instrument.** L'instrument se fixe sur la platine du microscope par de fortes pinces à ressort, ou mieux par des vis de pression. L'axe $J$ doit être placé parallèlement à la section principale de l'un des nicols, et l'axe $M$ doit coïncider avec celui du microscope lorsque la petite table de la platine est horizontale. On obtient ce résultat, en procédant exactement comme il a été dit précédemment pour le réglage de la platine à deux axes. Il faut encore fixer la position qu'occupe autour de l'axe $M$ la platine qui supporte l'axe auxiliaire $H$, lorsque ce dernier est parallèle à $J$. Pour cela, on tourne autour de $M$ de façon à amener l'axe $H$ à peu près parallèle à $J$ qui lui-même coïncide avec la section principale de l'un des nicols; puis en imprimant une rotation au disque de verre autour de l'axe $G$, on fait coïncider l'un des traits gravés sur celui-ci avec la trace de $J$ indiquée par l'un des fils du réticule. La coïncidence doit persister après le retournement autour de $H$, si elle n'est pas réalisée, on tourne la platine autour de $M$ et de $G$ pour la ramener, et on répète l'opération autant de fois que cela est nécessaire. On note alors la situation qu'occupent les nicols, l'un d'eux étant parallèle à $J$, et celle indiquée par le vernier $n$ et le cercle gradué $T$, lorsque $H$ est également placé parallèlement à l'axe $J$.

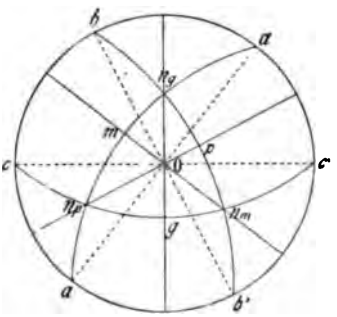


Fig. 337.

**254. Principe de la méthode.** Celle-ci consiste à rechercher la situation des trois indices principaux $n_g$, $n_m$, $n_p$, définis par les intersections des trois plans principaux de l'ellipsoïde. Pour cela il faut relever les positions de chacun de ces trois plans principaux, exprimées elles-mêmes par les angles $om$, $op$ et $og$ qu'ils font avec la normale à la lame (fig. 337), ainsi que par l'orientation dans le plan de projection des droites $aa'$, $bb'$ et $cc'$ formées par les intersections de ces plans avec

celui de la section. Pour cela, il suffit de remarquer qu'une lame restera éteinte entre les nicols croisés pour n'importe quelle inclinaison autour de $J$, lorsque l'un des plans d'élasticité est perpendiculaire à cet axe.

**255. Recherche d'une section principale.** Il nous faut donc examiner par quel procédé on peut rechercher successivement la situation de ces trois plans principaux. Pour cela on place tout d'abord l'axe auxiliaire $H$ perpendiculaire à l'axe $J$, en tournant la platine autour de l'axe $M$; puis inclinant la lame autour de $H$, on cherche à obtenir l'extinction de celle-ci. Si tel n'est point le cas, on imprime alors à la lame une rotation dans son propre plan autour de l'axe $G$ d'un angle déterminé, en vue d'atteindre ce résultat.

Si la ligne d'extinction perpendiculaire à $J$ coïncide avec la trace d'un plan d'élasticité, la lumière ne sera pas rétablie par rotation de la plaque autour de cet axe. Cette condition toutefois est rarement réalisée du premier coup, il faut généralement procéder par tâtonnements, et communiquer pour cela une série de déplacements combinés autour des axes $G$ et $H$, jusqu'à ce que l'extinction persiste d'une façon absolue en tournant autour de $J$.

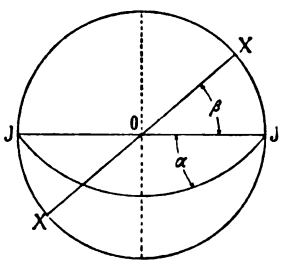


Fig. 338.

Pour éviter de trop nombreux tâtonnements, on examine pour une succession d'inclinaisons autour de $J$, le sens selon lequel il faut mouvoir la lame autour de $H$ pour amener l'extinction; en d'autres termes on cherche à déterminer si celle-ci se produit pour une inclinaison autour de $H$ plus grande ou plus petite que celle correspondant à la position initiale. De cette observation, on déduit le sens de la rotation à imprimer autour de $G$ pour que l'obscurité persiste dans toutes les rotations autour de $J$.

Lorsque cette condition est réalisée de la manière la plus parfaite, il s'agit de mesurer l'angle que fait la section principale trouvée (qui est alors perpendiculaire à $J$) avec la normale à la lame. Si l'axe $H$ était muni d'un cercle gradué, cette position se lirait immédiatement; mais comme tel n'est point le cas, on substituera l'axe $J$ à l'axe $H$, ce qui permettra d'effectuer la mesure. Pour cela on replace l'axe $H$ parallèlement à $J$, et la lame dans le plan horizontal par une rotation autour de $H$. L'angle $\alpha$ compris entre la section principale trouvée et la normale à la lame, est celui corrigé de la réfraction, dont il faudra faire tourner cette dernière autour de $J$ qui remplace maintenant $H$, pour ramener l'extinction. La trace de la section principale trouvée est alors parallèle à l'axe $J$, jalonné lui-même par

l'un des fils du réticule (fig. 338); l'angle $\beta$ qu'elle fait avec une ligne directrice quelconque $XX'$ par exemple, que l'on peut aisément mesurer par rotation du réticule ou de la platine fixe, détermine complètement la position de cette section principale sur la lame. La projection que l'on construira, devra, bien entendu, être exécutée avec des angles corrigés de la réfraction, qui se calculeront par la formule usuelle au moyen de l'angle observé et de l'indice de réfraction de la lame.

**256. Recherche des deux autres sections principales.** Pour obtenir la position du deuxième plan d'élasticité, on place tout d'abord l'axe $H$ perpendiculaire à $J$, puis on tourne la lame dans son propre plan, et on l'incline autour de $H$ de façon à ramener le deuxième plan cherché à se trouver perpendiculaire à l'axe $J$. Le procédé employé pour la recherche de ce second plan d'élasticité est identique à celui décrit précédemment, et la mesure se fait de la même manière. La rotation $\gamma$ imprimée à la lame dans son propre plan, autour de $G$, pour amener le deuxième plan d'élasticité à se trouver normal à $J$, mesure l'angle compris entre la trace de celui-ci et celle du premier plan d'élasticité déjà trouvé; cette rotation se relève sur le cercle gradué intérieur. L'orientation de la trace $bb'$ de ce second plan est définie soit par cet angle $\gamma$, soit par l'angle $\beta_2$ dont il faut tourner les fils du réticule pour les faire coïncider avec la ligne directrice $XX'$ (fig. 339).

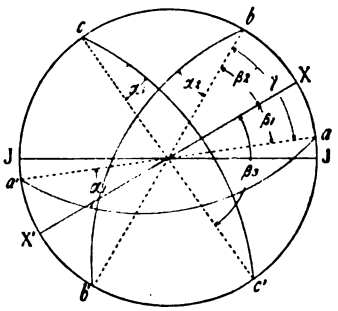


Fig. 339.

La détermination de la position du troisième plan d'élasticité, se fera absolument de même. Il s'agit maintenant de construire la projection stéréographique sur les données de l'expérience. On trace d'abord la position de la ligne directrice choisie $XX'$ (fig. 339) (direction d'allongement, trace de macle ou de clivage etc.) par rapport à l'axe $J$ figuré comme diamètre horizontal; puis dans le sens convenable, on porte à partir de cette droite un angle $\beta_1$ mesurant celui compris entre elle et la trace du premier plan d'élasticité. Par les points $aa'$ où cette droite rencontre le cercle fondamental, on trace un grand cercle faisant avec la normale au plan de projection un angle $\alpha_1$ compté évidemment en sens inverse de la rotation imprimée à $J$ pour amener le plan d'élasticité à passer par la normale au plan de l'épure. Dans la pratique, le cercle doit toujours être placé de façon à ce qu'il puisse être amené normalement au plan de l'épure, par la rotation que l'on communique à la lame. On procédera de même pour construire les

deuxième et troisième plans d'élasticité, et l'on mènera tout d'abord les droites $bb'$ et $cc'$ faisant avec la ligne directrice $XX'$ des angles $\beta_2$ et $\beta_3$ mesurés, puis les grands cercles correspondants inclinés sur la normale des angles $\alpha_2$ et $\alpha_3$. Si les mesures ont été faites exactement, et si l'indice de réfraction moyen a été choisi convenablement, les trois points d'intersection des grands cercles figurant les plans d'élasticité doivent se trouver au sommet d'un triangle sphérique trirectangle; il sera toujours aisé de vérifier si cette condition est remplie.

La recherche des plans d'élasticité se fait généralement en lumière blanche, mais il est alors difficile d'observer les positions d'extinction. En effet, la lame lorsqu'elle est inclinée, présente très souvent encore des couleurs de polarisation qui rendent incertaine l'appréciation de la position qui correspond à l'extinction complète. Pour éviter cet inconvénient, nous faisons une première recherche approximative en lumière blanche, et nous terminons ensuite les mesures en lumière monochromatique.

**257. Fixation de la position des indices principaux.** Pour déterminer maintenant quels sont ceux des pôles obtenus qui correspondent respectivement à $n_g$, $n_m$ et $n_p$ il suffit, par des rotations convenables, de placer successivement les trois plans d'élasticité perpendiculairement à l'axe du microscope; en comparant alors les retards, il sera possible de reconnaître le plan qui correspond à $n_g$, $n_p$, sur lequel on déterminera la position de $n_g$ ou de $n_p$ au moyen du mica $\frac{1}{4}\lambda$. Un plan principal se trouvera perpendiculaire à l'axe du microscope, lorsqu'un des trois sommets du triangle trirectangle coïncidera avec le centre de l'épure. Les rotations à effectuer pour réaliser cette condition pour l'un de ces pôles seront les suivantes: Une première rotation autour de $M$ nécessaire pour placer ce pôle tout d'abord sur le diamètre vertical, puis une seconde rotation autour de $J$, que l'on peut relever comme la précédente directement sur la projection, destinée à l'amener au centre de l'épure.

Pendant ces différentes rotations, les pôles des autres indices se meuvent également, et viennent se placer sur le cercle de base dans une situation qu'il est aisé de prévoir.

**258. Détermination de l'angle des axes optiques.** La recherche de la position des axes optiques pourra maintenant se faire comme suit: On peut tout d'abord évaluer directement et avec une certaine approximation, la valeur de l'angle que fait l'un des axes optiques avec l'une des directions $n_g$ ou $n_p$. Pour cela, on amène par des rotations convenables, l'une de deux directions en question en coïncidence avec l'axe du microscope; le plan des axes optiques doit être aussi perpendiculaire à $J$ qui lui-même a été mis d'abord à 45° des sections

principales des nicols. On relève ensuite le tube du microscope de façon à observer la figure que donne en lumière convergente le système formé par les demi-boules et la lame, puis on tourne celle-ci autour de $J$. On pourra pendant cette rotation, saisir le moment où l'un des deux axes optiques arrivant dans le champ de l'instrument coïncide avec son centre, et mesurer par conséquent l'angle approximatif que fait cet axe optique avec $n_g$ ou $n_p$. Il faudra, bien entendu, corriger l'angle mesuré, de la réfraction. Cette mesure est évidemment très grossière, et ne peut d'ailleurs être effectuée dans le cas où l'angle des axes optiques est trop grand.

Pour obtenir plus d'exactitude, on procédera tout autrement, en se basant sur le théorème de Fresnel. L'axe $J$ ayant été placé parallèlement à la section principale de l'un des nicols, on dispose le plan des axes optiques perpendiculairement à l'axe du microscope, en se servant pour cela uniquement de l'axe $H$, de façon à laisser $M$ et $J$ libres. Par une rotation autour de $M$, on place ensuite la lame à l'extinction; dans ces conditions $n_g$ et $n_p$ coïncident respectivement avec l'axe $J$ et sa perpendiculaire $yy'$. On suppose alors une certaine valeur à l'angle des axes optiques, et l'on continue de tourner la plaque autour de $M$ d'un angle égal à la moitié de cet angle supposé; un des axes optiques, $A$ par exemple, se place alors dans le plan $yy'$ perpendiculaire à $J$. Pour une inclinaison quelconque $\gamma$ de la lame autour de $J$, on peut alors prévoir quelles seront les directions $n$ et $n'$ des lignes d'extinction. Celles-ci, en vertu du théorème de Fresnel, coïncideront avec les bissectrices des angles formés par les plans $OA$ et $OB$ menés par $O$ et les axes optiques $A$ et $B$. $B$ se trouve à l'intersection du petit cercle sur lequel il se meut avec le méridien qui figure la nouvelle position du plan des axes optiques (fig. 340). Si l'observation directe fournit pour $n$ et $n'$ une situation différente de celle que lui assigne la construction, cela indique que la valeur adoptée pour l'angle des axes optiques n'est pas exacte. Il faut alors recommencer l'opération, en prenant d'autres valeurs plus grandes ou plus petites pour l'angle des axes optiques, jusqu'à ce que les résultats obtenus concordent avec ceux qui sont prévus par la construction.

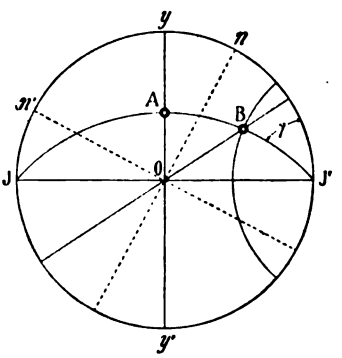


Fig. 340.

**259. Abaque pour la correction de la réfraction.** Nous avons vu à plusieurs reprises que les différentes inclinaisons imprimées à la lame

doivent toujours être corrigées de la réfraction, pour représenter réellement les angles compris entre la normale à la lame et la direction intérieure de propagation. Si nous désignons par $\mu$ l'indice des demi-boules, et par $n$ celui moyen $\left(\frac{n_g + n_p}{2}\right)$ du minéral nous avons les relations:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{\mu}$$

d'où:

$$\sin r = \frac{\mu}{n} \sin i \cdot$$

Sin $r$ est susceptible d'être évalué graphiquement si l'on remarque qu'il est le côté de l'angle droit d'un triangle rectangle, dont l'hypoténuse est représentée par $\frac{\mu}{n}$, et l'angle opposé égal à $i$ (fig. 341).

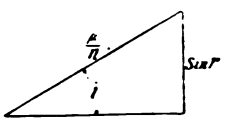


Fig. 341.

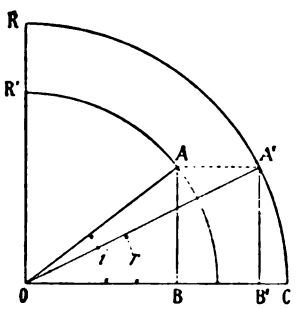


Fig. 342.

Autour d'un point $O$ (fig. 342), traçons un cercle de rayon $R$ que nous prendrons comme unité, puis une série de cercles concentriques dont les rayons $R_1 = \frac{R\mu}{n_1}$, $R_2 = \frac{R\mu}{n_2}$ etc. sont inversement proportionnels aux indices des divers minéraux. La valeur de sin $r$ pour un minéral d'indice donné $n$, et pour un angle d'incidence observé $i$, sera figurée par la perpendiculaire $AB$ abaissée sur $OC$ d'un point $A$ situé à la rencontre d'un cercle de rayon $R' = \frac{R\mu}{n}$ et d'une droite faisant avec $OC$ un angle $i$. L'angle $r$ lui-même est mesuré par l'arc $A'C'$ intercepté par une droite $A'B'$ parallèle à $AB$, sur le cercle dont le rayon $R$ est pris comme unité.

Si à la place des demi-boules d'indice $\mu$, nous avions l'air pour lequel $\mu = 1$, les divers cercles devraient être construits avec des rayons $R_1 = \frac{1}{n_1}$, $R_2 = \frac{1}{n_2}$ etc. C'est ainsi que la figure 343 a été construite; toutefois cette abaque ne s'applique pas seulement à la réfraction du minéral dans l'air, ou vice versa; mais elle sert également dans le cas où la lame est placée entre deux demi-boules d'indice $\mu$ connu. Pour l'utiliser dans ces conditions, on donne au minéral un indice fictif $n' = \frac{n}{\mu}$; la réfraction se produit

alors comme si l'un des milieux était l'air, et l'autre avait un indice $n' = \frac{n}{\mu}$.

Si $\frac{n}{\mu} > 1$, les rayons des cercles qui correspondent aux diverses valeurs de $n'$ sont inférieurs à l'unité. On cherchera alors $r$ en menant par le cercle correspondant à $n'$ et son intersection avec une

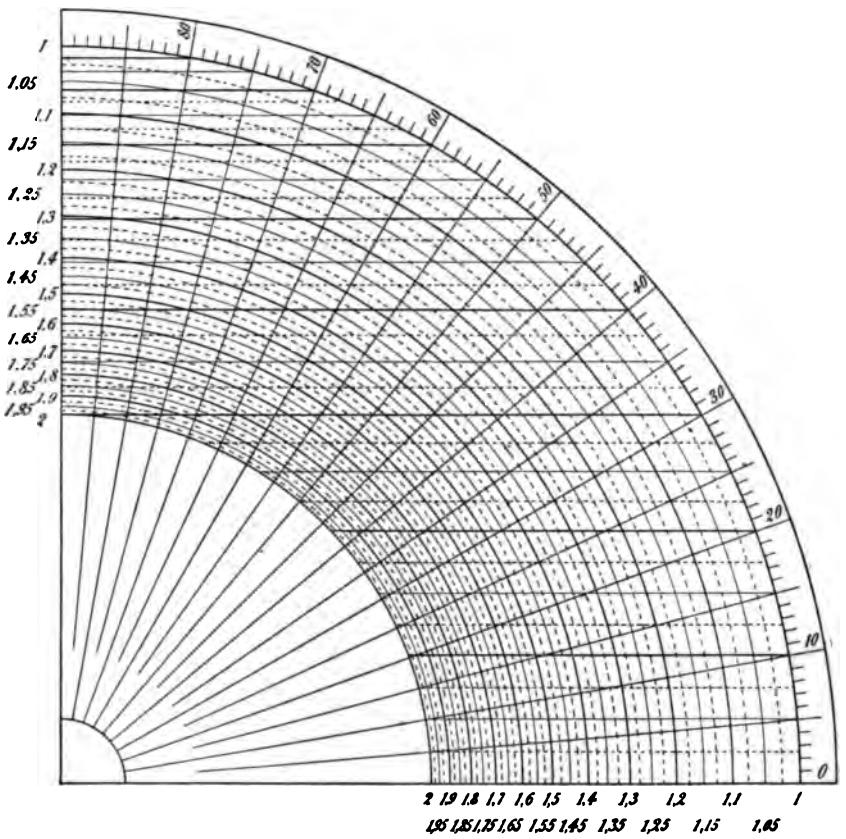



Fig. 343.

droite faisant avec $OC$ un angle $i$, une parallèle à $OC$; celle-ci interceptera sur le cercle de rayon égal à l'unité un arc qui mesure $r$. Si $\frac{n}{\mu} < 1$, $r$ est alors $> i$, les cercles qui figurent $n'$ auront un rayon plus grand que l'unité, ce qui n'empêchera pas d'ailleurs d'utiliser l'abaque ci-dessus.

L'égalité

$$\sin r = n \sin i$$

devient alors

$$n' \sin r = \sin i$$

dans laquelle $n' = \frac{n}{n}$

Il suffira donc simplement de renverser la construction, en opérant comme précédemment.

## CHAPITRE XIII

## EXAMEN DES CRISTAUX EN LUMIÈRE CONVERGENTE.

§ 1. Généralités sur les phénomènes en lumière convergente. § 2. Cristaux uniaxes. § 3. Cristaux à deux axes optiques. § 4. Rôle de la dispersion cristalline.

### § 3. GÉNÉRALITÉS SUR LES PHÉNOMÈNES EN LUMIÈRE CONVERGENTE.

**260. Observation du phénomène et nature des figures obtenues.** Les phénomènes qu'on observe en lumière convergente sont fort différents de ceux que nous avons étudiés avec la lumière parallèle. Ils consistent en la formation de certaines figures caractéristiques, dues en partie à des interférences, que l'on observe avec le dispositif approprié décrit (n. 144, p. 141). Nous rappellerons brièvement que la plaque est placée entre deux systèmes convergents $C$ et $O$ (fig. 344). Le premier, qui reçoit de la lumière polarisée, la concentre fortement dans la lame cristalline; le second, qui joue le rôle d'objectif, reprend les rayons au sortir de celle-ci pour les transmettre à l'œil de l'observateur qui les examine au travers d'un analyseur. Grâce aux retards différents que prennent les rayons qui traversent la lame, ainsi qu'à leur polarisation, il se forme une figure d'interférence directement visible dans l'appareil d'observation. Cette figure est disposée sur une surface de révolution autour de l'axe optique; elle est à deux nappes, tangentes au foyer principal lorsque l'objectif est une lentille quelconque non corrigée de ses aberrations. Si, comme c'est le cas dans la plupart des microscopes polarisants, on emploie des objectifs à court foyer établis de façon à satisfaire d'une manière plus ou moins rapprochée à l'équation d'Abbe:

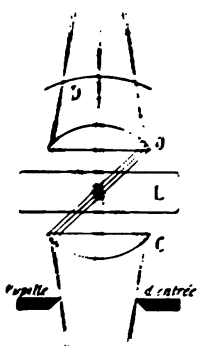


Fig. 344.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n_2} = \text{constante}$$

l'image se forme alors pour une certaine étendue, sensiblement sur une sphère passant par le foyer principal, et la distance $D$ d'un point

quelconque de l'image à l'axe principal est alors proportionnelle au sinus de l'angle que font les rayons dans le milieu placé en avant de la lentille frontale,

$$D = K \sin n .$$

La figure observée consiste en courbes qui sont obscures et lumineuses lorsque l'appareil est éclairé par de la lumière monochromatique. Elles sont de deux espèces: Les unes deviennent colorées en substituant la lumière blanche à celle monochromatique; leur forme est indépendante de la position des axes $n_g'$ et $n_p'$ de la lame relativement aux sections principales des nicols supposés croisés. Elles ne se déforment donc pas par une rotation de la lame dans son propre plan et leur forme n'est pas liée à l'orientation initiale du plan de polarisation. Ces courbes sont dues exclusivement à des phénomènes d'interférence, on les nomme *courbes isochromatiques ou d'égal retard.* Les autres courbes, également obscures en lumière blanche aux nicols croisés et incolores lorsque les nicols sont parallèles, se modifient dans la plupart des cas par la rotation de la lame dans son plan; leur forme est liée à l'orientation des axes $n_g'$ et $n_p'$ de la lame relativement au plan de polarisation du faisceau incident; on les appelle généralement *isogyres.*

**261. Courbes isochromatiques.** Supposons une lame biréfringente d'épaisseur $e$ recevant obliquement un faisceau étroit de rayons lumineux $S_1 a$, $S_2 b$, $S_3 c$, etc. (fig. 345). L'onde incidente normale au faisceau, se décompose à son entrée dans le cristal en deux ondes, cheminant suivant des directions normales différentes. Elles sont polarisées perpendiculairement l'une à l'autre ou à peu près, et se propagent avec des vitesses inégales. Au sortir de la lame, ces ondes se propagent de nouveau suivant une direction parallèle à l'axe du faisceau incident, et chacun des rayons, comme $\beta\beta'$ par exemple, transmet deux vibrations polarisées perpendiculairement entre elles, et possédant un certain retard. Nous pourrons toujours en effet nous imaginer qu'en un point $\beta$ quelconque où sortira un rayon, arriveront deux ondes polarisées perpendiculairement, qui sont dues à deux rayons incidents $S_1 a$ et $S_2 b$ différents. Désignons par $v$ et $v'$ les vitesses des ondes transmises suivant les directions $a\beta$ et $b\beta$. Les mouvements émis

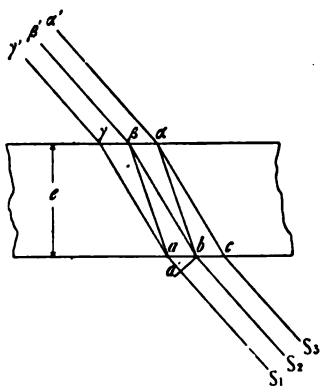


Fig. 345.

en avant de l'onde $a'b$ employeront, pour arriver en $\beta$, des temps $t_1$ et $t_2$ différents, selon qu'ils suivent le trajet $a'a\beta$ ou $b\beta$. Ceux-ci seront, si $v_1$ et $v_2$ désignent les vitesses respectives relatives à celle de l'air prise comme unité:

$$t_1 = \frac{a\beta}{v_1} + aa', \qquad t_2 = \frac{b\beta}{v_2}.$$

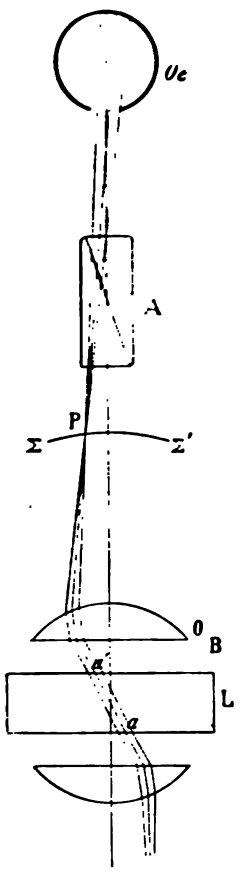


Fig. 346.

Pendant ces deux intervalles de temps, les ondes qui se propageraient dans l'air effectueraient les trajets $l_1$ et $l_2$ dont la différence mesure le retard exprimé en millionièmes de millimètre.

$$l_1 - l_2 = \frac{a\beta}{v_1} + aa' - \frac{b\beta}{v_2}.$$

Si $\nu_1$ et $\nu_2$ sont les indices de réfraction des deux ondes nous aurons:

$$l_1 - l_2 = a\beta\nu_1 - b\beta\nu_2 + aa'.$$

Si l'on connaissait l'épaisseur $e$ de la lame, et l'orientation des directions $a\beta$ et $b\beta$ dans l'ellipsoïde inverse, on pourrait calculer les divers éléments de cette formule et exprimer le retard en un point quelconque d'émergence. Toutefois il est inutile de se livrer à ce travail, car on peut, dès le début, apporter une simplification importante au raisonnement qui précède. Si l'on tient compte de la faible différence qui existe entre les axes principaux des ellipsoïdes de la plupart des corps cristallisés, l'on est conduit à considérer l'angle $a\beta b$ comme très petit, et de grandeur négligeable. Dans ces conditions, les deux ondes émergentes en $\beta$ auraient le même retard que celles qui se propageraient dans le cristal suivant une direction unique $aa'$ (fig. 346) qui se confond avec $a\beta$ et $\beta b$ (fig. 345), ce qui équivaut à admettre que la direction de propagation normale des ondes coïncide avec celle des rayons lumineux. Le retard entre ces deux ondes sera alors aisé à calculer; nous avons en effet déjà vu à ce sujet que le retard à une distance $\varrho$ de l'origine entre deux ondes qui se propagent suivant une direction comme $aa'$ faisant avec les axes optiques des angles $\theta$ et $\theta'$, est donné par la formule (a. 201, p. 221):

$$R = \varrho(n_g' - n_p') = \varrho(n_g - n_p)\sin\theta\sin\theta'.$$

Quant à la polarisation de ces deux ondes, elle se déduira du théorème de FRESNEL. En $a'$ émergent donc avec un certain retard, deux rayons qui marchent suivant une direction commune; ceux-ci sont transmis par l'objectif $O$ à l'œil $Oe$ de l'observateur après avoir traversé l'analyseur (fig. 346). Les vibrations de ces deux rayons sont polarisées à angle droit, elles se décomposent dans l'analyseur $A$, en donnant, comme nous le savons deux composantes parallèles à sa section principale qui sont transmises et interfèrent entre elles. Si aux nicols croisés, leur retard est égal à un nombre impair de $\frac{1}{2}\lambda$, soit $R = (2n + 1)\frac{1}{2}\lambda$, l'interférence sera positive; si au contraire $R = 2n\frac{1}{2}\lambda$, soit un nombre pair de $\frac{1}{2}\lambda$, l'interférence sera négative, et vice versa aux nicols parallèles. Il en résulte que le point $P$ où le rayon rencontre la surface focale $\Sigma\Sigma'$ sera éclairé ou obscur selon les cas. Le condensateur envoyant dans la lame des rayons sous des inclinaisons et orientations différentes, nous aurons de la sorte sur cette surface focale une série de courbes alternativement lumineuses et obscures, joignant sur celle-ci les points qui correspondent à des mêmes retards pris par les rayons en traversant la lame. Enfin comme ces retards sont indépendants de l'orientation du plan de polarisation de la lumière incidente relativement aux axes $n_g'$ et $n_p'$, de la lame, ces courbes ne pourront se modifier par la rotation de celle-ci.

Quant à la forme de ces courbes, elle pourra être établie par la recherche des lieux géométriques des points où le retard des ondes (ou des rayons) est constant. La surface de BERTIN (a. 201, p. 221) se prête admirablement à une opération de ce genre, et les courbes isochromatiques seront données par l'intersection des surfaces d'égal retard $\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda$, $3\frac{1}{2}\lambda$, etc. avec un plan parallèle à celui de la lame.

**262. Isogyres.** Dans la recherche des courbes isochromatiques, on ne fait intervenir que les retards que prennent les ondes ou les rayons qui traversent la lame, sans se préoccuper de l'orientation de leurs vibrations relativement aux sections principales du polariseur et de l'analyseur. Or l'intensité de la lumière transmise par ce dernier dépend non seulement du retard, mais encore de l'orientation du plan de vibration (a. 167, p. 174). Lorsque cette vibration se trouve à la sortie de la lame dans un plan parallèle à la section principale du polariseur, on sait qu'elle est arrêtée par l'analyseur aux nicols croisés, et traverse aux nicols parallèles. Parmi toutes les ondes transmises par le faisceau convergent et polarisées au sortir de la lame dans des plans différents, il s'en trouve nécessairement dont les vibrations sont contenues dans un plan parallèle à la section principale du polariseur, elles seront donc arrêtées par l'analyseur aux nicols croisés et

transmises aux nicols parallèles. Nous aurons donc sur la surface focale $\Sigma\Sigma'$ d'autres points qui seront obscurs dans le premier cas, et lumineux dans le second, et dont le lieu formera les *isogyres*. Ces courbes seront évidemment indépendantes de la lumière employée; elles ne se coloreront pas si celle-ci devient blanche.

Soit une direction quelconque de propagation dont le pôle est en $P$ (fig. 347). L'application du théorème de Fresnel nous permettra d'obtenir la direction des vibrations des deux ondes qui se propagent suivant cette droite. Celles-ci seront fournies sur la projection stéréographique, par les tangentes menées en $P$ aux deux grands cercles $aPa'$ et $bPb'$, qui sont les projections des plans bissecteurs des dièdres obtenus en menant deux plans par la direction de propagation et par chacun des axes optiques $A$ et $B$. Si nous faisons cette construction pour tous les points de la projection, nous pourrons facilement reconnaître que la direction des vibrations change avec la position de la ligne de propagation, et qu'il sera toujours possible d'en trouver qui sont contenues dans le plan de la section principale du polariseur. Si on tourne la lame dans son plan, ce sont d'autres directions qui transmettent sans altération les vibrations du polariseur, l'isogyre subira en conséquence une déformation.

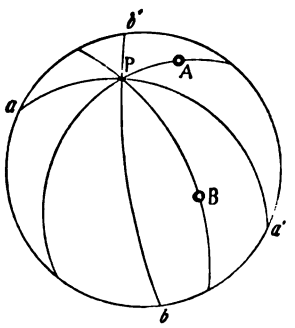


Fig. 347.

La forme de ces courbes sera dépendante de celle de l'ellipsoïde optique, de l'orientation de la lame, et de la position des axes $n_g'$ et $n_p'$ relativement aux traces des sections principales des nicols.

La recherche de la forme de ces isogyres consistera dans celle du lieu des droites contenues dans le cristal, qui, pour une position donnée, transmettent sans altération une vibration polarisée dans une direction déterminée. Le calcul est compliqué et ne saurait trouver place ici. L'un de nous[1] a démontré que l'on obtient une surface conique représentée par l'équation:

$$(1)\quad \operatorname{tang}\psi = \frac{(a'-b')\sin 2\theta\cos\varphi - (e\cos\theta + f\sin\theta)\sin\varphi}{(f\cos\theta - e\sin\theta)\cos 2\varphi + [(a'-b')\cos^2\theta + b' - c']\sin 2\varphi}$$

pour les directions dont les vibrations s'effectuent dans le plan de la section principale du polariseur et

$$(2)\quad \operatorname{tang}\psi' = \frac{(a'-b')\sin 2\theta\cos\varphi' - (f\cos\theta - e\sin\theta)\sin\varphi'}{(f\sin\theta + e\cos\theta)\cos 2\varphi' + [(a'-b')\sin^2\theta + b' - c']\sin 2\varphi}$$

[1] F. Pearce, Zeitsch. f. Kryst. 41. 1905, 113.

pour celles qui sont contenues dans un plan perpendiculaire au précédent. Dans ces équations, $\varphi$, $\psi$ et $\varphi'$, $\psi'$ fixent la position de ces deux différentes directions de propagation $OD$ et $OD'$ dans le sens indiqué par la (fig. 348). $\theta$ est l'angle que forme l'une des directions d'extinction de la lame avec la section principale du polariseur, et $a'$, $b'$, $c'$, $e$ et $f$ sont des coefficients de l'ellipsoïde inverse dont l'équation est rapportée aux lignes d'extinction de la lame et à sa normale. Lorsque cette lame est perpendiculaire à un axe d'élasticité, ces équations se réduisent, selon la valeur de $\theta$, à celles de cônes du second degré dont la section par un plan parallèle à celui de la lame est une hyperbole, ou encore deux droites rectangulaires.

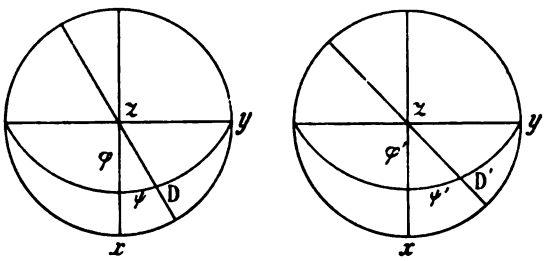


Fig. 348.

Les équations ci-dessus donnent alors:

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{tang}\psi = \frac{\sin 2\theta}{2\left[\cos^2\theta + \frac{c^2 - b^2}{b^2 - a^2}\right]\sin\varphi}$$

$$\text{(4)} \qquad \operatorname{tang}\psi' = \frac{\sin 2\theta}{2\left[\sin^2\theta + \frac{c^2 - b^2}{b^2 - a^2}\right]\sin\varphi'}$$

qui mises en coordonnées rectangulaires deviennent en posant:

$$R = \frac{\sin 2\theta}{2\left[\cos^2\theta + \frac{c^2 - b^2}{b^2 - a^2}\right]} \quad \text{et} \quad R' = \frac{\sin 2\theta}{2\left[\sin^2\theta + \frac{c^2 - b^2}{b^2 - a^2}\right]}$$

$$\text{(5)} \qquad XY - RX^2 = RZ^2$$

$$\text{(6)} \qquad XY - R'X^2 = R'Z^2,$$

$X$ et $Y$ étant respectivement parallèles au polariseur et à l'analyseur.

Rapportées à de nouveaux axes rectangulaires $\xi$, $\eta$, $\zeta$, les équations 5 et 6 deviennent, à la suite d'une transformation par rotation autour de $Z$ en sens inverse du mouvement des aiguilles d'une montre d'un angle $\mu$ pour la première et $\nu$ pour la seconde:

$$\text{(7)} \qquad \xi^2\left[\frac{\sin 2\mu}{2} - R\cos^2\mu\right] - \eta^2\left[\frac{\sin 2\mu}{2} + R\sin^2\mu\right] = \zeta^2 R$$

$$\text{(8)} \qquad \xi'^2\left[\frac{\sin 2\nu}{2} - R'\sin^2\nu\right] - \eta'^2\left[\frac{\sin 2\nu}{2} + R'\cos^2\nu\right] = \zeta'^2 R'.$$

Les angles $\mu$ et $\nu$ sont définis par les coefficients des rectangles $\zeta$, $\eta$ égalés à zéro et donnés par:

$$\cos 2\mu + R \sin 2\mu = 0$$
$$\cos 2\nu - R' \sin 2\nu = 0.$$

L'élimination de $\mu$ et $\nu$ entre ces dernieres et (7) et (8) donne enfin:

$$\xi^2\left(\frac{\sqrt{R^2+1}}{R} - 1\right) - \eta^2\left(\frac{\sqrt{R^2+1}}{R} + 1\right) = 2\zeta^2 \tag{9}$$

$$\xi'^2\left(\frac{\sqrt{R'^2+1}}{R'} - 1\right) - \eta'^2\left(\frac{\sqrt{R'^2+1}}{R'} + 1\right) = 2\zeta'^2 \tag{10}$$

où les signes des coefficients sont toujours ceux de $R$ ou $R'$.

Les intersections avec le plan de la lame des surfaces représentées par ces diverses équations, fourniront les isogyres. La forme de celles-ci variera pendant la rotation de cette lame, puisqu'elle dépend de $\theta$. L'équation (9) serait celle donnant les isogyres aux nicols croisés et (10) celle aux nicols parallèles, si laissant la lame et l'analyseur fixes, on amène la section principale du polariseur parallèle à celle de ce dernier.

**263. Isotaques ou ellipses des vitesses.** M. Becke[1] a indiqué récemment un procédé qui permet de se rendre compte à première vue de la forme qu'auront les isogyres dans chaque cas particulier. Il prend comme point de départ les courbes qu'il appelle «*ellipses des vitesses*». M. Beer[2] qui a le premier indiqué ces courbes, les définit comme étant les lieux géométriques des intersections avec une sphère des droites passant en son centre, et faisant avec les axes optiques des angles $\varphi$ et $\varphi'$ dont la somme est constante (fig. 349)

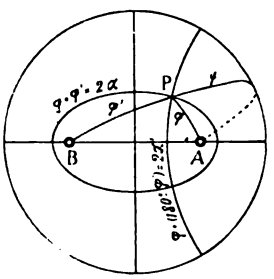


Fig. 349.

$$\varphi + \varphi' = 2\alpha = \text{constante}.$$

Cette définition présente comme on le voit, une certaine analogie avec celle de l'ellipse dans le plan.

Il est dès lors possible de construire sur la sphère deux systèmes de ces courbes, selon que pour fixer la position d'un point on se sert des pôles des axes optiques groupés autour de l'une ou de l'autre des deux bissectrices. Les ellipses qui enserrent les axes autour de la bissectrice aiguë, s'appellent «*équatoriales*», la somme $\varphi + \varphi' = 2\alpha$

[1] Becke, Denksch. d. K. K. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. LXXV, et Min. et Petr. Mitth. 24. 1, 34.

[2] Beer, Einleitung in die höhere Optik. 2. Aufl. 5. 304, 373.

est comprise entre un minimum de $2V$ et 180°; celles qui enserrent les axes autour de la bissectrice obtuse se nomment *«ellipses méridiennes»*, la somme $\varphi + \psi = 2\alpha'$, où $\psi = 180° - \varphi'$ y varie de $180° - 2V$ à 180°.

Ces courbes jouissent de quelques propriétés remarquables qui sont les suivantes:

1° Chacune d'elles est le lieu des normales des ondes qui se propagent dans le cristal avec une même vitesse; nous les appellerons pour cette raison *courbes d'égale vitesse ou isotaques.*

2° En chacun de leurs points la vibration de l'onde correspondante est normale à la courbe.

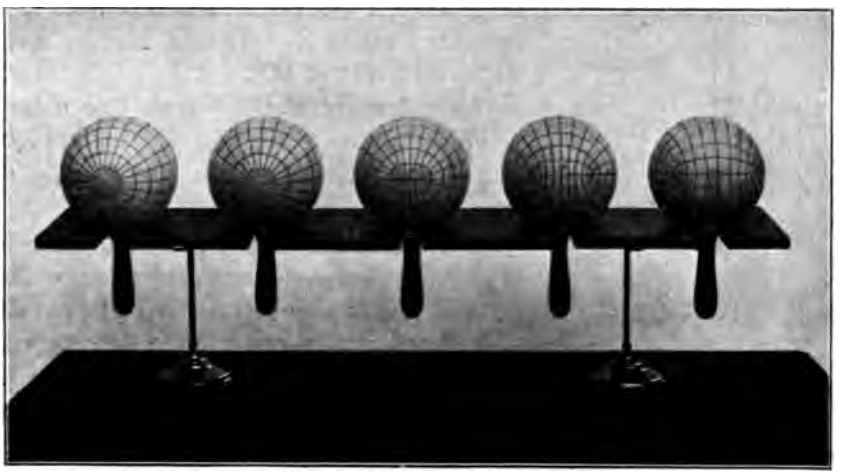


Fig. 350. Sphères avec les ellipses des vitesses d'après M. le Prof. Becke. (Modèles de la maison Krantz à Bonn.)

3° Les ellipses méridiennes et équatoriales se coupent orthogonalement, et leurs tangentes en un point d'intersection donnent les directions des vibrations des ondes qui se propagent suivant la droite passant par ce point et le centre de la sphère.

4° Le cône qui a son sommet au centre de la sphère et dont les génératrices s'appuyent sur l'une de ces courbes, est du deuxième degré; les projections de ces courbes sur les plans d'élasticité optique sont du deuxième degré également, des ellipses ou des hyperboles.

5° Si par l'intermédiaire de l'ellipsoïde inverse, nous déterminons les vitesses des ondes qui correspondent à ces deux systèmes de courbes, nous trouverons que pour les ellipses équatoriales, elles sont comprises entre $v_g$ et $v_m$ si le cristal est négatif et $v_m$ et $v_p$ s'il est positif. Pour les ellipses méridiennes, les vitesses des ondes sont

comprises entre $r_m$ et $r_p$ chez les cristaux négatifs et $r_m$ et $r_g$ chez les positifs.

Si l'on se figure maintenant toutes ces courbes tracées sur la surface de la sphère, on aura de la sorte une représentation générale de la direction des vibrations des ondes, celles-ci sont tangentes aux deux courbes en leur point d'intersection. Des modèles de ce genre ont été exécutés par M. Becke pour les cas des cristaux uniaxes et biaxes avec différentes valeurs de $2V$; ils sont livrés au commerce par la maison Krantz de Bonn et reproduits sur la fig. 350 qui est extraite du catalogue de la dite maison. Les deux premières sphères en commençant par la gauche représentent les isotaques des cristaux uniaxes, les trois suivantes celles de cristaux biaxes, avec $2V = 30°$, $60°$ et $90°$.

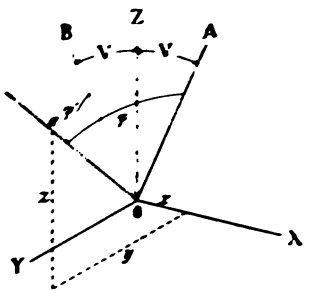


Fig. 351.

Le même résultat pourrait être obtenu à l'aide d'une projection stéréographique qui, comme on le sait, a la propriété de conserver aux angles leur valeur.

**264. Skiodromes.** M. Becke donne le nom de «*Skiodromes*» aux projections orthogonales des isotaques et s'en sert pour déduire immédiatement la forme des isogyres.

Le calcul de ces skiodromes se fera comme suit:

Désignons par $\lambda$, $\mu$ et $\nu$ les angles que fait une direction $OS$ avec les axes $XYZ$ (fig. 351) et $\varphi$ et $\varphi'$ les angles qu'elle fait avec les deux axes optiques $A$ et $B$, nous aurons:

(1) $$\varphi + \varphi' = 2\alpha = \text{constante}$$

dans laquelle $\alpha > V$, puis

(2) $$\cos\varphi = \cos\lambda \sin V + \cos\nu \cos V$$

(3) $$\cos\varphi' = -\cos\lambda \sin V + \cos\nu \cos V.$$

D'autre part d'après (1) on a:

$$\cos 2\alpha = \cos(\varphi + \varphi').$$

Développant et élevant au carré il vient:

$$\cos^2 2\alpha - 2\cos 2\alpha \cos\varphi \cos\varphi' = 1 - \cos^2\varphi - \cos^2\varphi'$$

qui donne si l'on y remplace $\cos\varphi$ et $\cos\varphi'$ par leur valeur déduite de (2) et (3)

4) $$\sin^2\alpha \cos^2\alpha = \cos^2\nu \cos^2 V \sin^2\alpha + \cos^2\lambda \sin^2 V \cos^2\alpha.$$

Cette équation peut être mise en coordonnées rectangulaires; pour cela, remarquons que si $xyz$ sont les coordonnées d'un point quelconque $a$ de la droite $OS$ on aura:

$$\cos\lambda = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \qquad \cos\mu = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$$

$$\cos\nu = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$$

en substituant dans (4) et après réduction, il vient:

$$\frac{x^2}{\sin^2\alpha} + \frac{y^2}{\cos^2 V - \cos^2\alpha} - \frac{z^2}{\cos^2\alpha} = 0 \tag{5}$$

qui représente un cône du second degré.

L'équation des isotaques s'obtient en lui adjoignant celle

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

de la sphère de rayon $r$.

Les projections sur les trois plans coordonnés seront:

1° Sur le plan $xy$ perpendiculaire à la bissectrice aiguë:

$$\frac{x^2}{r^2\sin^2\alpha} + \frac{y^2}{r^2\dfrac{\cos^2 V - \cos^2\alpha}{\cos^2 V}} = 1$$

qui représente une ellipse dont les axes seront[1]

$$a = r\sin\alpha, \qquad b = r\frac{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2\alpha}}{\cos V}.$$

2° Sur le plan $zy$ normal à la bissectrice obtuse, nous obtiendrons une hyperbole:

$$\frac{z^2}{r^2\cos^2\alpha} - \frac{y^2}{r^2\dfrac{\cos^2 V - \cos^2\alpha}{\sin^2 V}} = 1$$

dont l'axe réel $c = r\cos\alpha$ et l'imaginaire $b = r\dfrac{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2\alpha}}{\sin V}$.

3° Sur le plan $zx$ parallèle au plan des axes optiques, une ellipse:

$$\frac{x^2}{\dfrac{r^2\sin^2\alpha}{\sin^2 V}} + \frac{z^2}{\dfrac{r^2\cos^2\alpha}{\cos^2 V}} - 1 = 0$$

dont les axes sont:

$$a = \frac{r\sin\alpha}{\sin V}, \qquad c = \frac{r\cos\alpha}{\cos V}$$

Les projections des courbes méridiennes sur le même plan, $2\alpha'$ étant la somme des angles fourniraient:

[1] $a$, $b$ et $c$ sont les axes suivant $x$, $y$ et $z$ des courbes projetées.

1° sur $xy$ perpendiculaire à la bissectrice aiguë, une hyperbole dont l'axe réel $a' = r \cos\alpha'$ et l'imaginaire $b' = r \frac{\sqrt{\sin^2 V - \cos^2 \alpha'}}{\cos V}$.

2° sur le plan $zy$ normal à la bissectrice obtuse, une hyperbole dont l'axe réel $c' = r \sin\alpha'$, et l'axe imaginaire $b' = r \frac{\sqrt{\sin^2 V - \cos^2 \alpha'}}{\cos V}$.

3° sur le plan $zx$ des axes optiques, une ellipse dont les axes sont:

$$c' = r \frac{\sin\alpha'}{\cos V}, \qquad a' = r \frac{\cos\alpha'}{\sin V}.$$

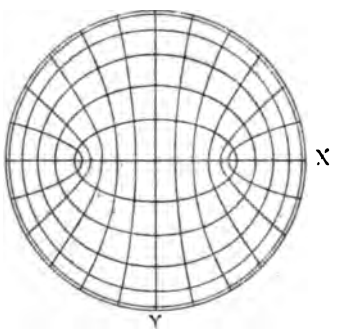



Fig. 352.

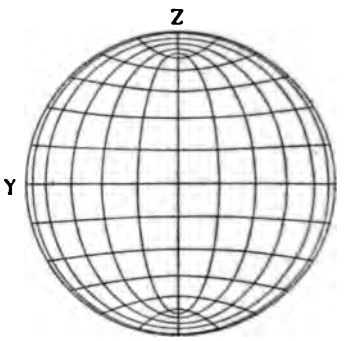



Fig. 353.

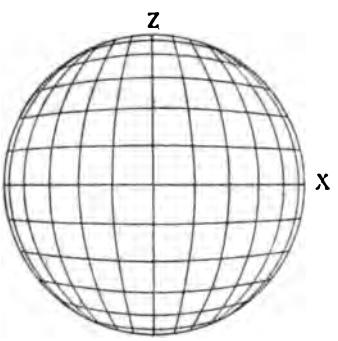



Fig. 354.

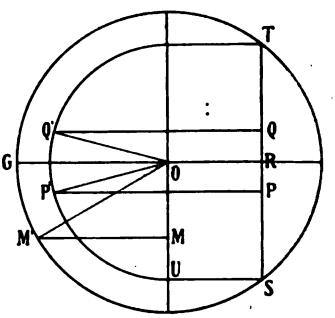



Fig. 355.

Les fig. 352, 353 et 354 donnent la disposition des skiodromes sur les plans perpendiculaires à la bissectrice aiguë, à la bissectrice obtuse et sur le plan parallèle aux axes optiques, pour un minéral dont $2V = 60°$.

Les formules qui précèdent permettent de construire aisément ces skiodromes pour chaque section principale. Si l'on veut les obtenir pour une section quelconque dont le pôle se trouverait en projection orthogonale en $M$ par exemple (fig. 355), il faut rechercher la projection

des isotaques sur le nouveau plan, ce qui s'obtiendra en imprimant à la projection sur un plan principal, une rotation $OM$ égale à celle amenant $M$ en $O$. L'on procèdera comme suit:

Si $P$ est un point quelconque du réseau de skiodromes construit sur un plan principal sur lequel se projette $M$ (fig. 355), une rotation, qui amènera $M$ au point $O$, amènerait également $P$ en $Q$.

Pour trouver la position du point $Q$, il faut évaluer d'abord l'angle $OM$ qui est mesuré évidemment par l'arc $GM'$, et le reporter à partir de $P$ sur le petit cercle $SPT$ sur lequel $P$ se meut. On rabat le cercle $SPT$ autour de $ST$, mène $PP'$ parallèle à $OG$, et reporte à partir de $P'$ dans le sens de la rotation l'angle $GOM'$; on obtient le point $Q'$ par lequel on mène une parallèle $QQ'$ à l'axe de rotation, qui déterminera la position de $Q$.

Cette construction devra être répétée pour tous les points des skiodromes. On peut également pour ces rotations se servir des canevas stéréographiques, mais il faut passer pour cela de la projection orthogonale à celle stéréographique.

**265. Dérivation des isogyres à l'aide des skiodromes.** Les isotaques méridiennes et équatoriales sont, ainsi que cela a été dit, normales en chacun de leurs points aux vibrations que transmettrait un faisceau conique de rayons émanant du centre de la sphère de représentation. Les points d'intersection des courbes où leurs normales se trouveront parallèles ou perpendiculaires aux sections principales des nicols, seront les pôles des directions qui transmettent sans altération les vibrations parallèles au polariseur, qui sont arrêtées par l'analyseur. Une isogyre s'obtiendra en réunissant tous les points satisfaisant à la condition énoncée. La recherche de ces points se fera en superposant aux skiodromes un réseau de droites parallèles aux sections des nicols (fig. 356). Si on tourne les skiodromes sur le réseau de la même manière qu'une lame entre les nicols, on peut suivre le changement qui se produit dans les isogyres. On remarque que si l'on détermine les isogyres par l'un ou l'autre des systèmes de courbes, on obtient deux lignes, l'une relative aux ellipses équatoriales, l'autre aux ellipses méridiennes. Ces deux courbes se confondent dans la partie centrale mais se séparent sur les bords de la projection, les courbes ne s'y coupant pas orthogonalement. Toutefois l'isogyre qu'il suffit de considérer au point de vue pratique, a une direction intermédiaire.

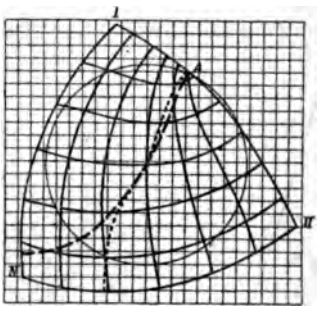


Fig. 356.

## § 2. CRISTAUX UNIAXES.

**266. Surface d'égal retard.** Celle-ci a été déjà établie (a. 201, p. 221) et devient, si l'on remarque que $\theta = \theta'$:

$$R = \varrho(n_g - n_p)\sin^2\theta.$$

$R = n\frac{1}{2}\lambda$ pour une certaine radiation, et $\varrho$ est le rayon vecteur de la surface faisant avec l'axe optique l'angle $\theta$.

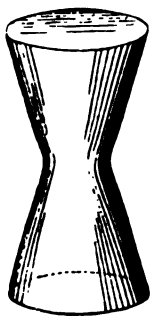


Fig. 357.

Cette surface est de révolution, et rappelle un hyperboloïde à une nappe (fig. 357). Nous obtiendrons pour des retards croissants, une série de surfaces semblables, emboîtées les unes dans les autres, et ayant le même axe de révolution.

On peut, par une construction graphique, se faire une idée de la forme de la courbe méridienne de cette surface. Posons tout d'abord

$$\varrho \sin^2\theta = K = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)}$$

et traçons un cercle de rayon $K$ (fig. 358). Puis construisons une droite $OA$ faisant avec $z$ (axe optique) un angle $\theta$, et rencontrant le cercle au point $a$.

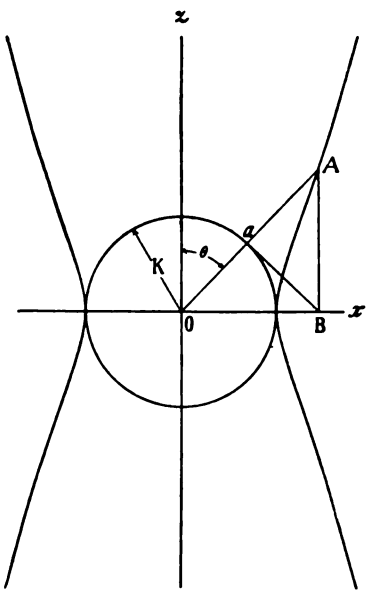



Fig. 358.

En $a$ on mène la tangente au cercle, elle intercepte sur $OX$ un segment

$$OB = \frac{K}{\sin\theta}.$$

En élevant maintenant sur $OX$ une perpendiculaire en $B$, celle-ci rencontre le vecteur en un point $A$ appartenant à la courbe, puisque

$$OA = \frac{OB}{\sin\theta} = \frac{K}{\sin^2\theta}.$$

Les sections perpendiculaires à $z$ sont évidemment des cercles.

**267. Isotaques.** Ces courbes qui doivent réunir sur la sphère les pôles des directions d'égale vitesse de propagation, sont des cercles parallèles, normaux à l'axe optique pour les isotaques équatoriales, et des cercles méridiens passant par l'axe optique pour les isotaques méridiennes.

Puisque $2V = 0$, on aura $\theta = \theta'$.

**268. Section normale à l'axe optique.** Les *courbes isochromatiques* fournies par l'intersection de la surface d'égal retard $\varrho \sin^2\theta = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)}$ par un plan parallèle à la lame, consistent en une série de cercles alternativement lumineux et obscurs, correspondant à des retards $\frac{1}{2}\lambda$, $3\frac{1}{2}\lambda$, etc. tracés autour d'un même point obscur, qui est le pôle de l'axe optique, où le retard est nul.

L'équation de ces cercles s'obtient aisément; désignons par $r$ le rayon de l'un d'eux et par $e$ l'épaisseur de la lame nous aurons, si nous tenons compte que $r = \varrho \sin\theta$ et $\varrho^2 = r^2 + e^2$:

$$r^2 = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)} \sqrt{r^2 + e^2}.$$

Les rayons des anneaux obtenus dépendent, pour une lumière de longueur d'onde $\lambda$ déterminée, de l'épaisseur de la lame et de sa biréfringence. Ils sont d'autant plus petits, et par conséquent ces cercles d'autant plus nombreux, que l'épaisseur et la biréfringence sont plus considérables. Pour une valeur déterminée de $e$ et de $n_g - n_p$, leur diamètre dépend aussi de la longueur d'onde de la lumière employée; la formule montre encore qu'avec la lumière rouge, ces anneaux sont plus grands qu'avec la lumière violette, pour laquelle la valeur de $\lambda$ est plus petite. Comme les divers anneaux produits avec des radiations de longueurs d'onde différentes n'ont pas le même rayon et ne peuvent par conséquent pas se superposer, il en résulte qu'en lumière blanche les courbes isochromatiques seront irisées, à l'exception du point central qui reste obscur. Aux nicols parallèles les teintes des anneaux seront complémentaires de celles obtenues aux nicols croisés.

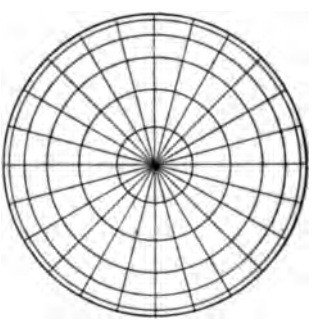


Fig. 359.

Les *skiodromes* seront constitués par des petits cercles concentriques, et par des droites passant par le pôle de l'axe optique (fig. 359). Il en résulte que les *isogyres* que l'on obtiendrait par le procédé indiqué précédemment, seraient deux droites perpendiculaires entre elles, jalonnant les sections principales des nicols. Cette figure ne subira, comme il est facile de s'en rendre compte, aucune modification par rotation de la lame dans son propre plan.

Ce résultat pouvait d'ailleurs se prévoir directement. Il suffit pour cela de se rappeler que tout plan passant par l'axe optique est une section principale, et que les directions de propagation qui y seront

contenues transmettent toujours deux vibrations, l'une ordinaire et l'autre extraordinaire, polarisées respectivement parallèlement et perpendiculairement à ce plan. Parmi toutes les sections principales qui sont perpendiculaires au plan de la lame, il s'en trouvera toujours deux qui seront parallèles aux sections des nicols; les ondes dont les rayons y sont contenus, seront transmises sans altération jusqu'à l'analyseur, où elles seront arrêtées.

On peut aussi déduire la forme des isogyres des équations (5) et (6) (pag. 305) qui représentent le lieu des directions transmettant les

Fig. 360.

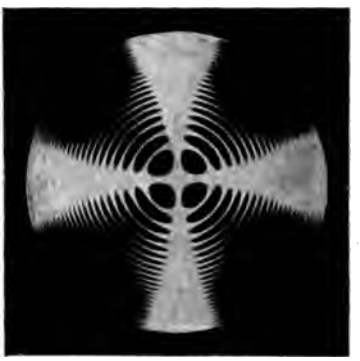


Fig. 361.

Figures obtenues en lumière convergente aux nicols croisés (360) et parallèles (361) avec une lame de calcite de $\frac{1}{2}$ mm. d'épaisseur normale à l'axe optique.[1]

vibrations avec leur polarisation initiale. Dans le cas qui nous occupe, puisque $2V = 0$, on trouvera tout d'abord $R = 0$ et $R' = 0$, et les équations se réduisent à $XY = 0$, ce qui représente deux plans parallèle et perpendiculaire à l'analyseur. Leurs intersections avec un plan parallèle à celui de la lame donnent deux droites se coupant à 90°. L'intensité lumineuse croît insensiblement de part et d'autre de ces deux lignes, et comme elle augmente tout d'abord très faiblement, il en résulte qu'au lieu de fines lignes obscures, on obtient une croix dont les bras sont d'une certaine largeur.

En résumé, la figure d'interférence donnée par une plaque normale à l'axe optique se composera (fig. 360 et 361):

1° d'une série d'anneaux qui représentent les courbes isochromatiques; ils sont alternativement lumineux et obscurs en lumière monochromatique, et irisés en lumière blanche.

[1] Ces figures comme celles qui suivent relatives aux images en lumière convergente ont été empruntées aux splendides ouvrages de M. le Dr Hans Hausswaldt, Interferenz-Erscheinungen. Magdeburg 1902, 1904.

2° D'une croix, noire aux nicols croisés et incolore aux nicols parallèles, dont les bras sont parallèles aux sections principales du polariseur et de l'analyseur. Le centre de cette croix où le retard est nul, jalonne la trace de l'axe optique.

**269. Section parallèle à l'axe optique.** L'intersection de la surface d'égal retard par un plan parallèle à celui de la lame, nous donnera la forme des courbes d'interférence. Comme dans le voisinage de son cercle de gorge, cette surface se rapproche d'un hyperboloïde à une nappe, il s'ensuit que pour une petite portion du champ, ces courbes seront sensiblement des hyperboles équilatères, alternativement lumineuses et obscures en lumière monochromatique et irisées en lumière blanche. Ces courbes ont toujours un axe réel et un autre imaginaire; l'axe réel peut, dans les figures obtenues, coïncider soit avec l'axe optique, soit avec la direction perpendiculaire, de sorte qu'en général on peut s'attendre à obtenir simultanément deux systèmes de courbes, comme l'indique la figure 362.

Fig. 362. Lame parallèle à l'axe optique, taillée dans un cristal de calcite, à 45° des sections principales des nicols, montrant la disposition des courbes isochromatiques.

En effet, si on s'imagine une série de surfaces d'égal retard:

$$\varrho \sin^2\theta = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)}$$

construites pour des retards croissant de $1\frac{1}{2}\lambda$ à $n\frac{1}{2}\lambda$ et emboîtées les unes dans les autres, les courbes obtenues dans le champ seront celles formées par l'intersection de ces surfaces avec un plan situé à une distance $e$ de l'axe de révolution, égale à l'épaisseur de la lame. Si nous faisons $\theta = 90°$, nous aurons:

$$\varrho = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)},$$

quantité qui pour un retard déterminé $\frac{n\lambda}{2}$, donne le rayon du cercle de gorge de la surface. En outre, si pour l'épaisseur $e$ on a:

$$e > \frac{m\lambda}{2(n_g - n_p)},$$

$m$ étant un nombre quelconque compris entre zéro et $n$, toutes les

surfaces correspondant à des retards inférieurs à $m\frac{1}{2}\lambda$ compris entre $\frac{1}{2}\lambda$ et $m\frac{1}{2}\lambda$, seront coupées par un plan extérieur au cercle de gorge, et fourniront des courbes d'intersection dont l'axe réel est parallèle à l'axe optique, tandis que celles afférentes à des retards supérieurs à $\frac{m\lambda}{2}$ et allant de $\frac{m\lambda}{2}$ à $\frac{n\lambda}{2}$ seront coupées par un plan qui traversera le cercle de gorge. Les courbes obtenues auront alors un axe réel perpendiculaire à l'axe optique.

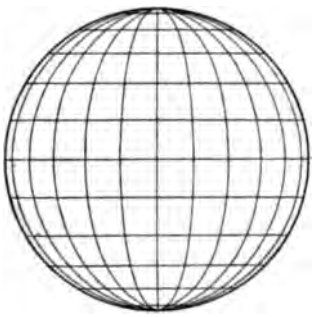


Fig. 363.

Si $e(n_g - n_p)$ est inférieur à $\frac{1}{2}\lambda$, il est évident que ces courbes peuvent faire défaut.

En lumière blanche, vu les remarques qui précèdent, les teintes de polarisation des courbes sur la trace de l'axe optique seront inférieures dans les ordres de Newton à celle que présente le centre de figure, tandis que sur la perpendiculaire à l'axe le fait inverse se produira. Il y a là, comme on le voit, un moyen qui permet de déterminer la position de l'axe optique et de reconnaître ensuite le signe du minéral.

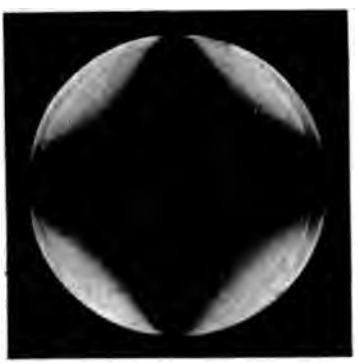


Fig. 364. Isogyre donnée par une section parallèle à l'axe optique, taillée dans un cristal de calcite. Les nicols sont croisés, et la section principale de la lame est parallèle à celle de l'un des nicols.

Quant aux isogyres, leur forme dépendra de l'orientation de la lame entre les nicols. Les skiodromes se composent d'ellipses et de droites (fig. 363) qui sont les projections sur le plan de l'axe optique des isotaques représentées sur la sphère par des petits cercles perpendiculaires à l'axe optique et des cercles méridiens passant par les pôles de ce dernier. Lorsque cet axe optique devient parallèle à l'un des nicols, on obtient une croix noire floue à bras très larges (fig. 364), car à la seule inspection des skiodromes, on voit que pour la plupart des points, les vibrations transmises (perpendiculaires aux isotaques) ne s'écartent pas beaucoup de la section principale des deux nicols. L'intensité lumineuse croît donc très faiblement à partir de la trace de leurs sections principales jusqu'à une droite faisant avec celles-ci un angle de 45°.

Le bras de la croix qui jalonne la trace de l'axe optique est généralement plus étroit et mieux accusé que celui qui lui est perpendiculaire, ce qui se dégage également de l'examen des figures 363 et 364. Une rotation de la plaque dans son propre plan amène une dislocation de cette croix en deux branches d'hyperbole qui, dans une certaine mesure, rappellent la figure obtenue avec les cristaux biaxes pour une lame normale à l'une des bissectrices.

La forme des isogyres peut également se déduire des formules (9) et (10) (p. 306), qui, comme nous l'avons vu, représentent le lieu géométrique des directions transmettant des ondes dont les vibrations sont parallèles au polariseur ou à l'analyseur. En remplaçant $a$, $b$ et $c$ par leurs valeurs, on obtient d'abord pour $R$ et $R'$:

$$R = -\operatorname{cotg}\theta$$
$$R' = -\operatorname{tang}\theta.$$

Les courbes d'intersection de ces surfaces avec un plan parallèle à la lame et rapportées à leur axes $\eta$ et $\xi$ sont, si le cristal est positif[1]:

$$\eta^2\left[\frac{1}{\cos\theta} - 1\right] - \xi^2\left[\frac{1}{\cos\theta} + 1\right] = 2K^2$$
$$\eta'^2\left[\frac{1}{\sin\theta} - 1\right] - \xi'^2\left[\frac{1}{\sin\theta} + 1\right] = 2K^2.$$

$\theta$ étant l'angle que fait $n_p$ avec la trace du polariseur. Ce sont des hyperboles, dont l'axe réel est contenu dans le quadrant où se trouve l'axe optique, et varie de 0 à $\infty$ pour la première, et de $\infty$ à 0 pour la seconde, lorsque $\theta$ varie de 0° à $\frac{\pi}{2}$.

L'une des hyperboles est sortante du champ et obscure aux nicols croisés, tandis que l'autre est rentrante, et sensiblement obscure également pour la partie de la courbe qui peut être contenue dans le champ de l'instrument de polarisation. Pour les cristaux négatifs, les conclusions seraient semblables.

Lorsque $\theta = 0°$ les hyperboles se transforment en deux droites parallèles aux sections principales des nicols. L'observation de la dislocation de cette croix permettra toujours de fixer la position de l'axe optique.

En résumé une plaque parallèle à l'axe optique montrera en lumière blanche:

1° Des courbes isochromatiques, dont la forme est voisine de l'hyperbole, et dont l'axe réel se trouve parallèle ou perpendiculaire à l'axe optique. Les hyperboles de la première catégorie font défaut,

[1] F. Pearce, loc. cit.

si le retard $R = e(n_g - n_p)$ de la lame est inférieur à $\frac{1}{2}\lambda$. La teinte de polarisation de ces courbes correspond à des retards qui vont en décroissant à partir du centre sur la direction de l'axe optique, et en croissant sur celle perpendiculaire; ce qui permet de déterminer la position de cet axe optique.

Fig. 365.

Fig. 366.

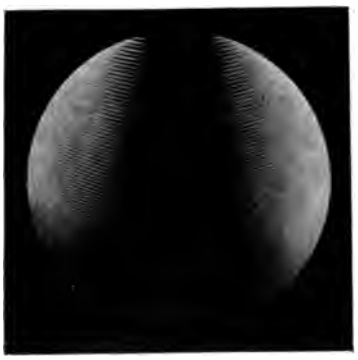


Fig. 367.

Fig. 368.

Fig. 365. Lame de calcite inclinée de $67\frac{1}{2}°$ sur l'axe optique, aux nicols croisés, et avec sa section principale parallèle à celle de l'un des nicols.
Fig. 366. Même lame, mais à 45° de la situation précédente.
Fig. 367. Lame de calcite inclinée de 45° sur l'axe optique, aux nicols croisés, et avec sa section principale parallèle à celle de l'un des nicols.
Fig. 368. Lame de calcite inclinée de 10° sur l'axe optique, avec sa section principale à 45° de celles des nicols.

2° Des isogyres, qui se réduisent à une croix noire très floue dont les bras sont parallèles aux sections principales des nicols, l'axe optique du cristal étant parallèle à l'une de celles-ci; celui des deux bras qui jalonne la trace de l'axe optique est généralement un peu mieux accusé que l'autre. Une légère rotation de la lame amène la

dislocation de cette croix en deux branches d'hyperbole qui sortent rapidement du champ; les sommets de la courbe sont toujours contenus dans les quadrants où se place l'axe optique, dont la position pourra être ainsi déterminée.

**270. Section oblique sur l'axe optique.** La forme des courbes isochromatiques dépend de l'inclinaison de la lame sur l'axe optique. Si nous considérons la surface de Bertin comme un hyperboloïde de révolution à une nappe, les intersections de cette surface avec le plan de la lame seront, selon les cas, des ellipses, des paraboles ou des hyperboles.

La forme des isogyres dépend également de l'orientation de la lame. Si l'angle compris entre la normale à celle-ci et l'axe optique est faible, l'isogyre sera représentée par une croix noire excentrique, dont les deux bras sont parallèles aux sections principales des nicols. Une rotation de la platine déplace le centre de cette croix sur un cercle concentrique à celui du champ de l'instrument. Si l'angle que fait l'axe optique avec la normale à la section est supérieur à l'ouverture de l'objectif, l'isogyre se réduit à une barre noire, qui représente l'un des bras de la croix, et *qui par rotation de la platine se meut dans le champ en restant sensiblement parallèle aux sections principales des nicols*, caractère qui permet de distinguer une section quelconque uniaxe d'une autre analogue provenant d'un cristal biaxe.

Enfin pour de très fortes inclinaisons, la figure obtenue se rapproche alors beaucoup de celle donnée par les sections parallèles à l'axe optique.

## § 3. CRISTAUX A DEUX AXES OPTIQUES.

**271. Surface d'égal retard.** Nous avons déjà établi (a. 201, p. 221) la forme de cette surface dont l'équation est:

$$\varrho \sin\theta \sin\theta' = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)}$$

pour un retard quelconque $R = n\frac{1}{2}\lambda$.

$\theta$ et $\theta'$ représentent les angles que font les deux axes optiques avec un vecteur $\varrho$ quelconque de la surface. Pour sa discussion il faut rechercher ses intersections avec les trois plans principaux; celles-ci sont: 1° dans le plan des axes optiques, une courbe ayant des droites parallèles à ces axes comme asymptotes, et possédant des branches situées dans les angles aigus et obtus formés par leur entre-croisement; 2° et 3° des courbes fermées dans les plans $XY$ et $YZ$ perpendiculaires au précédent. Ces différentes intersections sont données par la figure 369 construite avec $2V = 80°$. La surface

de Bertin est, comme nous l'avons déjà vu, formée de deux tubes qui s'entre-croisent (fig. 370 et qui ont pour axes, les axes optiques.

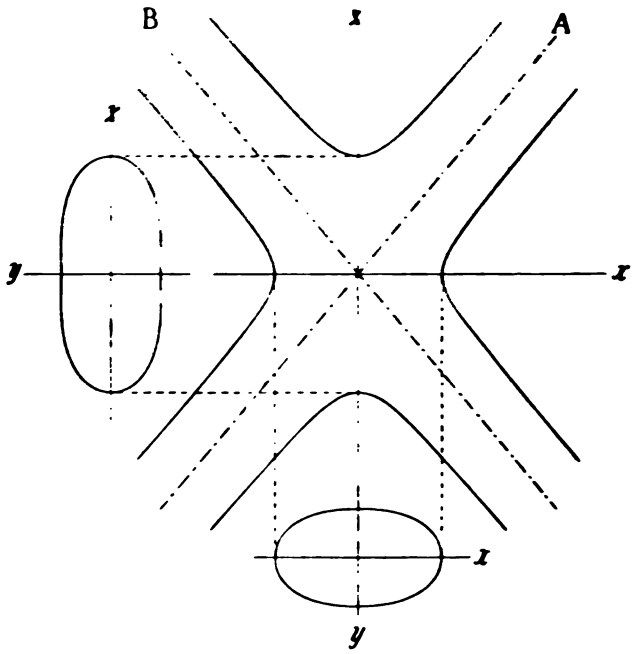



Fig. 369.

Si nous faisons coïncider respectivement $x$, $y$ et $z$ avec l'axe $n_m$, la bissectrice aiguë, et la bissectrice obtuse, nous voyons que:

Fig. 370.

1° Nous aurons en posant $\theta = \theta' = 90°$:

$$\varrho = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)}$$

pour la longueur de l'axe de la surface parallèle à $n_m$ (axe $x$).

2° Celle interceptée sur l'axe $y$ coïncidant avec la bissectrice obtuse, sera, en posant $\theta = 90° - V$ et $\theta' = 90° + V$

$$\varrho = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)\cos^2 V}.$$

3° Enfin pour la longueur interceptée sur l'axe $z$ coïncidant avec la bissectrice aiguë, si $\theta = \theta' = V$, nous aurons:

$$\varrho = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)\sin^2 V}.$$

**272. Isotaques.** Celles-ci s'obtiennent en joignant sur la sphère, par une courbe, les pôles des droites faisant avec les axes optiques des angles $\varphi$ et $\varphi'$ dont la somme $2\alpha$ est constante: $\varphi + \varphi' = 2\alpha$. On peut les assimiler à des ellipses tracées sur la sphère, qui sont, les unes équatoriales et entourent l'angle aigu des axes optiques, les autres méridiennes et entourent l'angle obtus formé par ces derniers.

**273. Sections perpendiculaires à la bissectrice aiguë.** *Les courbes isochromatiques* sont fournies par les intersections d'une série de surfaces d'égal retard, emboîtées les unes dans les autres, et correspondant aux retards $\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda \ldots n\frac{1}{2}\lambda$, avec un plan situé à une distance $e$ du centre égale à l'épaisseur de la lame, comptée sur la bissectrice aiguë. Si on a

$$e = \frac{m\lambda}{2(n_g - n_p)\sin^2 V}$$

$m$ étant un nombre pair quelconque, le plan de section passe par le point où la surface $\varrho \sin\theta \sin\theta' = \frac{m\lambda}{2(n_g - n_p)}$ rencontre l'axe vertical. La courbe d'intersection sera une lemniscate ayant la forme d'un $\infty$ (fig. 371, courbe 4), qui sera obscure aux nicols croisés et éclairée aux nicols parallèles. Toutes les surfaces correspondant à des retards $\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda \ldots$ $(m-1)\frac{1}{2}\lambda$ sont coupées par le plan *au dessus du point où elles rencontrent l'axe*, et donnent des anneaux allongés, tracés autour des pôles des axes optiques (courbes 1, 2 et 3). Quant aux surfaces correspondant aux retards $(m+1)\frac{1}{2}\lambda \ldots (n)\frac{1}{2}\lambda$ elles sont coupées au dessous du point où elles rencontrent l'axe et fournissent des courbes fermées, enserrant les deux pôles des axes optiques (fig. 371, courbes 5, 6 et 7).

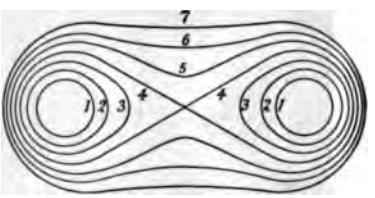


Fig. 371.

Si l'épaisseur $e$ de la lame est inférieure à $\frac{\lambda}{(n_g - n_p)\sin^2 V'}$, ce sont seulement des courbes de la forme de celles des n° 5, 6 et 7 qui seront visibles aux nicols croisés, car toutes les surfaces emboîtées qui donneraient des courbes d'intersection de la forme de celles n° 1, 2, 3 et 4, rencontrent l'axe à une distance supérieure à $e$. Il va de soi que les courbes qui sont obscures aux nicols croisés, pour des retards égaux à des nombres pairs de $\frac{1}{2}\lambda$, sont lumineuses aux nicols parallèles, en lumière monochromatique. En lumière blanche, ces courbes seront irisées par suite du phénomène de polarisation chromatique.

*Les isogyres* présentent, lorsque les axes d'élasticité de la lame

sont parallèles aux sections principales des nicols, la forme d'une croix noire (fig. 372 et 374), dont les deux bras sont d'aspect différent. Celui qui jalonne la trace du plan des axes optiques est plus net que l'autre et s'amincit aux points où il rencontre les deux axes optiques,

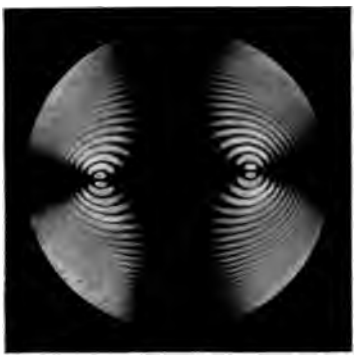


Fig. 372.

Fig. 373.

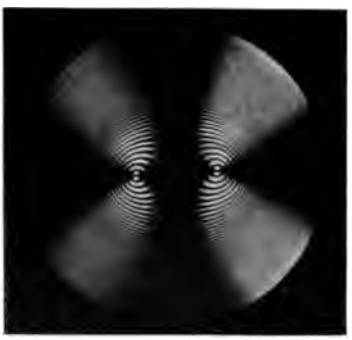


Fig. 374.

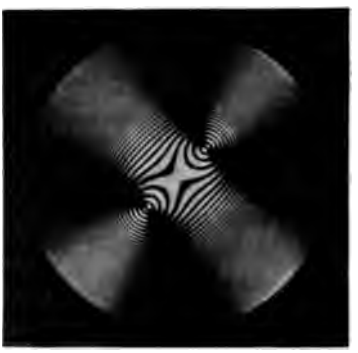


Fig. 375.

Fig. 372. Lame normale à la bissectrice aiguë, taillée dans un cristal d'aragonite, $2V = 19°36'$. Nicols croisés, plan des axes optiques parallèle au polariseur.
Fig. 373. Même lame, mais avec le plan des axes à 45° de la section principale du polariseur.
Fig. 374. Lame normale à la bissectrice aiguë, taillée dans un cristal de céruse, $2V = 9°28'$. Nicols croisés, plan des axes optiques parallèle au polariseur.
Fig. 375. Même lame, mais avec le plan des axes à 45° de la section principale du polariseur.

dont les pôles sont figurés par deux points noirs. Si on tourne la lame dans son plan, cette croix se disloque et se transforme en une hyperbole, dont les deux branches passent constamment par les axes optiques (fig. 373 et 375). Lorsque la lame est à 45° de sa position initiale, les axes optiques sont situés sur les sommets de cette hyper-

bole qui sont alors distants d'une quantité qui dépend de l'angle compris entre ces deux axes. L'observation de cette figure permettra toujours de fixer sur la section la position de la trace du plan des axes optiques. Pour cela, on formera la croix noire, puis on tournera d'un petit angle la platine du microscope, ce qui amènera la dislocation de cette croix en deux branches d'hyperbole situées dans les deux quadrants qui contiennent la trace du plan des axes. Si donc, tournant la platine *dans le sens des aiguilles d'une montre* (c'est-à-dire du *Nord* vers l'*Est*) les hyperboles apparaissent dans les quadrants $N.E - S.O$, le plan des axes optiques coïncide avec le bras de la croix noire qui était primitivement orienté $N.S$; si au contraire ces hyperboles se forment dans les quadrants $N.O - S.E$, le plan des axes coïncidait primitivement avec le bras de croix noire qui était orienté $E.O$.

La formation de ces isogyres s'explique facilement à l'aide des skiodromes qui sont, comme nous l'avons vu pour cette section, des ellipses afférentes aux isotaques enserrant l'angle aigu $2V$ des axes optiques, et des hyperboles pour les isotaques méridiennes (fig. 352). Si l'on imprime une rotation au réseau des skiodromes au-dessus d'un quadrillage dont les traits sont parallèles aux sections principales des nicols, on peut déterminer, par le lieu des points où ces traits sont tangents aux courbes de ce réseau, la forme de ces isogyres, et se faire une idée de la modification qu'elle subit par la rotation de la platine.

Les isogyres se déduisent également des équations (9) et (10) (a. 262, p. 306) en posant $\zeta$ ou $\zeta' = K$, et en remplaçant $R$ et $R'$ par leurs valeurs, qui seront alors:

$$R = \frac{\sin 2\theta}{2\left[\cos^2\theta + \frac{1}{\operatorname{tang}^2 V}\right]} \quad \text{et} \quad R' = \frac{\sin 2\theta}{2\left[\sin^2\theta + \frac{1}{\operatorname{tang}^2 V}\right]}$$

Elles représentent lorsque $\theta = 0$ ou $\frac{n\pi}{2}$, deux droites perpendiculaires ou parallèles aux sections principales des nicols, ou si $\theta$ est différent de 0 ou de $\frac{\pi}{2}$, deux hyperboles qui se coupent constamment sur les axes optiques. La première de ces courbes qui est obscure aux nicols croisés, a l'une de ses asymptotes fixe, c'est celle qui est la trace de la section principale de l'analyseur; l'autre asymptote fait avec la trace du polariseur un angle variable $E$, donné par la relation:

$$\operatorname{tang} E = R.$$

La seconde courbe est incolore, lorsque la section principale du polariseur est placée parallèlement à l'analyseur, et sensiblement obscure

aux nicols croisés. Ses asymptotes sont la trace de la section principale du polariseur et une droite faisant avec l'analyseur un angle donné par:

$$\operatorname{tang} E = R'.$$

En résumé, une section biaxe normale à la bissectrice aiguë, donnera une figure composée comme suit:

1° de courbes isochromatiques, ayant la forme de lemniscates tracées autour des axes optiques.

2° d'isogyres, disposées en croix noire (fig. 372 et 374), lorsque la trace du plan des axes optiques coïncide avec celle de la section principale de l'un des nicols. Cette croix se disloque par rotation de la platine, en donnant à 45° deux branches d'hyperbole dont les sommets coïncident avec les pôles des axes optiques.

Les fig. 373 et 375 reproduisent l'aspect de la figure d'interférence d'un cristal biaxe taillé normalement à la bissectrice, lorsque le plan des axes optiques est parallèle ou à 45° des sections principales des nicols.

**274. Section perpendiculaire à la bissectrice obtuse.** Tout ce qui a été dit à propos de la section normale à la bissectrice aiguë s'applique encore ici; la forme générale des *courbes isochromatiques* est la même, mais comme la bissectrice obtuse est coupée à une distance

$$\varrho = \frac{n\lambda}{2(n_g - n_p)\cos^2 V}$$

par une surface d'égal retard $\frac{n}{2}\lambda$, la courbe obscure en forme de $\infty$ sera, aux nicols croisés, obtenue pour l'épaisseur $e = \frac{\lambda}{(n_g - n_p)\cos^2 V}$ au lieu de $e = \frac{\lambda}{(n_g - n_p)\sin^2 V}$ comme c'était le cas précédemment.

Les *isogyres* présentent la même disposition, mais à 45° les sommets des hyperboles sont plus écartés et sortent du champ de l'instrument, du moins avec l'ouverture habituelle des objectifs.

**275. Section parallèle au plan des axes optiques.** Les *courbes isochromatiques* se déduisent, comme précédemment, de la surface de Bertin; il faut se représenter pour cela plusieurs de celles-ci correspondant à des retards $\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda$, .... $n\frac{1}{2}\lambda$ emboîtées les unes dans les autres et coupées par un plan parallèle à celui des axes optiques, à une distance $e$ de l'origine égale à l'épaisseur de la lame. Etant donné a lforme de cette surface, les intersections se composeront de deux séries de courbes ayant leurs asymptotes parallèles aux axes optiques, elles présenteront sensiblement la forme d'hyperboles (fig. 376). La disposition de ces courbes a une certaine analogie avec celle que

montrent les sections parallèles à l'axe d'un cristal uniaxe. L'observation de la succession des couleurs de polarisation des courbes isochromatiques sur l'une et l'autre des lignes d'extinction, permet, dans quelques cas, de reconnaître celle de ces deux lignes qui coïncide avec la bissectrice aiguë. Pour une épaisseur $e = \frac{m\lambda}{e(n_g - n_p)}$ de la lame, une surface correspondant à un retard $R = \frac{m\lambda}{2}$ est tangente sur l'axe $n_m$ au plan sécant qui détermine la forme des courbes isochromatiques. Comme dans le plan $xy$ (voir fig. 369) la trace de la surface d'égal retard présente deux points d'inflexion et un minimum sur la direction de l'axe $y$, (ce qui n'est pas le cas dans le plan $xy$ passant par $n_m$ et la bissectrice obtuse), le plan sécant pourra rencontrer, sur la trace de la bissectrice aiguë, des surfaces correspondant à des retards $\frac{(m-1)}{2}\lambda, \frac{(m-2)}{2}\lambda$ etc., et sur la trace de la bissectrice obtuse, d'autres surfaces correspondant à des retards $\frac{m+1}{2}\lambda, \frac{m+2}{2}\lambda$ etc. Il en résulte un abaissement de la teinte de polarisation des courbes sur la ligne de la bissectrice aiguë, tandis que cette teinte monte au contraire sur la direction perpendiculaire. Quant aux *isogyres*, leur forme rappelle également celle des cristaux uniaxes; elles consistent d'abord en une croix noire floue, dont les bras très larges sont parallèles aux sections principales des nicols, et occupent presque la totalité du champ de l'appareil. Une légère rotation de lame en provoque la dislocation et entraîne la formation d'une hyperbole floue, qui sort très rapidement du champ de l'instrument. L'observation ne présente une certaine netteté que si l'angle des axes optiques est très petit et l'on peut démontrer, comme on le verra plus loin, que *les branches de cette hyperbole apparaissent dans les quadrants où vient se placer la bissectrice aiguë*, observation qui permettra de rechercher dans quelques cas la situation de celle-ci sur une section parallèle au plan des axes optiques.

Fig. 376. Courbes isochromatiques fournies par une lame, taillée parallèlement au plan des axes optiques. $n_g$ et $n_p$ étant à 45° des sections principales des nicols.

Les skiodromes sont des arcs d'ellipses dont la fig. 354 nous donne la reproduction et permet de comprendre aisément l'image obtenue.

On voit d'abord que, lorsque les lignes d'extinction de la lame sont parallèles aux sections principales des nicols, la variation d'intensité lumineuse de part et d'autre de la trace de celles-ci sera très faible, car les tangentes aux skiodromes s'en écartent très peu sur la plus grande partie du champ. En outre, si l'on superpose les skiodromes au quadrillage indiqué, on voit se former l'hyperbole par les lieux des tangentes aux courbes, mais seulement pour une petite rotation.

Ce phénomène peut être également prévu par le calcul à l'aide des formules (9) et (10) page 306, si l'on remplace $R$ et $R'$ par les valeurs que ces quantités prennent dans le cas qui nous occupe:

$$R = \frac{\sin 2\theta}{2(\cos^2\theta - \cos^2 V)}$$

$$R' = \frac{\sin 2\theta}{2(\sin^2\theta - \cos^2 V)}.$$

$\theta$ désignant l'angle que fait $n_p$ avec la trace de la section principale du polariseur.

Ces fonctions varient rapidement avec $\theta$ de 0 à $\pm\infty$ et $\mp\infty$ à 0, comme le montrent les fig. 377 et 378 construites pour un cristal positif avec $2V = 60°$ et pour un cristal négatif de même angle. Les équations (9) et (10), p. 306 montrent que l'on aura une croix lorsque les lignes d'extinction sont parallèles aux sections principales des nicols, c'est à dire pour $\theta = 0$; on obtiendrait par contre une hyperbole pour toutes les autres valeurs de $\theta$.

La discussion des formules indiquées[1] montre que pour une rotation déterminée $\theta'$, il se forme en réalité deux hyperboles; l'une a ses deux branches contenues dans les quadrants occupés par la bissectrice aiguë, l'autre dans ceux où se trouve la bissectrice obtuse. Ces deux courbes ne se déplacent pas de la même façon, ce que l'on voit si dans les formules on tient compte des valeurs que prennent $R$ et $R'$. L'une des hyperboles est obscure aux nicols croisés, l'autre l'est sensiblement aussi, mais si nous supposons $2V$ petit, celle qui se trouve dans les quadrants occupés par la bissectrice aiguë reste beaucoup plus longtemps dans le champ, pendant la rotation que l'autre, dont l'axe réel devient infini lorsque $\theta = V$. Si $2V = 90°$, ces deux hyperboles se forment identiquement dans les quatre quadrants et sortent presque instantanément du champ pour la plus petite rotation de la platine; elles seront alors difficilement observables. En résumé, une section parallèle au plan des axes optiques donnera:

[1] F. Pearce, loc. cit.

1° des courbes isochromatiques ayant sensiblement la forme d'hyperboles à asymptotes parallèles aux axes optiques, et disposées en deux séries.

2° des isogyres, présentant la forme d'une croix noire très large et floue, lorsque les lignes d'extinction de la plaque coïncident avec la section principale des nicols. La moindre rotation de la platine disloque cette croix et fait naître deux hyperboles. Celle dont les

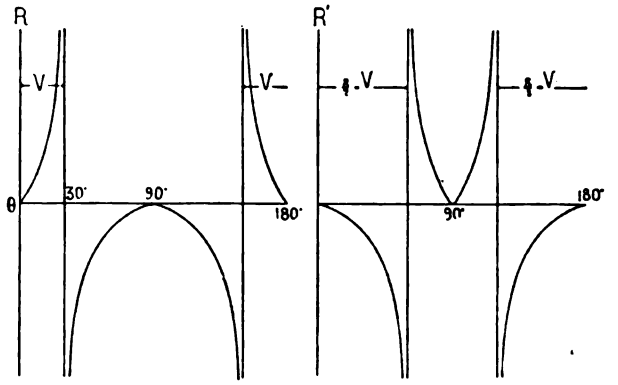



Fig. 377.

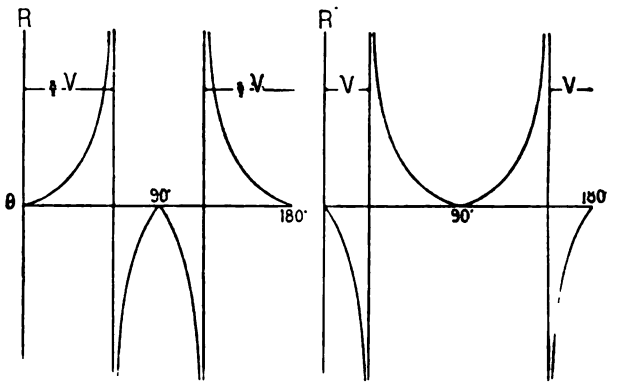



Fig. 378.

deux branches sont placées dans les quadrants occupés par la bissectrice obtuse sort instantanément du champ, tandis que celle qui se produit dans les quadrants où se trouve la bissectrice aiguë persiste plus longtemps; elle est observable si $2V$ n'est pas trop grand, ce qui permet de fixer la position de cette bissectrice.

**276. Section normale à l'un des axes optiques.** Les *courbes isochromatiques* fournies par l'intersection des surfaces de Bertin par le plan

de la lame, seront nécessairement fermées, et constituées par des anneaux concentriques dont la forme se rapprochera plus ou moins de celle du cercle.

Quant aux *isogyres*, elles se réduisent à une seule courbe, obscure aux nicols croisés. Celle-ci se déduit comme précédemment des skio-

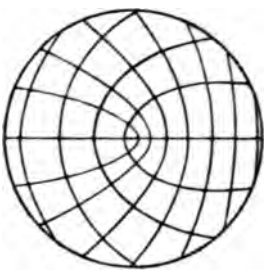


Fig. 379.

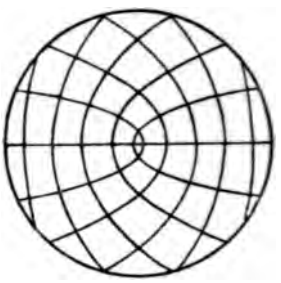


Fig. 380.

dromes. La fig. 379 montre la forme que prend le réseau de ces courbes pour un cristal biaxe négatif, et la fig. 380 pour un cristal où $2V = 90°$.

Si l'on superpose les skiodromes au quadrillage parallèle à la trace des sections principales des deux nicols, on voit que l'on obtient par

Fig. 381.

Fig. 382.

Section normale à l'un des axes optiques d'un cristal de topaze, les nicols sont croisés, et la plan des axes est à 45° et 0° de la section principale du polariseur.

la construction habituelle une branche d'hyperbole *tournant sa convexité du côté de la bissectrice aiguë* (fig. 381) pour une position quelconque de la lame. Cette isogyre devient une droite (fig. 382), lorsque le plan des axes optiques est parallèle à la section principale de l'un des nicols. Si $2V = 90°$, les courbes méridiennes et équatoriales de la

projection sont identiques; pour une position quelconque de la lame leurs tangentes parallèles à la section principale du polariseur déterminent deux points situés sur une même droite passant par le pôle de l'axe optique. L'isogyre sera dans ce cas une droite et si l'on fait tourner la lame dans son plan, cette isogyre pivote autour de l'axe optique en sens inverse de la rotation.

**277. Section quelconque.** L'intersection de la surface de Bertin avec un plan quelconque parallèle à celui de la lame, fournira des courbes isochromatiques qui, selon la position du plan, pourront présenter une grande variété d'aspect.

L'isogyre, qui pourra être formée par une ou par deux courbes, passe par le pôle de l'axe optique; elle se déforme pendant la rotation de la lame. La figure 383 fait comprendre la forme de l'isogyre

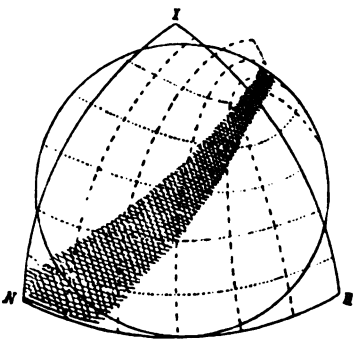



Fig. 383.

obtenue et les changements qu'elle subit pendant les rotations de la plaque.

**278. Rôle de l'épaisseur de la lame, figures données par les coupes minces.** Nous avons vu précédemment que la production des courbes isochromatiques est liée à l'épaisseur de la lame et à sa biréfringence. Avec l'épaisseur habituelle des coupes utilisées dans la pétrographie, les retards sont en général trop faibles pour que ces courbes soient visibles dans le champ du microscope. Celles-ci n'apparaissent guère en effet avec les épaisseurs de 0,02 à 0,04 usuelles pour les coupes minces, que pour des minéraux très biréfringents tels que la calcite, le zircon, le rutile, le sphène, etc. La figure qu'on observe habituellement avec la plupart des autres minéraux se borne à des isogyres, qui, si le minéral est très peu biréfringent, peuvent être parfois très floues et d'une interprétation difficile. Les figures suivantes (fig. 384) que nous empruntons à la minéralogie micrographique de M.M. Fouqué et Michel-Lévy,

montrent quelques-uns des aspects que présentent les isogyres pour les cristaux uniaxes et biaxes. $\varphi$ désigne l'angle formé par le plan vertical passant par l'axe optique avec la section principale du polariseur, $A$ et $B$ sont les axes optiques, et $b$ la bissectrice qui se trouve dans le champ. Pour les cristaux uniaxes, les figures I sont celles que l'on observe quand l'axe optique est compris dans le champ du microscope, II celles que l'on voit lorsque l'axe est en dehors du champ. Pour les cristaux biaxes, les figures III sont celles que l'on observe lorsqu'un axe optique est dans le champ, IV celles données par une section quelconque perpendiculaire au plan des axes optiques et V celles qui correspondent à une section pour laquelle la bissectrice est dans le champ.

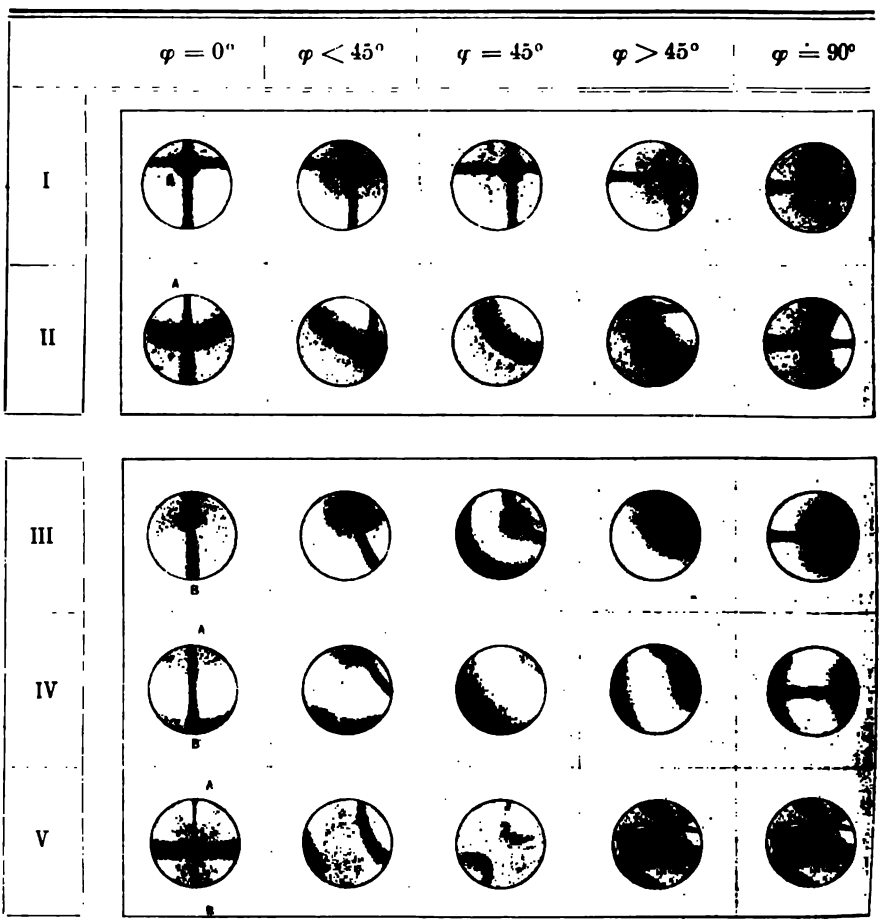



Fig. 384.

**279. Remarques relatives à l'observation des phénomènes en lumière convergente.** Lorsqu'il s'agit d'examiner en lumière conververgente des cristaux d'une certaine dimension, isolés et taillés préalablement en plaques d'épaisseur suffisante, on se sert du conoscope décrit précédemment (a. 144, p. 141). Cet appareil ne possède pas une ouverture considérable, mais il a un foyer relativement long, ce qui est très utile dans certains cas.

Quand il s'agit de lames minces, comme c'est toujours le cas en pétrographie, on se sert pour l'observation en lumière convergente, de l'un des microscopes décrits antérieurement (chap. VII, § 4). Pour cela on intercale tout d'abord le condensateur, en agissant sur son petit levier de commande; puis remontant le polariseur au moyen de sa crémaillère, on soulève ce condensateur de façon à mettre sa lentille frontale en contact avec la préparation. A l'aide d'un objectif à fort grossissement et à court foyer, on met la préparation au point comme d'habitude. L'observation de la figure d'interférence peut se faire alors suivant le procédé von Lasaulx, qui consiste à enlever l'oculaire après avoir intercalé l'analyseur, et à observer directement dans le tube du microscope la figure d'interférence qui se forme sur la surface focale $\Sigma\Sigma'$ dont il a été question (a. 261, p. 301). Cette figure est nette, mais toujours de petite dimension; elle suffit ordinairement pour reconnaître le système cristallin ou l'orientation optique d'une lame donnée.

Les sections étudiées peuvent avoir de très petites surfaces, et le procédé est utilisable même si l'image ne recouvre pas la totalité du champ de l'instrument. Il faut seulement dans ce cas que l'œil ne reçoive que les rayons qui ont traversé la section à examiner, à l'exclusion ceux qui proviennent d'autres sections voisines dans la préparation, ce qui a presque toujours lieu dans les coupes minces de roches.

M. Czapsky a indiqué un procédé fort élégant qui permet de réaliser cette condition. Pour cela, il place un diaphragme iris dans le plan de l'image conjuguée de l'objet fournie par l'objectif. Ce diaphragme, dont nous avons déjà parlé, doit être disposé dans le plan de l'un des points aplanétiques de l'objectif; avec une ouverture convenable, on écarte tous les rayons qui ne satisfont pas à la condition exprimée par l'équation d'Abbe (a. 144, p. 141). De plus en cerclant au moyen de ce diaphragme l'image d'un très petit minéral, il est évident qu'on élimine complètement tous les rayons autres que ceux qui ont traversé sa section.

Dans les microscopes construits par la Société genevoise pour la construction des instruments de physique, nous avons introduit ce diaphragme iris dans le tube du microscope, et dans le plan focal

d'un oculaire positif à l'aide duquel on fait la mise au point du minéral. On diminue progressivement l'ouverture de ce diaphragme, de façon à isoler complètement l'image de la section étudiée qui reste seule dans le champ, puis après avoir enlevé l'oculaire, on examine la figure d'interférence. Il est également évident que si la section est petite, le microscope devra être parfaitement centré, faute de quoi la rotation de la lame ferait sortir la figure d'interférence du champ d'observation. On comprendra dès lors que dans ces conditions, les microscopes à centrage permanent soient d'un usage infiniment plus commode que les autres; les types chez lesquels l'objectif tourne avec la préparation sont, à notre avis, bien préférables à ceux chez lesquels le centrage est obtenu par la rotation des nicols, car avec les premiers, la rotation sur elle-même qu'éprouve la figure d'interférence ne vient pas compliquer sa dislocation, ce qui est inévitablement le cas avec les appareils à nicols tournants.

Pour certaines observations il est parfois nécessaire d'agrandir l'image d'interférence, on peut y parvenir par plusieurs procédés différents. Le plus simple consiste à intercaler une loupe, à travers laquelle on examine directement la figure d'interférence; il n'est guère applicable avec avantage sur les microscopes polarisants ordinaires, à cause de la longueur du tube qui est de 16 centimètres, ce qui exigerait, pour que l'image soit visible dans la position qu'occupe l'œil de l'observateur, une lentille de très long foyer. Un autre dispositif est celui d'Amici-Bertrand (voir a. 144, p. 141). Il consiste à intercaler, dans le tube du microscope et dans une position convenable, une lentille qui reprend la figure d'interférence et en donne une image conjuguée réelle et agrandie, que l'on observe à l'aide d'un oculaire positif ou négatif quelconque. Cet oculaire se place comme d'habitude dans le tube du microscope, mais pour que l'image soit visible, le système formé par la combinaison de la lentille de Bertrand et de l'oculaire doit permettre une mise au point; celle-ci peut-être obtenue de deux façons: On peut tout d'abord monter la lentille de Bertrand ainsi que l'oculaire sur un même tube, pouvant se mouvoir dans celui qui porte l'objectif et l'analyseur soit à la main, soit par une crémaillère. On peut également déplacer la lentille de Bertrand seule pour faire la mise au point, dans ce cas le mouvement de cette lentille est indépendant de celui de l'oculaire. Cette disposition qui a été adoptée sur les instruments construits par la Société genevoise pour la construction des instruments de physique, permet plus de liberté dans la mise au point.

La lentille de Bertrand doit être évidemment centrée pour que son axe optique coïncide avec celui de l'appareil. Ce centrage est réalisé en

agissant par tâtonnements sur trois vis (fig. 199) disposées à 120° les unes des autres dans la monture de la lentille, ce qui permet de la déplacer à volonté. Pour effectuer le centrage, on place sur la platine une lame normale à l'axe optique d'un cristal uniaxe qu'on examine en lumière convergente, puis après avoir mis au point, on agit sur les vis de centrage jusqu'à ce que le centre de la figure d'interférence coïncide avec le point de croisement des fils du réticule de l'oculaire. Nous ajouterons qu'un diaphragme doit être placé suivant les indications données (a. 144, p, 141) pour se trouver dans les conditions où la loi du sinus d'Abbe est satisfaite en utilisant les objectifs microscopiques ordinaires.

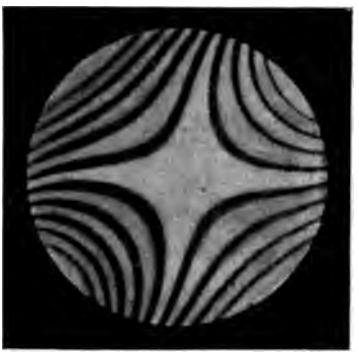


Fig. 385 (ouv. num. = 0.636).

Fig. 386 (ouv. num. = 1.168).

Ces figures fournies par une lame perpendiculaire à la bissectrice aiguë d'un cristal de topaze, montrent le rôle que joue l'ouverture numérique du condensateur et de l'objectif dans la formation des images en lumière convergente.

Le dispositif Amici-Bertrand permet des mesures exactes telles que l'écartement des sommets des hyperboles sur la figure d'interférence. Si l'on emploie un oculaire positif, celui-ci permet de voir simultanément l'image d'interférence et celle d'un micromètre gravé sur verre, ou encore celle d'un réticule à fils mobiles.

Il faut encore faire remarquer que la mise au point ne pourra être réalisée simultanément pour toutes les régions de la figure d'interférence, car celle-ci se forme sur une calotte sphérique, et l'on aura toujours un déplacement parallactique pour certains points de l'image.

Quant aux objectifs à employer, ceux-ci doivent être choisis de façon à présenter une ouverture aussi grande que possible (fig. 385, 386), et satisfaire de plus à la loi des sinus d'Abbe, lorsqu'ils sont destinés à produire des figures d'interférence sur lesquelles des mesures doivent

être effectuées. Si l'on se reporte à ce que nous avons dit antérieurement (a. 124, p. 119) nous voyons que les immersions homogènes sont particulièrement recommandables et auront toujours une ouverture numérique supérieure à celle des objectifs secs. Pour le travail ordinaire, ces derniers suffisent néanmoins dans la plupart des cas, mais il est toujours bon de pouvoir disposer d'une immersion homogène.

Le condensateur enfin, pour permettre d'utiliser toutes les qualités de l'objectif, devra posséder une ouverture numérique égale à celle de ce dernier; lorsque l'objectif est à grande ouverture ce qui est toujours le cas pour les immersions homogènes, le condensateur ordinaire ne suffit pas, on le remplace alors par un autre à immersion homogène également, qui peut s'adapter directement sur le polariseur.

## § 4. RÔLE DE LA DISPERSION CRISTALLINE.

**280. Généralités.** La dispersion cristalline produit en lumière blanche certaines modifications dans les figures d'interférence, notamment en ce qui concerne la disposition des couleurs sur les courbes isochromatiques, qu'il convient d'examiner. En effet, comme à un cristal donné correspond, pour chaque radiation, un ellipsoïde optique distinct, qui peut en outre avoir dans certains cas une orientation différente d'une couleur à l'autre, il s'ensuit nécessairement que pour chaque radiation du spectre, nous aurons également des isogyres et des courbes isochromatiques différentes. En lumière blanche, la figure d'interférence qu'on observe, résulte de la superposition de ces différentes figures colorées, de sorte qu'en un point où une radiation quelconque est détruite soit par interférence soit par l'analyseur il ne saurait y avoir obscurité, cette condition ne s'appliquant pas simultanément à toutes les radiations. En conséquence la teinte qui apparaîtra au point considéré est la complémentaire de celle qui correspond à la radiation éliminée.

**281. Système orthorhombique.** Nous avons vu (a. 96, p. 91) que dans ce système, les ellipsoïdes ont les mêmes axes principaux pour toutes les couleurs, et qu'avec $\varrho \gtrless v$, il peut y avoir dispersion des axes dans deux plans perpendiculaires:

a) *Le plan des axes est commun à toutes les couleurs.* Supposons que nous ayons $\varrho > v$. La figure obtenue en lumière rouge lorsque la lame est placée à 45° de ses extinctions, aura la forme représentée par le trait plein de la fig. 387, qui montre les points qui, aux nicols croisés, sont obscurs pour cette couleur.

La disposition que l'on observerait dans les mêmes conditions avec de la lumière bleue, est représentée sur la figure par le trait pointillé. Les courbes isochromatiques et les isogyres obscures pour les autres couleurs, s'échelonneront entre les positions extrêmes occupées par les deux radiations ci-dessus mentionnées. Il en résulte qu'un point quelconque de la figure qui, pour une couleur déterminée, devrait être obscur, ne le sera pas en lumière blanche, mais présentera une teinte dépendant de la proportion des autres couleurs transmises.

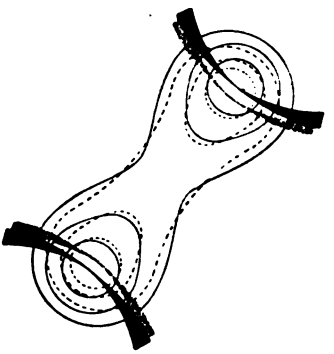


Fig. 387.

Si nous avons $\varrho > v$, l'hyperbole paraîtra donc frangée de bleu sur sa concavité et de rouge dans sa partie convexe. Quant aux anneaux colorés, en appliquant le raisonnement précédemment indiqué, on trouve qu'ils devront être frangés de rouge dans la partie intérieure qui regarde la concavité de l'hyperbole, et de bleu dans celle qui fait face à sa convexité; le contraire aura lieu pour la partie extérieure des anneaux.

Si nous avons $\varrho < v$, on observera une disposition exactement inverse de celle qui vient d'être décrite.

On tire de cette observation la règle que voici:

*La couleur pour laquelle l'angle des axes est le plus petit, est toujours celle qui frange le côté concave de l'hyperbole, ou la partie intérieure du premier anneau qui regarde la convexité de cette courbe.*

Enfin la figure d'interférence elle-même sera, dans le cas qui nous occupe, entièrement symétrique par rapport à deux droites perpendiculaires qui jalonnent la trace des deux de plans de symétrie du système sur celui de la section.

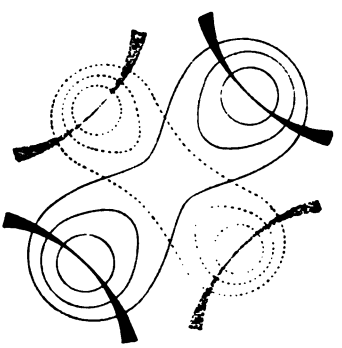


Fig. 388.

b) *Les axes optiques pour différentes couleurs sont situés dans deux plans perpendiculaires.* Un exemple de ce cas est donné par la brookite, dont les axes optiques, pour toutes les couleurs, s'ouvrent dans deux plans perpendiculaires à $h' = (100)$, avec $\varrho > v$. Les axes optiques pour les couleurs allant du rouge au vert, sont compris dans un même plan; ceux des radiations comprises entre le vert et le violet, s'échelonnent dans un second plan perpendiculaire au premier

(fig. 388). En lumière monochromatique, la figure d'interférence présentera les caractères habituels, et selon la couleur avec laquelle on opère, pour une situation donnée de la lame, les sommets des hyperboles ainsi que les lemniscates auront l'une ou l'autre des positions indiquées sur la figure 380, toutefois pour une certaine couleur, le vert $2V = 0$. La figure d'interférence, que l'on observerait alors, serait celle d'un cristal uniaxe. En lumière blanche la figure obtenue est complexe, et résulte de la superposition des deux systèmes.

**282. Système monoclinique.** Nous avons vu (a. 97, p. 93) que dans ce système, par le fait que l'axe de symétrie unique $A^2$ coïncide avec l'un des trois axes de l'ellipsoïde, il y a toujours dispersion des indices principaux dans le plan de symétrie $P^2$ normal à $A^2$. Cette dispersion des indices est toujours accompagnée de celle des axes optiques; quant à $A^2$ il peut coïncider avec $n_m$ ou avec l'une des deux bissectrices.

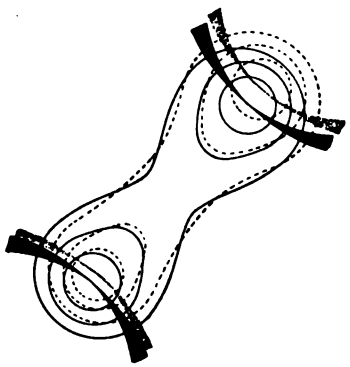


Fig. 389.

1° *L'axe binaire coïncide avec $n_m$: Dispersion inclinée.* Nous aurons dans ce cas dispersion des bissectrices et des axes optiques dans le plan $g^1 = (010)$, et il n'est alors plus possible de tailler une plaque perpendiculaire à la bissectrice aiguë, pour toutes les couleurs. Il en résulte que si une lame est normale à l'une de ces bissectrices, les axes optiques pour les autres couleurs ne sont pas symétriquement placés de part et d'autre de celle-ci. La fig. 389 dans laquelle on a comme précédemment supposé $\varrho > v$, et sur laquelle les traits pleins et pointillés ont la même signification, représente cette disposition. On peut y voir que les branches d'hyperbole ainsi que les anneaux, seront de dimension différente sur les deux parties de la figure, mais celle-ci toutefois reste symétrique par rapport à la trace du plan de symétrie, en ce qui concerne la coloration de ces anneaux; cette symétrie disparaît pour la droite perpendiculaire à cette trace. Le phénomène porte le nom de dispersion inclinée.

2° *L'axe binaire coïncide avec la bissectrice obtuse: Dispersion horizontale.* Nous savons qu'il se produit dans ce cas une dispersion de la bissectrice aiguë dans le plan de symétrie, jointe à celle des axes optiques dans des plans perpendiculaires à ce dernier. Il sera également impossible de tailler une plaque qui soit normale à la

bissectrice aiguë pour toutes les couleurs. La fig. 390 montre quelle serait dans ce cas la disposition des isogyres et des courbes isochromatiques pour le rouge (trait plein), et pour le bleu (trait pointillé).

En lumière blanche, la figure d'interférence sera la résultante de celles semblables obtenues pour toutes les couleurs. Elle sera encore ici, symétrique par rapport à la trace du plan de symétrie, et les couleurs qui frangent les anneaux ou les hyperboles, seront disposées symétriquement par rapport à la trace de ce plan, mais elles ne le seront plus pour la droite perpendiculaire à cette trace.

3° *L'axe binaire coïncide avec la bissectrice aiguë: Dispersion croisée.* On peut, dans ce cas, tailler une lame normalement à la bissectrice

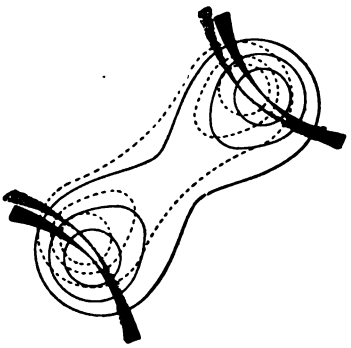


Fig. 390.

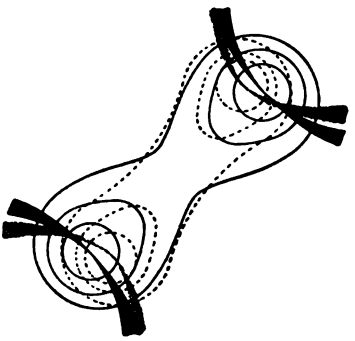


Fig. 391.

aiguë pour toutes les couleurs; il y a dans ces conditions dispersion des bissectrices obtuses et des indices $n_m$ dans le plan de symétrie $g^1 = (010)$. Les axes optiques sont alors compris dans des plans différents, qui se coupent tous selon l'axe binaire. La fig. 391 montre la disposition des isogyres et des courbes isochromatiques pour le rouge et le bleu; elle montre aussi qu'en lumière blanche, les couleurs d'interférence que présenteront les anneaux seront disposées en chassé-croisé par rapport au centre de figure qui jalonne la trace de la bissectrice aiguë; elles ne présenteront de symétrie que par rapport à ce point seulement.

**283. Système triclinique.** Avec ce système, on tombe dans le cas général, et la figure ne présente plus aucune symétrie dans la répartition des couleurs sur les divers anneaux.

---

# CHAPITRE XIV.

## APPLICATION DE LA LUMIÈRE CONVERGENTE A LA DÉTERMINATION DU SIGNE OPTIQUE.

§ 1. Détermination du signe optique des cristaux uniaxes. § 2. Détermination du signe optique des cristaux biaxes.

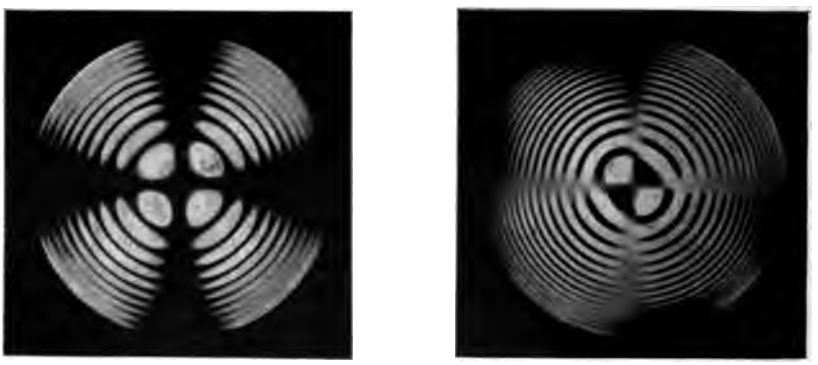
### § 1. DÉTERMINATION DU SIGNE OPTIQUE DES CRISTAUX UNIAXES.

**284. Généralités.** Nous rappellerons que les cristaux uniaxes sont de signe positif, lorsque $n_g$ est l'axe de révolution de leur ellipsoïde, et de signe négatif lorsque $n_p$ joue le même rôle. Dans le premier cas, ce sont les ondes ordinaires polarisées comme l'on sait, parallèlement à une section principale, qui marchent le plus vite; dans le second, ce sont les ondes extraordinaires.

La détermination du signe peut se faire par plusieurs méthodes, en utilisant, avec des sections d'orientation variable, la lumière convergente ou la lumière parallèle.

**285. Emploi des sections normales à l'axe optique.** Les différents procédés qui utilisent les sections normales, sont basés sur les modifications qu'éprouve la figure d'interférence obtenue en lumière convergente lorsqu'on lui superpose une lame de retard connu, le mica $\frac{1}{4}\lambda$ par exemple, la teinte sensible, ou encore un biseau compensateur de quartz.

Fig. 392.



*a.* Fig. 393. *b.*

Signe optique positif (zircon).

*a*) Plaque perpendiculaire à l'axe optique, aux nicols croisés.
*b*) La même, combinée avec une lame de mica $\frac{1}{4}$ d'onde.

Si à 45° de la section principale des nicols, on place un mica quart d'onde (fig. 392) taillé comme nous l'avons indiqué (a. 181, p. 196),

la figure que donne cette section en lumière convergente est disloquée. Si le cristal est positif (fig. 393*a*), on voit se former deux points noirs sur la perpendiculaire à la direction $n_g$ du mica, en même temps qu'on constate une modification dans la forme des anneaux d'interférence (fig. 393*b*). Ceux-ci se dilatent dans les quadrants compris entre les sections principales des nicols contenant les points noirs, et se contractent dans ceux où tombe la direction $n_g$ du mica, soit ici dans les quadrants $N.O - S.E$. Avec les cristaux négatifs (fig. 394a), le phénomène inverse se produit; les points noirs ainsi que les anneaux qui se dilatent, se trouvent dans les quadrants contenant la direction $n_g$ du mica; les anneaux qui se contractent dans ceux occupés par la perpendiculaire à cette direction (fig. 394b).

*a.* Fig. 394. *b.*
Signe optique négatif (apatite).
*a*) Plaque perpendiculaire à l'axe optique, aux nicols croisés.
*b*) La même, combinée avec une lame de mica $\frac{1}{4}$ d'onde.

On tire de ce qui précède la règle mnémotechnique suivante:

*Le signe optique d'un cristal est celui que forme dans le champ de l'instrument, la trace de la direction $n_g$ du mica avec celle de la droite passant par les deux points noirs* (fig. 395 et 396).

La théorie du phénomène est la suivante: Si nous prenons un cristal positif, une direction $OD$ quelconque, dont le pôle se trouve par exemple en $a$ (fig. 395 et 396) sur un anneau de la figure d'interférence, transmet normalement deux ondes polarisées à angle droit, dont on obtient les vitesses par les axes de la section elliptique faite dans l'ellipsoïde inverse par un plan normal à $OD$. Celle-ci sera donc toujours une ellipse, dont un des axes est perpendiculaire à la section principale contenant $OD$ et de longueur égale à $n_p$, tandis que l'autre est parallèle à cette section et a une lon-

gueur $n_g'$ qui varie entre $n_g$ et $n_p$. Pour un cristal positif, les vibrations qui sont perpendiculaires aux sections principales, se propageront donc avec une vitesse $\frac{1}{n_p}$ qui est plus grande que celle comprise entre $\frac{1}{n_g}$ et $\frac{1}{n_p}$ des vibrations qui y sont contenues.

Si donc dans ces conditions, nous superposons un mica $\frac{1}{4}\lambda$ à une telle lame, il est évident que parmi toutes les sections principales de celle-ci, il s'en présente qui coïncident avec celles du mica. Dans les quadrants où tombera $n_g$ de ce dernier, les retards de la lame et du minéral seront de mêmes signes, ce qui provoquera le resserrement des anneaux; par contre dans ceux occupés par la perpendiculaire à $n_g$, ils seront de signes contraires, il y aura donc dilatation des

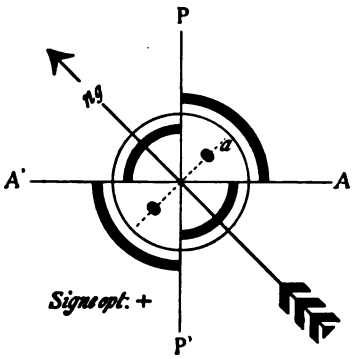


Fig. 395.

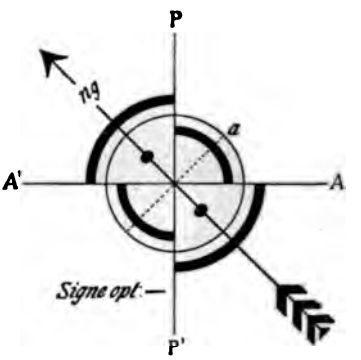


Fig. 396.

anneaux et compensation avec formation de points obscurs, aux endroits où le retard qu'ont pris les ondes est égal à celui $\frac{\lambda}{4}$ du mica.

Un raisonnement analogue s'appliquerait évidemment aux cristaux négatifs, et montrerait que les deux points noirs où se fait la compensation par le mica, se trouvent nécessairement dans les quadrants contenant la direction $n_g$ de ce dernier.

Ce qui précède nous conduit à faire quelques remarques importantes pour la pratique. Il est aisé de comprendre qu'avec les lames minces usuelles en pétrographie, l'observation des modifications subies par les anneaux est impossible; il faut donc se borner à examiner la disposition des points noirs qui correspondent à la compensation. Il est clair toutefois que ceux-ci ne pourront être visibles dans le champ de l'instrument, que si les rayons qui arrivent à l'œil de l'observateur ont pu, en traversant la lame, prendre un retard au moins égal à $\frac{\lambda}{4}$, ce

qui ne sera pas toujours le cas avec des minéraux très peu biréfringents, tels que la mélilite, la néphéline, l'apatite, etc.

Dans ces conditions, l'emploi du mica $\frac{1}{4}\lambda$ échoue et il faut alors faire usage d'une lame teinte sensible taillée comme nous l'avons indiqué, c'est-à-dire avec $n_g$ dans le sens du plus grand côté du rectangle. L'introduction de cette lame donnera une figure colorée, qu'il est aisé d'observer. La croix noire prend alors la teinte violette de la lame sensible, tandis que dans les quadrants où se formeraient les points noirs avec le mica $\frac{1}{4}\lambda$, nous aurons un abaissement de cette teinte qui deviendra rouge ou jaune orangé. Par contre dans les quadrants occupés par la perpendiculaire à $n_g$, la teinte s'élève et passe au bleu. Les fig. 397 et 398 montrent la disposition observée avec les cristaux positifs ou négatifs; le pointillé figure le bleu, les hachures le rouge ou l'orangé.

On pourrait aussi déterminer le signe optique au moyen d'un quartz compensateur (a. 183, p. 197) introduit à 45° des sections prin-

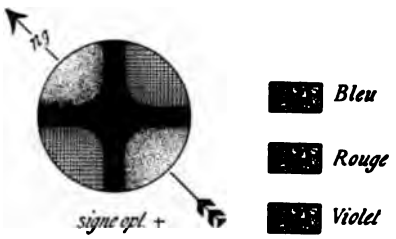



Fig. 397.

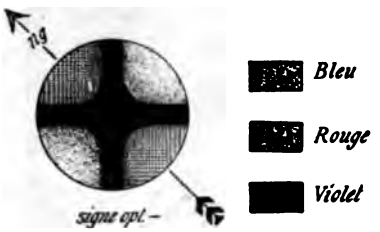



Fig. 398.

cipales des nicols. Le resserrement ou la dilatation des anneaux se produirait comme avec le mica, mais le phénomène est plus sensible. En enfonçant le biseau dans la gaîne du microscope, ces anneaux paraissent se mouvoir du centre vers le bord du champ, dans les deux quadrants contenant les points noirs, et en sens inverse dans les deux autres.

**286. Emploi des sections parallèles à l'axe optique.** Le procédé qu'on utilise est basé sur le fait que, si dans le plan de la lame, on connaît la position de l'axe optique qui doit coïncider avec $n_g$ ou $n_p$ selon le signe optique, il suffira de préciser, en lumière parallèle, celle des deux lignes d'extinction qui correspond à $n_g$ ou à $n_p$, ce qui se fera à l'aide du mica ou de la teinte sensible.

On peut rechercher, en lumière convergente, la position qu'occupe l'axe optique sur la section $n_g n_p$ par deux procédés:

1° *Par l'examen des isogyres.* Nous avons montré que la croix noire obtenue lorsque l'axe optique est parallèle à l'une des sections principales, se disloque par rotation en une hyperbole floue, dont les

deux branches naissent toujours dans les quadrants où vient se placer l'axe optique, ce qui permet alors de fixer la position que celui-ci occupait lorsque la croix était formée. On fera cette première recherche, puis par une rotation convenable, on place la ligne d'extinction qui correspond à la direction de l'axe optique à 45° des sections principales des nicols, et on lui superpose un mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou une teinte sensible, de façon à faire coïncider la direction $n_g$ de ces deux lames avec la position qu'occupe l'axe optique. Si la teinte de polarisation observée en lumière parallèle monte, le cristal est positif; si elle descend, il est négatif.

2° *Par l'observation de la répartition des teintes sur les courbes isochromatiques.* Nous avons montré (a. 269, p. 315) que ces teintes s'abaissent sur la trace de l'axe optique, et montent sur sa perpendiculaire. Il sera donc aisé de fixer, par une observation de ce genre, la position qu'occupe l'axe optique; celle-ci connue, on procédera comme précédemment.

**287. Emploi d'une section quelconque.** Lorsque le centre de la croix noire observée en lumière convergente est encore contenu dans le champ du microscope, on utilise les mêmes procédés que ceux employés pour une section normale à l'axe, et l'on déduit le signe optique de la position des points noirs, ou des teintes obtenues avec la lame sensible. Si le centre de la croix sort du champ visuel, il suffit, pour obtenir le signe optique, de prendre celui de la projection de l'axe optique sur le plan de la lame qui sera toujours le même que celui du cristal. En effet, toute section découpe dans l'ellipsoïde inverse une ellipse, dont l'un des axes est l'indice ordinaire; il est perpendiculaire à la section principale qui contient l'axe optique. On procédera alors comme suit: On place, en lumière convergente, une des barres de l'isogyre parallèlement à la section principale de l'un des nicols, celle Nord-Sud par exemple, cette isogyre prolongée contient le pôle de l'axe optique en dehors du champ visuel. On rétablit la lumière parallèle, la lamese trouve alors à l'extinction; on la tourne ensuite de 45°, dans un sens tel, que le plan contenant l'axe optique, vienne dans les quadrants $N.O$-$S.E$ par exemple (si la gaîne servant à l'introduction des lames sensibles est orientée de cette façon), puis on lui superpose le mica ou la teinte sensible. Si la couleur de polarisation monte, le cristal est positif; il est négatif dans le cas contraire.

## § 2. DÉTERMINATION DU SIGNE OPTIQUE DES CRISTAUX BIAXES.

**288. Généralités.** On sait que par analogie avec les cristaux uniaxes, un cristal biaxe est positif lorsque la bissectrice aiguë de l'angle $2V$ des axes optiques est $n_g$, et négatif si $n_p$ joue le même

rôle. Les procédés qui ont été examinés pour déterminer le signe des cristaux uniaxes, s'appliquent en partie pour les biaxes, et on peut également utiliser pour ces derniers des sections d'orientations diverses.

**289. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice aiguë.** Le choix du procédé à prendre dépendra de l'épaisseur et de la biréfringence de la lame:

a) *Par le mica $\frac{1}{4}\lambda$ en lumière convergente.* On place la section à étudier en lumière convergente, de façon à obtenir la croix noire et les courbes isochromatiques, puis on superpose à celle-ci un mica $\frac{1}{4}\lambda$ à 45° des sections principales des nicols. On observe alors une dislocation de la figure d'interférence donnant naissance à deux points noirs,

Fig. 399. Signe optique positif.
Le plan des axes optiques est orienté Est-Ouest; $n_g$ du mica se trouve dans les quadrants N.O.—S.E.

Fig. 400. Signe optique négatif.
Le plan des axes optiques est orienté Est-Ouest; $n_g$ du mica se trouve dans les quadrants N.O.—S.E.

situés dans le voisinage de la trace du plan des axes optiques; ces points se produiront dans les quadrants contenant $n_g$ du mica si le minéral est négatif, et dans les deux autres s'il est positif. On observe également une dilatation des anneaux d'interférence dans les deux quadrants où se trouvent les points noirs, ainsi qu'une contraction dans les deux autres. La fig. 399 représente la disposition obtenue avec un cristal positif, la fig. 400 celle avec un cristal négatif. L'explication que l'on peut donner de ce phénomène est identique à celle indiquée pour les cristaux uniaxes. Dans les deux quadrants où le retard de la lame est de même signe que celui du mica, il y aura donc augmentation du retard et contraction des anneaux; dans les deux autres, où il est de signe contraire, il y aura en conséquence dilatation des anneaux, puis formation de deux points noirs dans le

champ, aux endroits où le retard est égal et de signe contraire à celui du mica. L'observation des points noirs est souvent difficile; si le cristal est très biréfringent, ils sont trop voisins des pôles des axes optiques et on ne peut aisément reconnaître dans quels quadrants ils sont contenus. Si au contraire la lame est trop mince et l'angle des axes trop grand, ces points sortent souvent du champ, le retard n'étant en aucun endroit de $\frac{1}{4}$ de $\lambda$ de signe contraire à celui du mica.

Pour les plaques épaisses ou très biréfringentes, on peut alors se servir du quartz compensateur que l'on glisse à 45° des bras de la

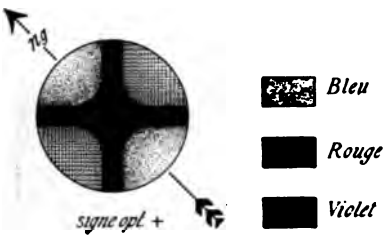



Fig. 401.

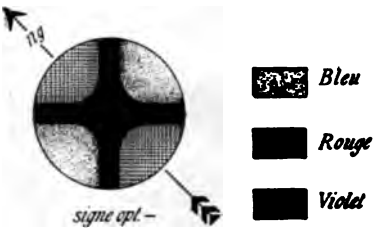



Fig. 402.

croix noire, de façon à introduire des retards croissants. Les anneaux paraissent alors se déplacer, à partir du pôle des axes optiques, vers les bords du champ, dans les quadrants qui doivent contenir les points noirs, et en sens contraire dans les deux autres. Pour les lames trop minces ou faiblement biréfringentes, on peut alors procéder par l'une ou l'autre des deux méthodes suivantes:

b) *Par la teinte sensible.* On forme la croix noire en lumière convergente, et introduit la lamelle sensible. Les deux bras de la croix prennent une teinte violette, tandis que dans les quadrants où se trouveraient les points noirs il se produit un abaissement de la teinte, qui passe au rouge ou au jaune. L'inverse a lieu dans les deux autres quadrants où la teinte de polarisation vire alors au bleu. Le phénomène est en somme analogue à celui qu'on observe avec les cristaux uniaxes, et l'interprétation de la figure est identique (fig. 401 et 402).

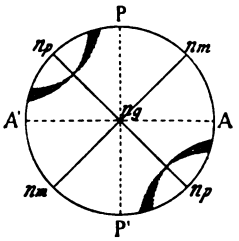



Fig. 403.

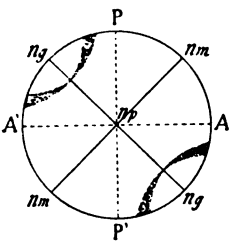



Fig. 404.

c) *Par le signe de la trace du plan des axes optiques.* Si la trace

du plan des axes optiques coïncide avec $n_p$ ou $n_g$ (fig. 403 et 404), la bissectrice aiguë sera respectivement positive ou négative, car $n_m$ reste, dans les deux cas, perpendiculaire à cette trace, les axes optiques étant situés dans le plan $n_g n_p$.

On déterminera la position de la trace du plan des axes optiques sur la section en disloquant légèrement la croix noire qu'elle donne en lumière convergente, de façon à faire apparaître l'hyperbole qui se forme, comme on le sait, dans les quadrants où se placent les axes optiques. Par une rotation convenable de la platine, on amène cette trace à 45° des sections principales des nicols, dans les quadrants où la direction $n_g$ du mica $\frac{1}{4}\lambda$ que l'on introduit, lui est superposée, puis on prend le signe de cette trace en lumière parallèle. Si la teinte de polarisation de la section baisse dans ces conditions, la bissectrice aiguë est $n_g$ et le minéral positif; si elle monte, la bissectrice aiguë est $n_p$ et le minéral est négatif.

**290. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice obtuse.** On peut appliquer les procédés qui viennent d'être examinés aux sections normales à la bissectrice obtuse, à l'exception toutefois de ceux qui sont basés sur l'observation des points noirs où se fait la compensation, lesquels se trouvent toujours en dehors du champ. On obtiendra naturellement sur ces sections le signe de la bissectrice obtuse, qui sera contraire à celui du cristal, comme on le comprend aisément.

**291. Emploi des sections parallèles au plan des axes optiques.** On procédera dans ce cas comme pour les cristaux uniaxes, mais il faudra préalablement connaître la position de la bissectrice aiguë (ou obtuse) dans le plan de la lame. Nous avons pour cela deux moyens assez précaires. Le premier est basé sur l'observation des isogyres, mais n'est applicable que dans le cas où l'angle des axes est petit (a. 275, p. 324). Nous avons vu en effet, que la croix noire que donne en lumière convergente la section parallèle au plan des axes optiques, se disloque par rotation en deux hyperboles sortant très rapidement du champ. L'une d'elles persiste plus longtemps que l'autre, ses deux branches se forment dans les quadrants qui contiennent la bissectrice aiguë.

On pourra donc, par une très légère rotation de la platine, reconnaître celui des deux bras de la croix qui coïncide avec la trace de cette bissectrice aiguë, et après l'avoir mise à 45° des sections principales des nicols, déterminer son signe en lumière parallèle, avec le mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou la teinte sensible. Le procédé est loin d'être recommandable, la dislocation est souvent difficile à observer, et dès que l'angle $2V$ est un peu grand, il devient complètement inapplicable,

les deux hyperboles disparaissant pour ainsi dire instantanément du champ pour la plus petite rotation de la platine.

Le deuxième procédé est basé sur la disposition des teintes sur les courbes isochromatiques, il n'est guère meilleur; nous avons montré à ce sujet (a. 275, p. 324), que les teintes de polarisation des courbes isochromatiques s'abaissent à partir du centre, sur la trace de la bissectrice aiguë, ce qui permet de fixer la position de celle-ci et d'opérer comme précédemment.

**292. Emploi des sections perpendiculaires à un axe optique.**[1] Sur ces sections, la convexité de l'unique isogyre visible en lumière convergente est toujours tournée du côté de la bissectrice aiguë (a 276, p. 327); de plus les ondes ordinaires qui se propagent suivant une direction contenue dans le plan des axes optiques, marchent avec une vitesse constante $v_m = \frac{1}{n_m}$, tandis que les ondes extraordinaires s'y propagent, suivant leur situation, avec des vitesses comprises entre $v_p = \frac{1}{n_g}$ et $v_g = \frac{1}{n_p}$. Elles vibrent en outre parallèlement à la trace du plan des axes. Considérons, pour fixer les idées, un cristal positif; les ondes extraordinaires se propagent avec des vitesses variant entre $\frac{1}{n_p}$ et $\frac{1}{n_m}$ dans l'angle aigu des axes optiques, et entre $\frac{1}{n_m}$ et $\frac{1}{n_g}$ dans l'angle obtus; l'inverse aurait lieu chez un cristal négatif. Si nous plaçons maintenant le plan des axes optiques à 45° des sections principales $AA'$, $PP'$ des nicols (fig. 405 et 406), et dans les quadrants où viendrait se placer la direction $n_g$ d'une lame sensible que l'on introduit, les retards que prennent les ondes qui se propagent dans le plan des axes optiques seront de même signe et de signe contraire à celui de la lame sensible, de part et d'autre de l'isogyre. Avec un cristal positif, l'isogyre se frange de rouge sur son côté convexe (retard variant de zéro à $n_m - n_p$) et de bleu sur son côté concave (retard variant entre zéro et $n_g - n_m$) (fig. 405), avec un cristal négatif le phénomène inverse se produit (fig. 406).

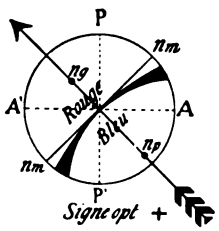


Fig. 405.

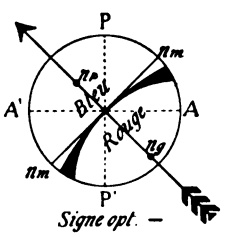


Fig. 406.

[1] Becke, Denksch. d. K. K. Akad. d. Wiss. Wien. Bd. LXXV. — Min. u. petr. Mitth. 24.

# CHAPITRE XV.

# MESURE DE L'ANGLE DES AXES OPTIQUES.

§ 1. Relation entre les angles réel et apparent. Principe des méthodes. § 2. Méthodes directes. § 3. Appareils servant à la mesure de l'angle des axes optiques par les méthodes directes. § 4. Méthodes indirectes.

## § 1. RELATIONS ENTRE LES ANGLES RÉEL ET APPAREIL. PRINCIPE DES MÉTHODES.

**293. Angles réel et apparent.** Supposons une plaque taillée normalement à la bissectrice de l'angle aigu des axes optiques, représentés par les droites $OA$ et $OB$ (fig. 407). Les ondes qui, dans le cristal, se propagent normalement à ces deux directions, se comportent comme dans un milieu monoréfringent et se propagent avec une vitesse $v_m = \frac{1}{n_m}$ donnée par l'ellipsoïde inverse. Au sortir de la lame, dans un milieu comme l'air par exemple, elles se transmettront normalement à de nouvelles directions qui, par suite de la réfraction, ne coïncideront pas avec $OA$ ou $OB$ (fig. 407).

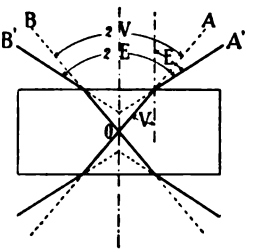


Fig. 407.

Si nous désignons par $V$, l'angle que fait dans le cristal, l'axe optique avec la normale qui coïncide avec la bissectrice aiguë, et par $E$ celui formé dans l'air (ou un second milieu isotrope quelconque) par le rayon correspondant à l'onde qui se propagerait dans le cristal suivant l'axe optique $OA$, nous aurons entre ces deux quantités la relation:

$$\frac{\sin E}{\sin V} = n_m.$$

Si le second milieu est différent de l'air et possède un indice $\mu$, la formule précédente devient alors:

$$\frac{\sin E}{\sin V} = \frac{n_m}{\mu}.$$

On donne le nom *d'angle réel des axes optiques*, à celui $2V$ que forment ces axes à l'intérieur du cristal, tandis qu'on désigne sous le nom *d'angle apparent des axes optiques* celui $2E$, $2H$ etc que ces mêmes axes forment dans un autre milieu.

On réserve généralement la notation $2E$[1] à l'angle apparent dans l'air, et celle $2H$ à l'angle apparent dans un autre milieu (huile, bromure de naphtaline etc.). L'adjonction des indices $a$ ou $o$ indique si l'angle considéré est celui autour de la bissectrice aiguë, ou de celle obtuse. On aura ainsi $2V_a$, $2E_a$ et $2H_a$ dans le premier cas, et $2V_o$, $2E_o$, $2H_o$ dans le second.

Les angles réels autour de ces deux bissectrices sont d'ailleurs liés par les relations:

$$\sin V_a = \frac{\mu}{n_m} \sin H_a \qquad \text{et} \qquad \sin V_o = \cos V_a = \frac{\mu}{n_m} \sin H_o$$

d'où divisant ces deux égalités l'une par l'autre il vient:

$$\operatorname{tang} V_a = \frac{\sin H_a}{\sin H_o}$$

et en faisant la somme des carrés

$$n_m = \mu \sqrt{\sin^2 H_a + \sin^2 H_o}$$

relation qui permet, comme l'a fait des Cloizeaux, de calculer la valeur de l'indice moyen $n_m$, par celle des angles apparents $H_a$ et $H_o$ autour des deux bissectrices.

**294. Principe des méthodes.** Deux procédés sont en usage pour la détermination de l'angle des axes optiques, ils comportent l'un et l'autre différentes variantes.

Le premier dû à des Cloizeaux, est celui que nous qualifierons de méthode directe. Il consiste en effet à mesurer directement, au moyen d'un goniomètre, l'angle apparent que font les axes dans un milieu quelconque. Le second, dû à Mallard, est une méthode indirecte dans laquelle on évalue l'angle apparent par comparaison avec celui d'un minéral pour lequel cette valeur est déjà connue.

## § 2. MÉTHODES DIRECTES.

**295. Emploi d'une section normale à la bissectrice aiguë.** Dans cette méthode, on imprime à la lame taillée normalement à la bissectrice aiguë, une rotation destinée à amener successivement les deux axes optiques au centre du champ du microscope à lumière convergente, et l'on mesure cette rotation sur un goniomètre qui porte la lame. On saura que l'un des axes optiques coïncide avec le centre du champ, lorsque le sommet de l'isogyre noire convexe (fig. 382) que l'on observe sur les sections normales aux axes optiques,

[1] Notation de Des Cloizeaux, Manuel de minéralogie I. 1862.

arrive au point de croisement des fils du réticule, la convexité est tournée du côté de la bissectrice aiguë. Dans les lames épaisses, l'isogyre est accompagnée, comme nous l'avons montré, d'anneaux isochromatiques. La lame doit être placée sur le goniomètre de façon à ce que le plan des axes optiques soit perpendiculaire à l'axe de rotation et à 45° des sections principales des nicols croisés.

L'appareil qui sert pour ces mesures est représenté schématiquement sur la figure 408. Il consiste en un microscope polarisant à lumière convergente, muni du condensateur $C$ et de l'objectif $O$ dont les foyers sont relativement longs. Un réticule $R$ est placé au foyer principal de l'objectif où vient se former l'image d'interférence, il doit être visible en même temps que celle-ci à travers une lentille convergente $L$ faisant office de loupe, suivie de l'analyseur $A$. La lame $l$ est fixée sur l'axe d'un goniomètre, dont le cercle $K$ parallèle à l'axe optique du microscope est, de même que son vernier $v$, figuré en projection. Il est évident qu'avec cette disposition, si le plan des axes optiques est perpendiculaire à l'axe du goniomètre, les deux axes optiques pourront aisément être ramenés au point de croisement des fils du réticule.

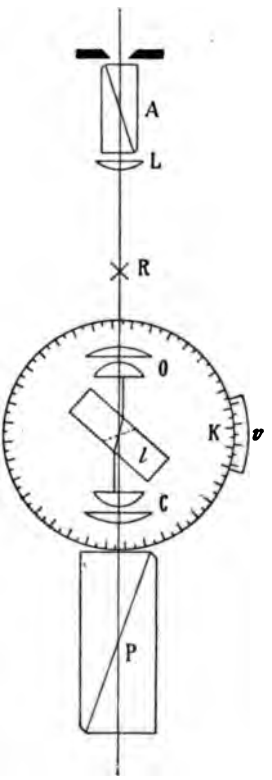


Fig. 408.

Dans les cas où cet angle est grand et où l'indice $n_m$ du cristal est élevé, le demi-angle apparent $E$ dans l'air pourra être supérieur à l'angle limite de réflexion totale, ce qui empêcherait la mesure. On peut alors remédier à cet inconvénient en immergeant la lame dans un liquide d'indice $\mu$ connu (eau, huile, bromure de naphtaline, etc.), contenu dans une cuve à faces rigoureusement parallèles.

On peut aussi placer la lame entre deux demi-boules d'indice élevé, qui, si elles sont bien taillées, laisseront sortir les rayons émergents sans déviation. Il est évident que nonobstant la dispersion des axes, chaque mesure doit être faite en lumière monochromatique.

Divers instruments ont été construits sur le principe qui vient d'être indiqué, certains d'entre eux sont en outre disposés de façon à permettre de mesurer l'angle compris entre la normale à la lame et chacun des axes optiques, ce qui est nécessaire lorsque la section

gueur $n_g'$ qui varie entre $n_g$ et $n_p$. Pour un cristal positif, les vibrations qui sont perpendiculaires aux sections principales, se propageront donc avec une vitesse $\frac{1}{n_p}$ qui est plus grande que celle comprise entre $\frac{1}{n_g}$ et $\frac{1}{n_p}$ des vibrations qui y sont contenues.

Si donc dans ces conditions, nous superposons un mica $\frac{1}{4}\lambda$ à une telle lame, il est évident que parmi toutes les sections principales de celle-ci, il s'en présente qui coïncident avec celles du mica. Dans les quadrants où tombera $n_g$ de ce dernier, les retards de la lame et du minéral seront de mêmes signes, ce qui provoquera le resserrement des anneaux; par contre dans ceux occupés par la perpendiculaire à $n_g$, ils seront de signes contraires, il y aura donc dilatation des

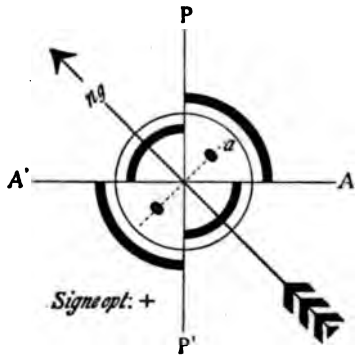


Fig. 395.

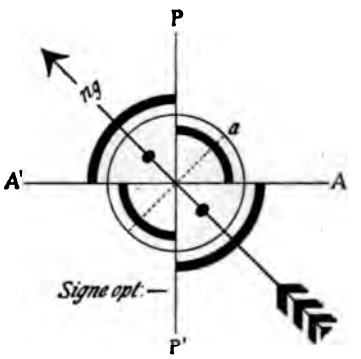


Fig. 396.

anneaux et compensation avec formation de points obscurs, aux endroits où le retard qu'ont pris les ondes est égal à celui $\frac{\lambda}{4}$ du mica.

Un raisonnement analogue s'appliquerait évidemment aux cristaux négatifs, et montrerait que les deux points noirs où se fait la compensation par le mica, se trouvent nécessairement dans les quadrants contenant la direction $n_g$ de ce dernier.

Ce qui précède nous conduit à faire quelques remarques importantes pour la pratique. Il est aisé de comprendre qu'avec les lames minces usuelles en pétrographie, l'observation des modifications subies par les anneaux est impossible; il faut donc se borner à examiner la disposition des points noirs qui correspondent à la compensation. Il est clair toutefois que ceux-ci ne pourront être visibles dans le champ de l'instrument, que si les rayons qui arrivent à l'œil de l'observateur ont pu, en traversant la lame, prendre un retard au moins égal à $\frac{\lambda}{4}$, ce

qui ne sera pas toujours le cas avec des minéraux très peu biréfringents, tels que la mélilite, la néphéline, l'apatite, etc.

Dans ces conditions, l'emploi du mica $\frac{1}{4}\lambda$ échoue et il faut alors faire usage d'une lame teinte sensible taillée comme nous l'avons indiqué, c'est-à-dire avec $n_g$ dans le sens du plus grand côté du rectangle. L'introduction de cette lame donnera une figure colorée, qu'il est aisé d'observer. La croix noire prend alors la teinte violette de la lame sensible, tandis que dans les quadrants où se formeraient les points noirs avec le mica $\frac{1}{4}\lambda$, nous aurons un abaissement de cette teinte qui deviendra rouge ou jaune orangé. Par contre dans les quadrants occupés par la perpendiculaire à $n_g$, la teinte s'élève et passe au bleu. Les fig. 397 et 398 montrent la disposition observée avec les cristaux positifs ou négatifs; le pointillé figure le bleu, les hachures le rouge ou l'orangé.

On pourrait aussi déterminer le signe optique au moyen d'un quartz compensateur (a. 183, p. 197) introduit à 45° des sections prin-

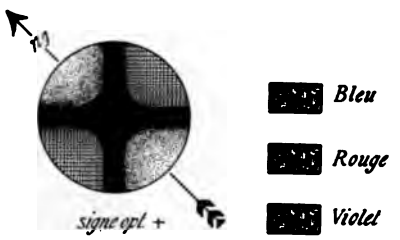



Fig. 397.

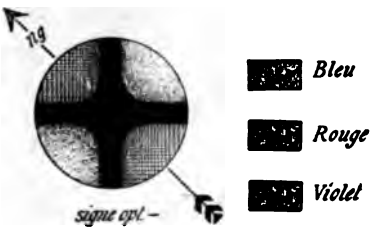



Fig. 398.

cipales des nicols. Le resserrement ou la dilatation des anneaux se produirait comme avec le mica, mais le phénomène est plus sensible. En enfonçant le biseau dans la gaîne du microscope, ces anneaux paraissent se mouvoir du centre vers le bord du champ, dans les deux quadrants contenant les points noirs, et en sens inverse dans les deux autres.

**286. Emploi des sections parallèles à l'axe optique.** Le procédé qu'on utilise est basé sur le fait que, si dans le plan de la lame, on connaît la position de l'axe optique qui doit coïncider avec $n_g$ ou $n_p$ selon le signe optique, il suffira de préciser, en lumière parallèle, celle des deux lignes d'extinction qui correspond à $n_g$ ou à $n_p$, ce qui se fera à l'aide du mica ou de la teinte sensible.

On peut rechercher, en lumière convergente, la position qu'occupe l'axe optique sur la section $n_g n_p$ par deux procédés:

1° *Par l'examen des isogyres.* Nous avons montré que la croix noire obtenue lorsque l'axe optique est parallèle à l'une des sections principales, se disloque par rotation en une hyperbole floue, dont les

deux branches naissent toujours dans les quadrants où vient se placer l'axe optique, ce qui permet alors de fixer la position que celui-ci occupait lorsque la croix était formée. On fera cette première recherche, puis par une rotation convenable, on place la ligne d'extinction qui correspond à la direction de l'axe optique à 45° des sections principales des nicols, et on lui superpose un mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou une teinte sensible, de façon à faire coïncider la direction $n_g$ de ces deux lames avec la position qu'occupe l'axe optique. Si la teinte de polarisation observée en lumière parallèle monte, le cristal est positif; si elle descend, il est négatif.

2° *Par l'observation de la répartition des teintes sur les courbes isochromatiques.* Nous avons montré (a. 269, p. 315) que ces teintes s'abaissent sur la trace de l'axe optique, et montent sur sa perpendiculaire. Il sera donc aisé de fixer, par une observation de ce genre, la position qu'occupe l'axe optique; celle-ci connue, on procédera comme précédemment.

**287. Emploi d'une section quelconque.** Lorsque le centre de la croix noire observée en lumière convergente est encore contenu dans le champ du microscope, on utilise les mêmes procédés que ceux employés pour une section normale à l'axe, et l'on déduit le signe optique de la position des points noirs, ou des teintes obtenues avec la lame sensible. Si le centre de la croix sort du champ visuel, il suffit, pour obtenir le signe optique, de prendre celui de la projection de l'axe optique sur le plan de la lame qui sera toujours le même que celui du cristal. En effet, toute section découpe dans l'ellipsoïde inverse une ellipse, dont l'un des axes est l'indice ordinaire; il est perpendiculaire à la section principale qui contient l'axe optique. On procédera alors comme suit: On place, en lumière convergente, une des barres de l'isogyre parallèlement à la section principale de l'un des nicols, celle Nord-Sud par exemple, cette isogyre prolongée contient le pôle de l'axe optique en dehors du champ visuel. On rétablit la lumière parallèle, la lamese trouve alors à l'extinction; on la tourne ensuite de 45°, dans un sens tel, que le plan contenant l'axe optique, vienne dans les quadrants $N.O$-$S.E$ par exemple (si la gaîne servant à l'introduction des lames sensibles est orientée de cette façon), puis on lui superpose le mica ou la teinte sensible. Si la couleur de polarisation monte, le cristal est positif; il est négatif dans le cas contraire.

## § 2. DÉTERMINATION DU SIGNE OPTIQUE DES CRISTAUX BIAXES.

**288. Généralités.** On sait que par analogie avec les cristaux uniaxes, un cristal biaxe est positif lorsque la bissectrice aiguë de l'angle $2V$ des axes optiques est $n_g$, et négatif si $n_p$ joue le même

rôle. Les procédés qui ont été examinés pour déterminer le signe des cristaux uniaxes, s'appliquent en partie pour les biaxes, et on peut également utiliser pour ces derniers des sections d'orientations diverses.

**289. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice aiguë.** Le choix du procédé à prendre dépendra de l'épaisseur et de la biréfringence de la lame:

a) *Par le mica* $\frac{1}{4}\lambda$ *en lumière convergente.* On place la section à étudier en lumière convergente, de façon à obtenir la croix noire et les courbes isochromatiques, puis on superpose à celle-ci un mica $\frac{1}{4}\lambda$ à 45° des sections principales des nicols. On observe alors une dislocation de la figure d'interférence donnant naissance à deux points noirs,

Fig. 399. Signe optique positif.
Le plan des axes optiques est orienté Est-Ouest; $n_g$ du mica se trouve dans les quadrants N.O.—S.E.

Fig. 400. Signe optique négatif.
Le plan des axes optiques est orienté Est-Ouest; $n_g$ du mica se trouve dans les quadrants N.O.—S.E.

situés dans le voisinage de la trace du plan des axes optiques; ces points se produiront dans les quadrants contenant $n_g$ du mica si le minéral est négatif, et dans les deux autres s'il est positif. On observe également une dilatation des anneaux d'interférence dans les deux quadrants où se trouvent les points noirs, ainsi qu'une contraction dans les deux autres. La fig. 399 représente la disposition obtenue avec un cristal positif, la fig. 400 celle avec un cristal négatif. L'explication que l'on peut donner de ce phénomène est identique à celle indiquée pour les cristaux uniaxes. Dans les deux quadrants où le retard de la lame est de même signe que celui du mica, il y aura donc augmentation du retard et contraction des anneaux; dans les deux autres, où il est de signe contraire, il y aura en conséquence dilatation des anneaux, puis formation de deux points noirs dans le

champ, aux endroits où le retard est égal et de signe contraire à celui du mica. L'observation des points noirs est souvent difficile; si le cristal est très biréfringent, ils sont trop voisins des pôles des axes optiques et on ne peut aisément reconnaître dans quels quadrants ils sont contenus. Si au contraire la lame est trop mince et l'angle des axes trop grand, ces points sortent souvent du champ, le retard n'étant en aucun endroit de $\frac{1}{4}$ de $\lambda$ de signe contraire à celui du mica.

Pour les plaques épaisses ou très biréfringentes, on peut alors se servir du quartz compensateur que l'on glisse à 45° des bras de la

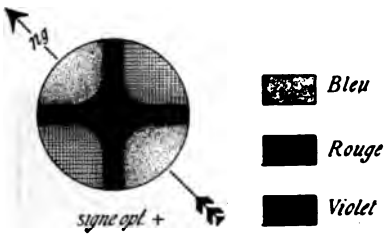



Fig. 401.

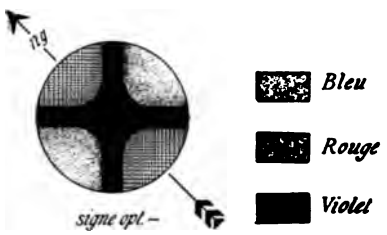



Fig. 402.

croix noire, de façon à introduire des retards croissants. Les anneaux paraissent alors se déplacer, à partir du pôle des axes optiques, vers les bords du champ, dans les quadrants qui doivent contenir les points noirs, et en sens contraire dans les deux autres. Pour les lames trop minces ou faiblement biréfringentes, on peut alors procéder par l'une ou l'autre des deux méthodes suivantes:

b) *Par la teinte sensible.* On forme la croix noire en lumière convergente, et introduit la lamelle sensible. Les deux bras de la croix prennent une teinte violette, tandis que dans les quadrants où se trouveraient les points noirs il se produit un abaissement de la teinte, qui passe au rouge ou au jaune. L'inverse a lieu dans les deux autres quadrants où la teinte de polarisation vire alors au bleu. Le phénomène est en somme analogue à celui qu'on observe avec les cristaux uniaxes, et l'interprétation de la figure est identique (fig. 401 et 402).

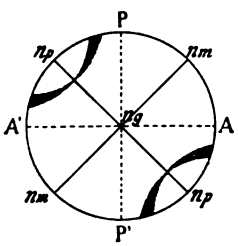



Fig. 403.

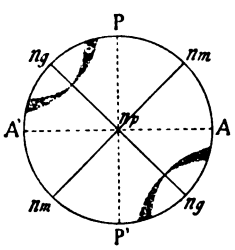



Fig. 404.

c) *Par le signe de la trace du plan des axes optiques.* Si la trace

du plan des axes optiques coïncide avec $n_p$ ou $n_g$ (fig. 403 et 404), la bissectrice aiguë sera respectivement positive ou négative, car $n_m$ reste, dans les deux cas, perpendiculaire à cette trace, les axes optiques étant situés dans le plan $n_g n_p$.

On déterminera la position de la trace du plan des axes optiques sur la section en disloquant légèrement la croix noire qu'elle donne en lumière convergente, de façon à faire apparaître l'hyperbole qui se forme, comme on le sait, dans les quadrants où se placent les axes optiques. Par une rotation convenable de la platine, on amène cette trace à 45° des sections principales des nicols, dans les quadrants où la direction $n_g$ du mica $\frac{1}{4}\lambda$ que l'on introduit, lui est superposée, puis on prend le signe de cette trace en lumière parallèle. Si la teinte de polarisation de la section baisse dans ces conditions, la bissectrice aiguë est $n_g$ et le minéral positif; si elle monte, la bissectrice aiguë est $n_p$ et le minéral est négatif.

**290. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice obtuse.** On peut appliquer les procédés qui viennent d'être examinés aux sections normales à la bissectrice obtuse, à l'exception toutefois de ceux qui sont basés sur l'observation des points noirs où se fait la compensation, lesquels se trouvent toujours en dehors du champ. On obtiendra naturellement sur ces sections le signe de la bissectrice obtuse, qui sera contraire à celui du cristal, comme on le comprend aisément.

**291. Emploi des sections parallèles au plan des axes optiques.** On procédera dans ce cas comme pour les cristaux uniaxes, mais il faudra préalablement connaître la position de la bissectrice aiguë (ou obtuse) dans le plan de la lame. Nous avons pour cela deux moyens assez précaires. Le premier est basé sur l'observation des isogyres, mais n'est applicable que dans le cas où l'angle des axes est petit (a. 275, p. 324). Nous avons vu en effet, que la croix noire que donne en lumière convergente la section parallèle au plan des axes optiques, se disloque par rotation en deux hyperboles sortant très rapidement du champ. L'une d'elles persiste plus longtemps que l'autre, ses deux branches se forment dans les quadrants qui contiennent la bissectrice aiguë.

On pourra donc, par une très légère rotation de la platine, reconnaître celui des deux bras de la croix qui coïncide avec la trace de cette bissectrice aiguë, et après l'avoir mise à 45° des sections principales des nicols, déterminer son signe en lumière parallèle, avec le mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou la teinte sensible. Le procédé est loin d'être recommandable, la dislocation est souvent difficile à observer, et dès que l'angle $2V$ est un peu grand, il devient complètement inapplicable,

les deux hyperboles disparaissant pour ainsi dire instantanément du champ pour la plus petite rotation de la platine.

**Le deuxième procédé est basé sur la disposition** des teintes sur les courbes isochromatiques, il n'est guère meilleur; nous avons montré à ce sujet (a. 275, p. 324), que les teintes de polarisation des courbes isochromatiques s'abaissent à partir du centre, sur la trace de la bissectrice aiguë, ce qui permet de fixer la position de celle-ci et d'opérer comme précédemment.

**292. Emploi des sections perpendiculaires à un axe optique.**[1] Sur ces sections, la convexité de l'unique isogyre visible en lumière convergente est toujours tournée du côté de la bissectrice aiguë (a 276, p. 327); de plus les ondes ordinaires qui se propagent suivant une direction contenue dans le plan des axes optiques, marchent avec une vitesse constante $v_m = \frac{1}{n_m}$, tandis que les ondes extraordinaires s'y propagent, suivant leur situation, avec des vitesses comprises entre $v_p = \frac{1}{n_g}$ et $v_g = \frac{1}{n_p}$. Elles vibrent en outre parallèlement à la trace du plan des axes. Considérons, pour fixer les idées, un cristal positif; les ondes extraordinaires se propagent avec des vitesses variant entre $\frac{1}{n_p}$ et $\frac{1}{n_m}$ dans l'angle aigu des axes optiques, et entre $\frac{1}{n_m}$ et $\frac{1}{n_g}$ dans l'angle obtus; l'inverse aurait lieu chez un cristal négatif. Si nous plaçons maintenant le plan des axes optiques à 45° des sections principales $AA'$, $PP'$ des nicols (fig. 405 et 406), et dans les quadrants où viendrait se placer la direction $n_g$ d'une lame sensible que l'on introduit, les retards que prennent les ondes qui se propagent dans le plan des axes optiques seront de même signe et de signe contraire à celui de la lame sensible, de part et d'autre de l'isogyre. Avec un cristal positif, l'isogyre se frange de rouge sur son côté convexe (retard variant de zéro à $n_m - n_p$) et de bleu sur son côté concave (retard variant entre zéro et $n_g - n_m$) (fig. 405), avec un cristal négatif le phénomène inverse se produit (fig. 406).

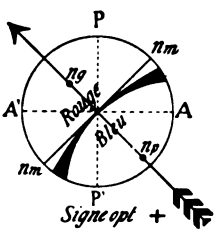


Fig. 405.

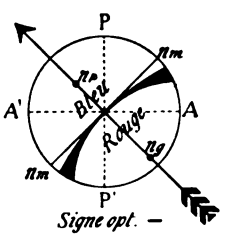


Fig. 406.

[1] Becke, Denksch. d. K. K. Akad. d. Wiss. Wien. Bd. LXXV. — Min. u. petr. Mitth. 24.

# CHAPITRE XV.

# MESURE DE L'ANGLE DES AXES OPTIQUES.

§ 1. Relation entre les angles réel et apparent. Principe des méthodes. § 2. Méthodes directes. § 3. Appareils servant à la mesure de l'angle des axes optiques par les méthodes directes. § 4. Méthodes indirectes.

## § 1. RELATIONS ENTRE LES ANGLES RÉEL ET APPAREIL. PRINCIPE DES MÉTHODES.

**293. Angles réel et apparent.** Supposons une plaque taillée normalement à la bissectrice de l'angle aigu des axes optiques, représentés par les droites $OA$ et $OB$ (fig. 407). Les ondes qui, dans le cristal, se propagent normalement à ces deux directions, se comportent comme dans un milieu monoréfringent et se propagent avec une vitesse $v_m = \frac{1}{n_m}$ donnée par l'ellipsoïde inverse. Au sortir de la lame, dans un milieu comme l'air par exemple, elles se transmettront normalement à de nouvelles directions qui, par suite de la réfraction, ne coïncideront pas avec $OA$ ou $OB$ (fig. 407).

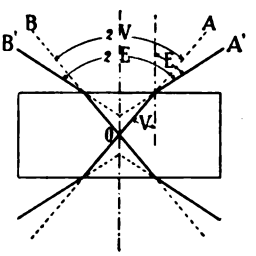


Fig. 407.

Si nous désignons par $V$, l'angle que fait dans le cristal, l'axe optique avec la normale qui coïncide avec la bissectrice aiguë, et par $E$ celui formé dans l'air (ou un second milieu isotrope quelconque) par le rayon correspondant à l'onde qui se propagerait dans le cristal suivant l'axe optique $OA$, nous aurons entre ces deux quantités la relation:

$$\frac{\sin E}{\sin V} = n_m.$$

Si le second milieu est différent de l'air et possède un indice $\mu$, la formule précédente devient alors:

$$\frac{\sin E}{\sin V} = \frac{n_m}{\mu}.$$

On donne le nom *d'angle réel des axes optiques*, à celui $2V$ que forment ces axes à l'intérieur du cristal, tandis qu'on désigne sous le nom *d'angle apparent des axes optiques* celui $2E$, $2H$ etc que ces mêmes axes forment dans un autre milieu.

On réserve généralement la notation $2E$[1] à l'angle apparent dans l'air, et celle $2H$ à l'angle apparent dans un autre milieu (huile, bromure de naphtaline etc.). L'adjonction des indices $a$ ou $o$ indique si l'angle considéré est celui autour de la bissectrice aiguë, ou de celle obtuse. On aura ainsi $2V_a$, $2E_a$ et $2H_a$ dans le premier cas, et $2V_o$, $2E_o$, $2H_o$ dans le second.

Les angles réels autour de ces deux bissectrices sont d'ailleurs liés par les relations:

$$\sin V_a = \frac{\mu}{n_m} \sin H_a \qquad \text{et} \qquad \sin V_o = \cos V_a = \frac{\mu}{n_m} \sin H_o$$

d'où divisant ces deux égalités l'une par l'autre il vient:

$$\operatorname{tang} V_a = \frac{\sin H_a}{\sin H_o}$$

et en faisant la somme des carrés

$$n_m = \mu \sqrt{\sin^2 H_a + \sin^2 H_o}$$

relation qui permet, comme l'a fait des Cloizeaux, de calculer la valeur de l'indice moyen $n_m$, par celle des angles apparents $H_a$ et $H_o$ autour des deux bissectrices.

**294. Principe des méthodes.** Deux procédés sont en usage pour la détermination de l'angle des axes optiques, ils comportent l'un et l'autre différentes variantes.

Le premier dû à des Cloizeaux, est celui que nous qualifierons de méthode directe. Il consiste en effet à mesurer directement, au moyen d'un goniomètre, l'angle apparent que font les axes dans un milieu quelconque. Le second, dû à Mallard, est une méthode indirecte dans laquelle on évalue l'angle apparent par comparaison avec celui d'un minéral pour lequel cette valeur est déjà connue.

## § 2. MÉTHODES DIRECTES.

**295. Emploi d'une section normale à la bissectrice aiguë.** Dans cette méthode, on imprime à la lame taillée normalement à la bissectrice aiguë, une rotation destinée à amener successivement les deux axes optiques au centre du champ du microscope à lumière convergente, et l'on mesure cette rotation sur un goniomètre qui porte la lame. On saura que l'un des axes optiques coïncide avec le centre du champ, lorsque le sommet de l'isogyre noire convexe (fig. 382) que l'on observe sur les sections normales aux axes optiques,

[1] Notation de Des Cloizeaux, Manuel de minéralogie I. 1862.

arrive au point de croisement des fils du réticule, la convexité est tournée du côté de la bissectrice aiguë. Dans les lames épaisses, l'isogyre est accompagnée, comme nous l'avons montré, d'anneaux isochromatiques. La lame doit être placée sur le goniomètre de façon à ce que le plan des axes optiques soit perpendiculaire à l'axe de rotation et à 45° des sections principales des nicols croisés.

L'appareil qui sert pour ces mesures est représenté schématiquement sur la figure 408. Il consiste en un microscope polarisant à lumière convergente, muni du condensateur $C$ et de l'objectif $O$ dont les foyers sont relativement longs. Un réticule $R$ est placé au foyer principal de l'objectif où vient se former l'image d'interférence, il doit être visible en même temps que celle-ci à travers une lentille convergente $L$ faisant office de loupe, suivie de l'analyseur $A$. La lame $l$ est fixée sur l'axe d'un goniomètre, dont le cercle $K$ parallèle à l'axe optique du microscope est, de même que son vernier $v$, figuré en projection. Il est évident qu'avec cette disposition, si le plan des axes optiques est perpendiculaire à l'axe du goniomètre, les deux axes optiques pourront aisément être ramenés au point de croisement des fils du réticule.

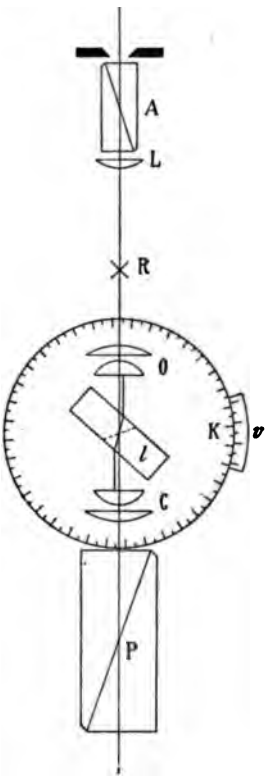


Fig. 408.

Dans les cas où cet angle est grand et où l'indice $n_m$ du cristal est élevé, le demi-angle apparent $E$ dans l'air pourra être supérieur à l'angle limite de réflexion totale, ce qui empêcherait la mesure. On peut alors remédier à cet inconvénient en immergeant la lame dans un liquide d'indice $\mu$ connu (eau, huile, bromure de naphtaline, etc.), contenu dans une cuve à faces rigoureusement parallèles.

On peut aussi placer la lame entre deux demi-boules d'indice élevé, qui, si elles sont bien taillées, laisseront sortir les rayons émergents sans déviation. Il est évident que nonobstant la dispersion des axes, chaque mesure doit être faite en lumière monochromatique.

Divers instruments ont été construits sur le principe qui vient d'être indiqué, certains d'entre eux sont en outre disposés de façon à permettre de mesurer l'angle compris entre la normale à la lame et chacun des axes optiques, ce qui est nécessaire lorsque la section

n'est pas absolument normale sur la bissectrice aiguë. On peut également utiliser pour la mesure de $2V$, des fragments limités par des faces naturelles ou artificielles sur lesquelles sortent les axes optiques.

**296. Cas d'une section inclinée sur la bissectrice aiguë.**[1] Soit (fig. 409) $A$ et $B$ les projections stéréographiques des pôles des axes optiques, qui après réfraction viennent en $A'B'$ sur un cercle perpendiculaire à l'axe de rotation $RR'$ de l'appareil. La normale à la section se projette en $N$.

Comme entre $AN = \alpha$ et $A'N = \alpha'$, puis $BN = \beta$ et $B'N = \beta'$ nous avons les relations:

(1) $$\frac{\sin\alpha'}{\sin\alpha} = \frac{n_m}{\mu} \quad \text{et} \quad (2)\ \frac{\sin\beta'}{\sin\beta} = \frac{n_m}{\mu}.$$

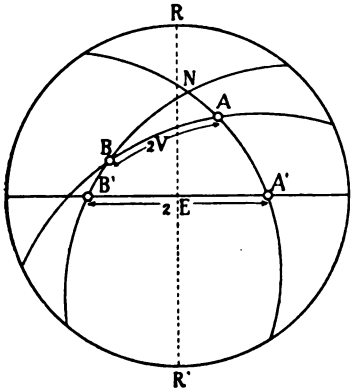


Fig. 409.

$\mu$ étant l'indice du milieu extérieur, il s'ensuit que $2V$ pourra être calculé, si les trois côtés du triangle $A'B'N$ sont connus. Cette remarque nous montre que trois mesures seront nécessaires à savoir:

1° Celle de l'angle $A'B'$ que font entre eux en dehors de la lame et par suite de la réfraction, les deux axes optiques dont les pôles sont en réalité en $A$ et $B$.

2° Celles des angles $NA' = \alpha'$ et $NB' = \beta'$ compris entre la normale $N$ et les axes optiques apparents $A'$ et $B'$.

Nous aurons entre les éléments des deux triangles $A'NB'$ et $ANB$ les deux relations suivantes:

(3) $$\cos A'B' = \cos 2E = \cos\alpha' \cos\beta' + \sin\alpha' \sin\beta' \cos C$$

et

(4) $$\cos AB = \cos 2V = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta \cos C$$

dans lesquelles $C$ désigne l'angle dièdre $A'NB'$.

Remplaçons dans (4) $\alpha$ et $\beta$ par leurs valeurs déduites de (1) et (2), puis multiplions (3) par $\frac{\mu^2}{n^2}$ et retranchons le résultat de (4), il vient:

(5) $$\cos 2V = \frac{\mu^2}{n_m^2}(\cos 2E - \cos\alpha' \cos\beta') + \cos\alpha \cos\beta,$$

[1] Kirchhoff, Pogg. Ann. 1859, 108. 571—573.

relation qui permet de calculer $2V$, puisque tous les termes de la formule peuvent être connus.

Si la normale à la lame se trouve dans le plan passant par la bissectrice et $n_m$ nous aurons:

$$\alpha' = \beta' \quad \text{et} \quad \alpha = \beta .$$

La relation (5) devient alors si l'on remplace $\cos^2\alpha'$ et $\cos^2\alpha$ par $1 - \sin^2\alpha'$ etc.

$$\cos 2V = \frac{\mu^2}{n_m^2}(\cos 2E - 1) + 1 , \tag{6}$$

équation qui se transforme en la suivante, si on remplace $\cos 2V$ et $\cos 2E$ par leurs valeurs exprimées en $\sin V$ et $\cos V$

$$\sin V = \frac{\mu}{n_m} \sin E . \tag{7}$$

Cette formule montre que dans ces conditions, l'influence de l'obliquité sur les mesures est nulle.

*La normale peut aussi se trouver dans le plan des axes optiques* sans coïncider toutefois avec la bissectrice; la formule (5) peut être également appliquée à ce cas, mais l'influence de l'obliquité n'est plus négligeable.

Lorsque la lame n'est pas tout à fait normale sur la bissectrice aiguë et que l'on ne tient pas compte de l'obliquité (ce qui dans la pratique est fréquemment réalisé), on introduit sauf dans le cas signalé plus haut, une certaine erreur qui a été étudiée par MALLARD[1] et B. HECHT[2]. Cette erreur s'annule si le milieu extérieur a le même indice que le cristal. Il y a donc toujours intérêt à effectuer la mesure de $2E$ dans un liquide dont l'indice s'approche autant que possible de celui du cristal.

**297. Cas où l'arête d'une zone est perpendiculaire au plan des axes optiques.** Il arrive fréquemment que le plan des axes optiques est perpendiculaire à un axe de zone; les deux axes optiques sortent alors sur deux faces différentes, naturelles ou artificielles, appartenant à la dite zone et formant entre elles un angle connu. On peut alors pour déterminer $2V$ de même que l'indice $n_m$, se servir d'une relation établie par de SÉNARMONT[3] et utilisée par M. TH. LIEBISCH[4].

[1] E. MALLARD, Traité de cristallographie II. 1884, 429.

[2] B. HECHT, N. Jahrb. f. Min. 1887, 250—261.

[3] H. DE SÉNARMONT, Ann. d. chim. et phys. (3) 33. 1851, 412. POGG. Ann. 86. 1852, 55.

[4] TH. LIEBISCH, Physikalische Krystallographie 1891, 491.

Soit (fig. 410) $r$ et $r'$ les angles que font les axes optiques $OA$ et $OB$ avec les normales $AN$ et $AN'$ aux faces sur lesquelles ils sortent; soit également $i$ et $i'$ les angles formés par ces axes avec les mêmes normales après la réfraction dans l'air. Nous aurons:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_m \quad \text{et} \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = n_m .$$

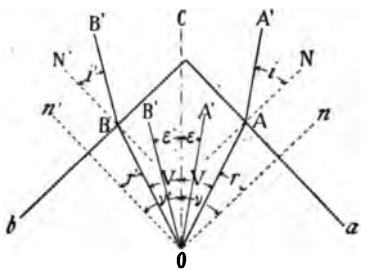


Fig. 410.

Menons $OC$ bissectrice de l'angle $2V$, puis $On$ et $On'$ respectivement parallèles à $AN$ et $BN'$. En désignant par $\nu + \nu'$ l'angle entre ces deux normales, nous aurons, si $2V < \nu + \nu'$ et par conséquent si $A$ et $B$ sont compris entre $n$ et $n'$

$$\nu = r + V = i + \varepsilon$$
$$\nu' = r' + V = i' + \varepsilon' .$$

$\varepsilon$ et $\varepsilon'$ sont les angles entre la droite $OC$ et les directions $OA'$ et $OB'$ parallèles à celle $AA'$ et $BB'$ des axes optiques dans l'air.

Des formules connues donnent:

$$\operatorname{tang}\left(\frac{\nu + \nu'}{2} - V\right) = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}[(\nu + \nu') - (\varepsilon + \varepsilon')]}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}[(\nu - \nu') - (\varepsilon - \varepsilon')]} \operatorname{tang}\frac{(\nu - \nu')}{2}$$

puis:

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tang}\left(\frac{\nu + \nu'}{2} - V\right) = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(i + i')}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(i - i')} \operatorname{tang}\frac{\nu - \nu'}{2} .$$

Il peut arriver que $V$ soit plus grand que $\nu$ ou $\nu'$; supposons par exemple $V > \nu$; il viendra alors:

$$\nu = V - r = \varepsilon - i \quad \text{et} \quad \nu' = r' + V = i' + \varepsilon' .$$

En procédant aux mêmes calculs que ci-dessus nous aurons:

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{tang}\left(\frac{\nu + \nu'}{2} - V\right) = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(i - i')}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(i + i')} \operatorname{tang}\frac{\nu - \nu'}{2} .$$

Lorsque l'une des faces est perpendiculaire sur la bissectrice $OC$ ($a$ par exemple) $\nu = 0$ et nous aurons:

$$\operatorname{tang}\left(\frac{\nu'}{2} - V\right) = -\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(i - i')}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(i + i')} \operatorname{tang}\frac{\nu'}{2} .$$

Ce cas se présente quelquefois dans les systèmes orthorhombique ou monoclinique, lorsque la bissectrice est normale à un pinacoïde d'une zone perpendiculaire au plan des axes optiques.

Si enfin l'une des faces, $a$ par exemple, est perpendiculaire sur la bissectrice aiguë tandis que la seconde $b$ est normale sur la bissectrice obtuse $\nu = 0$ et $\nu' = 90^\circ$, nous aurons alors:

$$\operatorname{tang} V = \frac{\sin i}{\sin i'}$$

et si nous employons la notation précédemment indiquée

$$\operatorname{tang} V = \frac{\sin V_a}{\sin V_o}.$$

**298. Méthode de M. E.-A. Wülfing.** M. Wülfing s'est proposé de déterminer l'angle des axes optiques d'un cristal d'orientation quelconque, lorsque son indice moyen $\beta$ est connu et que de plus le cristal possède un degré de transparence convenable, ainsi que des faces suffisamment planes. Sa méthode consiste à déterminer l'angle que font chacun des deux axes optiques à l'extérieur du cristal, avec les normales $N$ et $N'$ à leurs faces de sortie, puis à mesurer en second lieu l'inclinaison de chacun des axes optiques, relativement à la normale à une deuxième face connue, qui sera par exemple pour l'axe $A$, la normale $N$ à la face de sortie de $B$ et vice-versa.

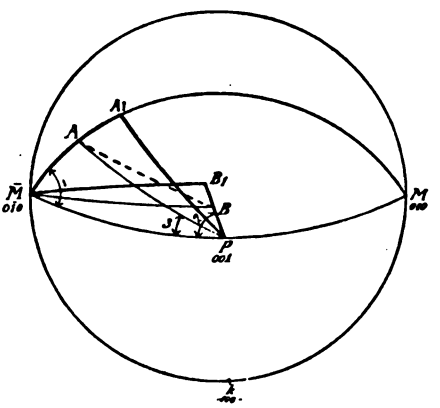


Fig. 411.

On obtient ainsi 4 valeurs, qui non seulement permettent de calculer l'angle $2V$ des axes optiques, mais encore leur orientation exacte dans le cristal. M. Wülfing cite l'exemple suivant pris sur l'anorthite déterminée par lui de cette façon. Les 4 angles marqués en traits forts, sont ceux mesurés (fig. 411).

$MA_1$ est l'angle formé dans l'air par l'axe $A$ sortant sur $M$ avec la normale à $M = (0\bar{1}0)$.

$pA_1$ est l'angle formé dans l'air par l'axe $A$ sortant sur $M$ avec la normale à $p = (001)$.

$MB_1$ est l'angle formé dans l'air par l'axe $B$ sortant sur $p$ avec la normale à $M = (0\bar{1}0)$.

$pB_1$ est l'angle formé dans l'air par l'axe $B$ sortant sur $p$ avec la normale à $p = (001)$.

[1] E. A. Wülfing, Zeitsch. f. Kryst. 36. 1902, 403—407, et H. Rosenbusch et E. A. Wülfing, Physiographie, 1e partie, p. 326—327.

champ, aux endroits où le retard est égal et de signe contraire à celui du mica. L'observation des points noirs est souvent difficile; si le cristal est très biréfringent, ils sont trop voisins des pôles des axes optiques et on ne peut aisément reconnaître dans quels quadrants ils sont contenus. Si au contraire la lame est trop mince et l'angle des axes trop grand, ces points sortent souvent du champ, le retard n'étant en aucun endroit de $\frac{1}{4}$ de $\lambda$ de signe contraire à celui du mica.

Pour les plaques épaisses ou très biréfringentes, on peut alors se servir du quartz compensateur que l'on glisse à 45° des bras de la

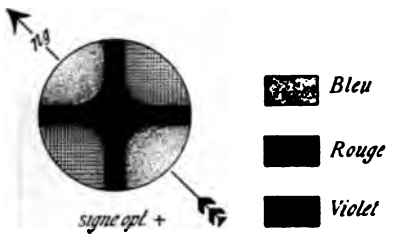


Fig. 401.

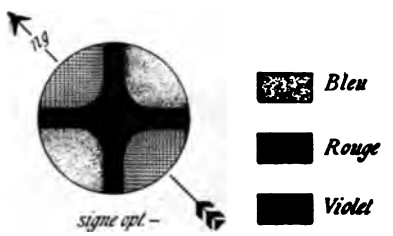


Fig. 402.

croix noire, de façon à introduire des retards croissants. Les anneaux paraissent alors se déplacer, à partir du pôle des axes optiques, vers les bords du champ, dans les quadrants qui doivent contenir les points noirs, et en sens contraire dans les deux autres. Pour les lames trop minces ou faiblement biréfringentes, on peut alors procéder par l'une ou l'autre des deux méthodes suivantes:

b) *Par la teinte sensible.* On forme la croix noire en lumière convergente, et introduit la lamelle sensible. Les deux bras de la croix prennent une teinte violette, tandis que dans les quadrants où se trouveraient les points noirs il se produit un abaissement de la teinte, qui passe au rouge ou au jaune. L'inverse a lieu dans les deux autres quadrants où la teinte de polarisation vire alors au bleu. Le phénomène est en somme analogue à celui qu'on observe avec les cristaux uniaxes, et l'interprétation de la figure est identique (fig. 401 et 402).

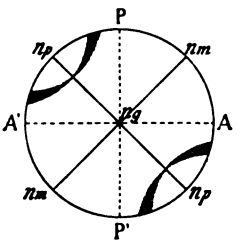


Fig. 403.

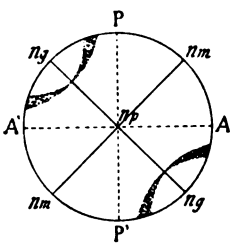


Fig. 404.

c) *Par le signe de la trace du plan des axes optiques.* Si la trace

du plan des axes optiques coïncide avec $n_p$ ou $n_g$ (fig. 403 et 404), la bissectrice aiguë sera respectivement positive ou négative, car $n_m$ reste, dans les deux cas, perpendiculaire à cette trace, les axes optiques étant situés dans le plan $n_g n_p$.

On déterminera la position de la trace du plan des axes optiques sur la section en disloquant légèrement la croix noire qu'elle donne en lumière convergente, de façon à faire apparaître l'hyperbole qui se forme, comme on le sait, dans les quadrants où se placent les axes optiques. Par une rotation convenable de la platine, on amène cette trace à 45° des sections principales des nicols, dans les quadrants où la direction $n_g$ du mica $\frac{1}{4}\lambda$ que l'on introduit, lui est superposée, puis on prend le signe de cette trace en lumière parallèle. Si la teinte de polarisation de la section baisse dans ces conditions, la bissectrice aiguë est $n_g$ et le minéral positif; si elle monte, la bissectrice aiguë est $n_p$ et le minéral est négatif.

**290. Emploi des sections perpendiculaires à la bissectrice obtuse.** On peut appliquer les procédés qui viennent d'être examinés aux sections normales à la bissectrice obtuse, à l'exception toutefois de ceux qui sont basés sur l'observation des points noirs où se fait la compensation, lesquels se trouvent toujours en dehors du champ. On obtiendra naturellement sur ces sections le signe de la bissectrice obtuse, qui sera contraire à celui du cristal, comme on le comprend aisément.

**291. Emploi des sections parallèles au plan des axes optiques.** On procédera dans ce cas comme pour les cristaux uniaxes, mais il faudra préalablement connaître la position de la bissectrice aiguë (ou obtuse) dans le plan de la lame. Nous avons pour cela deux moyens assez précaires. Le premier est basé sur l'observation des isogyres, mais n'est applicable que dans le cas où l'angle des axes est petit (a. 275, p. 324). Nous avons vu en effet, que la croix noire que donne en lumière convergente la section parallèle au plan des axes optiques, se disloque par rotation en deux hyperboles sortant très rapidement du champ. L'une d'elles persiste plus longtemps que l'autre, ses deux branches se forment dans les quadrants qui contiennent la bissectrice aiguë.

On pourra donc, par une très légère rotation de la platine, reconnaître celui des deux bras de la croix qui coïncide avec la trace de cette bissectrice aiguë, et après l'avoir mise à 45° des sections principales des nicols, déterminer son signe en lumière parallèle, avec le mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou la teinte sensible. Le procédé est loin d'être recommandable, la dislocation est souvent difficile à observer, et dès que l'angle $2V$ est un peu grand, il devient complètement inapplicable,

**300. Appareil de M. Wülfing.**[1] Cet appareil a été construit principalement dans le but de pouvoir fixer la position des normales aux lames, au moyen de l'autocollimation.

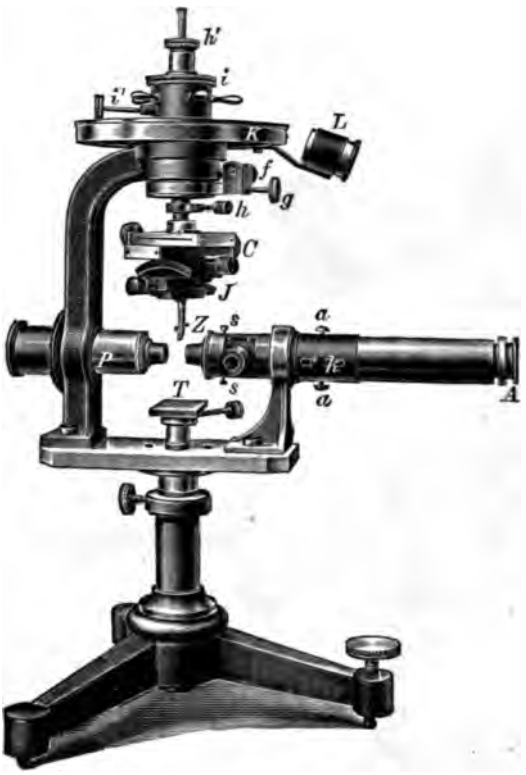



Fig. 413. Appareil de M. Wülfing pour la mesure de l'angle des axes optiques. Modèle de la maison Fuess à Berlin.

Il se compose d'un goniomètre et d'une lunette (fig. 413). Le goniomètre diffère peu de celui de l'appareil précédent; il est supporté par une colonne incurvée, ce qui permet un maniement plus aisé des appareils de centrage et d'ajustage commandés par les vis $C$ et $J$; $K$ est le cercle gradué et $L$ la loupe servant à faire les lectures. L'écrou $h'$ fait élever ou abaisser l'axe portant le cristal, que l'on arrête par la vis $h$. Les vis $f$ et $g$ servent aux petits déplacements du cercle. Quant au système optique qui constitue la partie originale de cet appareil, il est représenté mi-partie en coupe sur la fig. 414. La lunette possède un objectif dont le foyer se trouve dans le plan des vis $s$; c'est une simple loupe de Steinheil, achromatique

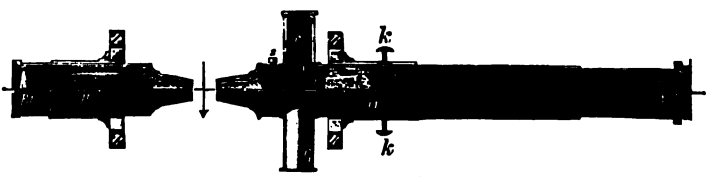



Fig. 414.

et aplanétique, composée d'une sphère de crown-glass, intercalée entre deux ménisques de flint. Ce dispositif a un champ moindre

[1] E. A. Wülfing, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. 12. 1898. 405—446.

que celui des objectifs habituellement employés, mais il a par contre une distance frontale plus grande, et permet plus aisément d'effectuer l'autocollimation.

Les figures d'interférence sont visibles, en même temps que le réticule placé en *s* au foyer de l'objectif, à travers un système aplanétique formé d'une lentille de BERTRAND *h*, constituée elle aussi par une loupe STEINHEIL et un oculaire *O*. Cette lentille peut être déplacée dans le tube, ce qui permet de la rapprocher ou de l'éloigner de l'objectif et de réaliser ainsi un grossissement variable, adapté à la qualité de la figure d'interférence. En *A* se trouve le nicol analyseur. Pour permettre l'autocollimation, on place immédiatement en arrière du réticule une mince lame de verre inclinée de 45° (miroir de GAUSS) sur l'axe de la lunette; elle est portée par un tube creux latéral $r_1$. La source lumineuse destinée à éclairer le réticule, est placée devant ce tube; le miroir renvoie alors les rayons dans l'objectif, et lorsque la plaque est normale à l'axe de la lunette, on voit l'image réfléchie du réticule se superposer avec celui-ci.

Les rayons que reçoit la lame proviennent d'un condensateur identique à l'objectif de la lunette, le polariseur *P* est placé devant une lentille collectrice *Bl*.

**301. Appareil d'Adams.** Dans cet appareil, la lame à étudier est placée entre deux demi-boules d'un flint très réfringent, et mise en contact avec elles au moyen d'un liquide d'indice élevé; les rayons centraux qui traversent le système, n'éprouvent, comme on le sait, pas de déviation sensible à leur sortie. La couche de liquide interposée entre la lame et les demi-boules n'influe pas sur la direction des rayons, car elle forme une lame à faces parallèles. Les parties optiques de l'instrument sont supportées par les équerres *B* et *C*, et peuvent se mouvoir le long d'une colonne prismatique *A* (fig. 415). Dans le support *B* pénètre un tube *f* contenant l'appareil de polarisation, qui peut être orienté d'une manière quelconque, en faisant tourner le tube *f* dans la douille *g* sur laquelle se trouve une graduation. . Le polariseur *P* est placé entre les lentilles *e* et *e'*, la première possède un foyer sensiblement plus court que celui de la seconde. L'oculaire monté dans le tube *u*, coulisse dans la douille *y*, il porte au-dessous du nicol analyseur *Q* une ouverture transversale *x*; en *t* se trouve une lentille faisant office de loupe.

Entre les tubes *g* et *y*, on peut intercaler, à volonté un troisième tube intermédiaire qui porte le goniomètre. Ce tube peut tourner autour de l'axe optique de l'instrument, de façon à pouvoir placer l'axe du goniomètre dans une position quelconque. Il renferme deux

lentilles convergentes *o* et *n*, entre lesquelles viennent se placer les demi-boules et la lame. Celle-ci peut tourner autour d'un axe perpendiculaire à celui du microscope, grâce au goniomètre latéral que la fig. 415 montre en coupe. Ce goniomètre se compose d'une pièce *R* pouvant tourner devant le cercle gradué *T*, il porte une coulisse circulaire dont le centre coïncide avec celui des demi-boules *mm*. En agissant sur le pignon *E* qui s'engrène dans une crémaillère *F*, on déplace ce coulisseau et incline ainsi à volonté la lame autour d'un axe perpendiculaire au plan de figure. Enfin la lame peut tourner dans son propre plan, en actionnant le bouton *U* dont la tige se termine par un pignon qui s'engrène dans la denture que porte la monture des demi-boules. Après avoir dévissé l'écrou *v*, on peut en saisissant le bouton *H*, retirer l'appareil portant la lame cristalline, en laissant le goniomètre en place. Le réticule qui sert à repérer les figures d'interférence est gravé sur la face inférieure de la lentille O.

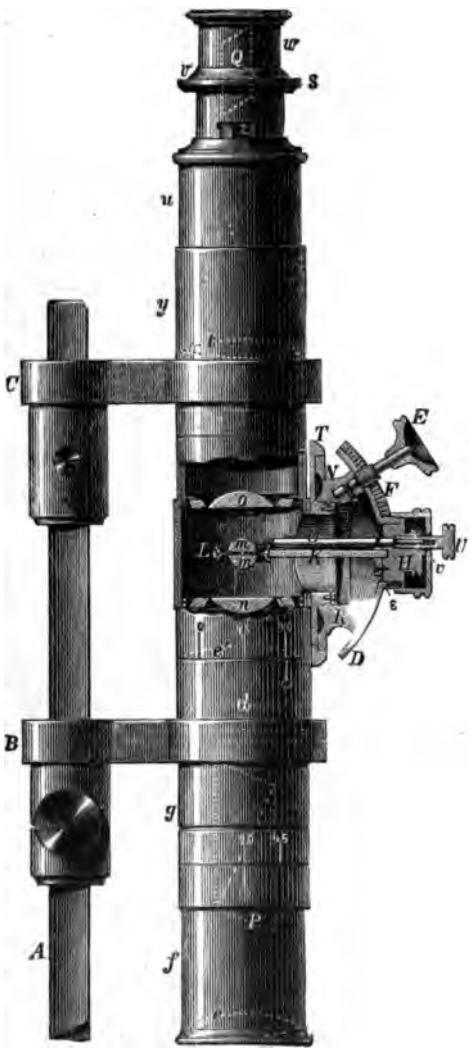


Fig. 415. Appareil d'Adams pour la mesure de l'angle des axes optiques. Modèle de la maison R. Fuess à Berlin.

**302. Petit goniomètre adaptable au microscope polarisant.** Cet instrument représenté par la fig. 416, se fixe sur la platine du microscope au moyen de deux fortes pinces à ressort. C'est un petit goniomètre, dont le cercle gradué *T* tourne autour d'un axe qui s'engage dans le support *S*. La lame cristalline se fixe sur l'instrument à l'aide de la pince *P* du support *K*, ou se place entre deux demi-boules *m*

comme dans l'appareil d'ADAMS. On peut, pour faciliter le réglage, incliner la lame autour d'un axe perpendiculaire à celui du goniomètre, grâce à un coulisseau circulaire $D$ qui se déplace en poussant le bouton $k$. Enfin une petite cuve $G$, montée sur une équerre $W$, peut être adaptée à l'appareil au moyen de la vis $M$, et permet de faire la mesure dans les liquides. Cet appareil, vu la petitesse de son cercle gradué, ne saurait prétendre à une très grande exactitude; il est commode cependant et peut rendre certains services.

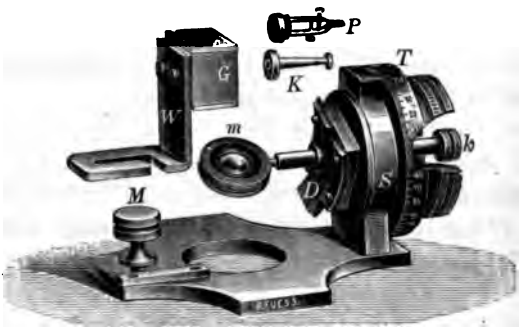


Fig. 416. Petit appareil pour la mesure de l'angle des axes optiques, construction de la maison R. FUESS, à Berlin.

## § 4. MÉTHODES INDIRECTES.

**303. Méthode de Mallard.**[1] Elle est basée sur la mesure de la distance qui sépare les sommets de l'hyperbole, que montre en lumière convergente, une lame taillée normalement à la bissectrice aiguë; cette distance ainsi que MALLARD l'a démontré, est proportionnelle à $\sin E$. L'auteur indique pour effectuer la mesure l'emploi d'un micromètre oculaire à fil mobile (a. 153, p. 161), combiné à la lentille de BERTRAND, qui doit donner une image conjuguée de la figure d'interférence dans le plan focal de cet oculaire, où se trouve également le fil mobile. MALLARD indique aussi que l'on peut effectuer la même mesure avec un micromètre à échelle gravée, ou encore en projetant à l'aide de la chambre claire, l'image d'interférence sur une feuille de papier, sur laquelle on peut la dessiner.

Si l'on désigne par $D$ la distance de l'axe du microscope au sommet de l'une des branches d'hyperbole jalonnant la trace de l'un des axes optiques, MALLARD a montré que l'on a:

$$D = K \sin E. \tag{1}$$

$E$ étant le demi-angle apparent. La théorie des instruments d'optique d'ABBE conduit au même résultat, comme nous l'avons vu (a. 144, p. 141).

La constante $K$ dépend du système optique employé; si l'on se rapporte à ce qui a été dit précédemment (a. 144, p. 141), on voit

[1] E. MALLARD, Bull. soc. miner. d. Fr. 5. 1882, 77—87, et Traité de Cristallographie II. 1884, 412.

que la distance $y$ de l'axe à un point quelconque de l'image obtenue en lumière convergente est donnée par la relation:

(2) $$y = nf \sin u$$

dans laquelle $n$ est l'indice de réfraction du milieu baignant la lentille frontale de l'objectif dont $f$ est la distance focale principale, et $u$ l'angle que fait l'axe du faisceau incident avec l'axe principal de l'objectif, faisceau qui vient éclairer un point situé à la distance $y$ de cet axe.

La lentille de Bertrand reprenant cette image, en donne une conjuguée agrandie, liée à la première par la relation:

$$\frac{Y}{y} = a$$

dans laquelle $a$ représente le grossissement linéaire. En substituant dans (2) la valeur de $y$ on aura:

(3) $$Y = anf \sin u.$$

En appliquant maintenant cette relation au cas qui nous occupe, on voit que $u$ n'est autre chose que l'angle $H$ que fait l'axe optique du cristal avec celui du microscope dans le milieu situé en avant de l'objectif (cet angle devient égal à $E$ dans le cas où ce milieu est l'air), et $y$ la distance que nous avons définie par $D$. Il en résulte que si nous comparons les deux expressions (1) et (3) nous aurons:

$$K = anf.$$

Cette formule permettra de calculer la constante $K$, si l'on connaît la distance focale $f$ équivalente de l'objectif, l'indice $n$ du milieu baignant la frontale, et l'agrandissement linéaire $a$ que donne la lentille de Bertrand dans les conditions de l'expérience.

Nous aurons enfin:

(4) $$D = anf \sin H.$$

Il est d'ailleurs aisé de démontrer que la distance $D$ est proportionnelle au sinus du demi-angle apparent E des axes dans l'air; nous avons en effet:

$$\frac{\sin E}{\sin H} = n,$$

si nous remplaçons dans (4) $\sin H$ par sa valeur il vient:

$$D = K \sin E \quad \text{avec} \quad K = af.$$

Cette constante $K$ relative à un certain système optique, peut être plus aisément déterminée par l'expérience, en utilisant pour cela une lame normale à la bissectrice aiguë d'un minéral dont l'angle

apparent $2E'$ a été mesuré directement. En désignant par $D'$ l'écartement correspondant, on aurait de même:

$$D' = K \sin E, \tag{5}$$

divisant l'équation (1) par (5) il vient alors:

$$\frac{D}{D'} = \frac{\sin E}{\sin E'}.$$

Pour la pratique de la méthode, il va sans dire que les objectifs que l'on utilisera, devront répondre à la condition d'Abbe (a. 144, p. 141), car c'est dans ce cas seulement que la relation:

$$D = K \sin E$$

se trouve satisfaite; les objectifs à grande ouverture remplissent dans une certaine mesure seulement cette condition. L'œil doit être placé comme il a été indiqué, de façon à ne recevoir que les rayons qui se croisent aux points aplanétiques antérieur et postérieur.

Le microscope étant éclairé par de la lumière monochromatique, est disposé pour la lumière convergente; on intercale la lentille de Bertrand, puis l'oculaire micrométrique et on fait la mise au point de la figure d'interférence, en déplaçant pour cela le tube portant l'oculaire et la lentille de Bertrand, ou en faisant simplement mouvoir cette dernière lorsque cela est possible. La lentille de Bertrand doit être centrée; pour cela on agit sur les vis qui la maintiennent dans sa monture, jusqu'à ce que la figure d'interférence soit convenablement disposée par rapport aux fils de l'oculaire. On reconnaît que la mise au point est bonne, lorsqu'en déplaçant l'œil devant l'oculaire, on ne voit aucun mouvement relatif de la figure et des fils du réticule. Cette mise au point devra porter spécialement sur la partie du champ où se trouvent les points qui doivent être repérés, c'est-à-dire sur les sommets de l'hyperbole, car à cause de l'incurvation de la surface sur laquelle se produit la figure d'interférence, la mise au point parfaite ne saurait être réalisée pour toutes les parties du champ. En général elle se fait assez convenablement pour les parties centrales de l'image, mais elle présente quelques difficultés pour les régions périphériques du champ, par suite de l'astigmatisme de l'objectif, qui est toujours imparfaitement corrigé pour cette aberration. La figure d'interférence se formant sur une surface de révolution à deux nappes dont l'écart, nul sur l'axe optique, croît sur les bords du champ, la parallaxe pourra être supprimée en prenant un des fils mobiles comme point de repère, tandis qu'elle existera encore pour le fil perpendiculaire. Lorsque l'angle à mesurer est grand, il faudra donc faire la mise au point relativement au fil du réticule qui est mobile; celle-ci

ne sera réalisée que lorsqu'il n'y a plus de mouvement relatif de l'image et du fil, en déplaçant l'œil perpendiculairement à celui-ci.

Avec les objectifs à grande ouverture, où la condition d'Abbe n'est qu'imparfaitement satisfaite, la relation $D = K \sin E$ ne sera pas applicable à toutes les parties du champ, car $K$ n'est pas constant sur toute son étendue, l'image ne se formant plus sur une surface sphérique. Dans ces conditions, il est alors bon de déterminer chaque fois la constante $K$ sur une lame pour laquelle $2E$ est connu, et possède une valeur voisine de celle du minéral à étudier. On peut aussi, comme le recommande M. Wülfing[1], déterminer $K$ par divers minéraux qui présentent des écartements angulaires différents, puis par interpolation, établir sa valeur pour toutes celles de $D$. On peut enfin déterminer la valeur de $E$ qui correspond à chaque valeur de $D$ pour toute l'étendue du champ de l'objectif, ce qui permet de construire une courbe donnant directement la valeur de $E$ lorsque $D$ a été mesuré.

On trouve dans le commerce une table construite par M. Schwarzmann[2] sur le principe de la règle à calcul, elle permet d'obtenir de suite $2E$ pour chaque valeur de $D$. Comme cette table est faite dans l'hypothèse où la formule de Mallard serait exacte, elle rend des services illusoires, sans compter que les lectures sont d'une précision douteuse lorsque $2V$ est compris entre 70° et 90°.

Pour mesurer $D$, on fait successivement coïncider le fil mobile avec chaque sommet de l'hyperbole, la différence des valeurs lues sur la graduation, donne celle de $D$. Avec le micromètre oculaire, les pointés doivent être faits en tournant la vis dans le même sens, pour se débarrasser du chemin perdu.

Il arrive souvent que la section n'est pas tout à fait normale sur la bissectrice aiguë, tout en l'étant sur le plan des axes optiques; on pourra néanmoins mesurer encore $2E$. Pour cela on amène le fil du réticule sur le pôle de l'un des axes optiques, puis on tourne la lame de 180°, et on mesure le déplacement $2D$ qu'il faut donner au fil mobile, pour le placer sur le pôle du même axe après cette rotation. $D$ est par conséquent la distance de ce pôle au centre du champ.

On répète la même opération pour l'autre axe, et l'on aura la distance $D'$ de celui-ci au centre du champ. Avec ces données et au moyen de la formule

$$D = K \sin u$$

on pourra calculer les angles $u$ et $u'$, que font les axes optiques avec la normale à la lame et déduire enfin la valeur de $2V$.

[1] Rosenbusch et E. A. Wülfing, Physiographie, 1e partie, 1904, 330.
[2] Schwarzmann, N. Jahrb. f. Min. 1896, I, 52.

**304. Méthode de M. F. Becke.**[1] M. Becke qui a généralisé l'emploi de la lumière convergente pour l'étude des lames minces, a utilisé l'une des méthodes indiquées par Mallard, pour fixer la position des axes optiques lorsque la lame n'est pas normale sur la bissectrice aiguë. Il opère dans les différents cas qui peuvent se présenter comme suit:

a) *Détermination de la position d'un axe optique.* Elle repose sur la propriété qu'ont les isogyres de pivoter autour des pôles des axes optiques, lorsqu'on fait tourner la lame à l'aide de la platine du microscope. M. Becke détermine d'après cela la position d'un axe optique, par l'intersection des isogyres obtenues pour différentes situations de la platine; dans ce but, il projette l'image d'interférence au moyen d'une chambre claire d'Abbe sur une planche à dessin rotative, montée sur un support et centrable à l'aide de 3 vis à 120°. L'axe de rotation de la planche à dessin doit rester constamment parallèle à celui *oam* du microscope, et coïncider avec la droite *bc* comme cela ressort de l'examen de la fig. 417. Pour obtenir rapidement le centrage de cette planchette, on a tracé à sa surface une série de cercles concentriques; l'un de ceux-ci doit constamment coïncider avec le bord du champ visuel du microscope pendant une rotation de 360° imprimée à la planchette. Il est évident que le microscope lui-même doit être centré comme pour les opérations habituelles. On peut, la chambre claire étant montée comme à l'ordinaire, observer la figure d'interférence par le procédé von Lasaulx ou le dispositif Bertrand. On place tout d'abord la lame dans la position où ses lignes d'extinction sont parallèles aux sections principales des nicols, et l'on met la graduation du cercle de la planchette tournante au même chiffre que celui qu'indique la platine du microscope. On fixe un papier à dessin sur la planchette, et trace avec un crayon la position du plan des axes optiques.[2] On imprime ensuite une rotation de 30° par exemple à la platine du microscope et l'on fait de même pour la planche à dessin. On dessine l'isogyre qui s'est produite et qui passe par l'axe dont on veut relever la position; on répète plusieurs fois la même opération,

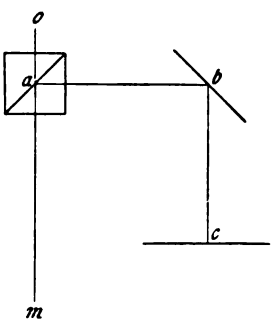


Fig. 417.

[1] F. Becke, Min. u. petr. Mitth. 14. 1894, 375, 416, 563; 16. 1896, 180, et Denksch. d. K. K. Akad. d. Wiss. Wien 75, 1904, 88.

[2] M. Becke recommande pour ces opérations, l'emploi de papier noir, sur lequel on dessine avec un crayon blanc.

en tournant toujours du même angle la platine du microscope, ainsi que la planchette à dessin. Le pôle de l'axe optique est à l'intersection des isogyres ainsi obtenues. Pour fixer exactement sa position, il faut connaître celle du centre du champ, ce qui peut être aisément obtenu en répétant les mêmes opérations, la planchette ayant été placée à 180° de sa position initiale. La droite qui joint alors sur le dessin les deux pôles obtenus, est partagée en deux parties égales, ce qui donne immédiatement la position du centre du champ. On pourrait d'ailleurs arriver au même résultat sans avoir besoin d'une table à dessin tournante, mais en se servant simplement d'un microscope à nicols rotatifs; la préparation et le dessin restent fixes dans ce cas.

L'angle $u$ que fait, avec la normale au plan de la lame l'axe dont le pôle vient d'être ainsi défini, satisfait à la relation de MALLARD:

$$D = K \sin u,$$

dans laquelle $D$ mesure sur le dessin la distance du pôle au centre du champ et $K$ représente la constante habituelle, que l'on détermine en projetant les hyperboles données par une lame normale à la bissectrice aiguë d'un minéral dont l'angle apparent $2E$ est connu.

On peut également relever sur le dessin l'angle que fait le plan normal à la lame contenant l'axe optique trouvé, avec une ligne directrice quelconque (clivage, trace de macle etc.), en se servant pour cela de la lentille de BERTRAND comme d'un oculaire faible; on fait la mise au point de l'image et de l'objet en déplaçant légèrement l'objectif. Il reste entendu que la platine mobile et celle de la planchette doivent occuper la même position.

b) *Mesure de l'angle des axes optiques.* On procède ainsi que venons de l'indiquer pour fixer la position du pôle de chacun des deux axes optiques. Si la section est perpendiculaire à la bissectrice, $u = E$ et l'angle apparent $2E$ se déduit de la distance $D$ de l'un des pôles au centre du champ par la formule de MALLARD:

$$D = K \sin E.$$

$K$ ayant été déterminé comme précédemment.

Si la section tout en étant perpendiculaire au plan des axes optiques est inclinée sur la bissectrice, nous aurons:

$$2E = u + u'.$$

$u$ et $u'$ étant donnés par:

$$D = K \sin u \quad \text{et} \quad D' = K \sin u'.$$

$u$ et $u'$ sont les angles compris entre chacun des deux axes et la normale à la plaque.

Enfin si la section est oblique sur le plan des axes optiques, et si ces derniers sont contenus dans le champ de l'appareil, on relève, comme précédemment la position de leurs pôles et celle du centre du champ. Pour calculer $2E$ on dispose de trois quantités, à savoir: $A'B'$ (fig. 418 et 419), la distance linéaire entre les pôles des axes optiques projetés orthogonalement, puis $A'O$ et $B'O$, la distance entre chacun de ces pôles et le centre $O$ du champ.

Il faut alors résoudre le triangle sphérique $ACB$ (fig. 418) dans lequel on connaît les arcs $CA = u$ et $CB = u'$, puis l'angle $C$ mesuré par celui que font entre elles les traces $OA'$ et $OB'$ des plans normaux menés par les deux axes optiques.

Monsieur Becke indique une construction graphique fort simple, permettant de trouver immédiatement l'angle $2V$. Pour cela, on

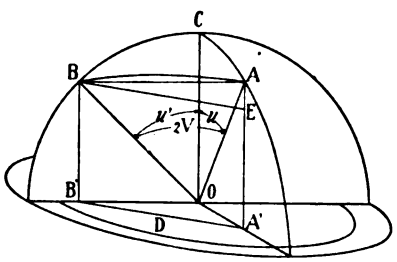


Fig. 418.

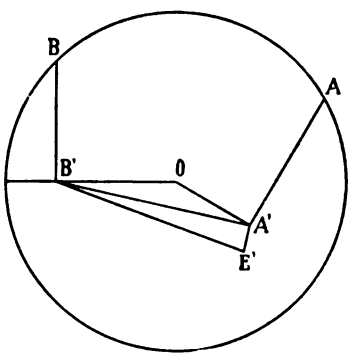


Fig. 419.

trace un cercle (fig. 418) de rayon $R = Kn_m$ pris comme unité, qui mesure la distance $D$ donnée par la relation de Mallard, qui est comprise entre le centre du champ et le point qui serait éclairé par un rayon faisant avec l'axe de l'objectif un angle $V = 90°$ (si l'ouverture de l'objectif était suffisante, ce qui est pratiquement impossible); car comme on a:

$$D = K \sin u \quad \text{et} \quad D = Kn_m \sin w .$$

$u$ désignant l'angle que fait une direction quelconque dans l'air avec l'axe optique du microscope et $w$ l'angle dans l'intérieur du cristal; d'autre part $u$ et $w$ sont liés par la relation:

$$\frac{\sin u}{\sin w} = n_m ,$$

et si $w = 90°$ on aura alors:

$$D = Kn_m .$$

Cette quantité mesure donc le rayon de la sphère sur laquelle il faudrait reporter les pôles des axes optiques pour obtenir leur angle réel $2V$ d'après les données de la projection.

Construisons d'abord les droites $OA'$ et $OB'$ (fig. 418 et 419), et menons $AA'$ et $BB'$ perpendiculaires à ces deux directions, ces deux longueurs mesurent la distance du pôle des axes optiques au plan de projection, leur différence $AA' - BB' = AE = A'E'$ portée sur la perpendiculaire à $A'B'$, donne, par la droite $B'E'$, la longueur de la corde joignant les pôles $A$ et $B$ des axes optiques. On mesure à l'aide d'une règle graduée la longueur de cette droite, et on la divise par celle du rayon $R$ du cercle, ce qui fournira la longueur de la corde que l'angle $2V$ intercepte sur un cercle de rayon égal à l'unité. Il ne reste plus alors qu'à chercher cette valeur dans les tables des cordes telles qu'il s'en trouve dans certains aides mémoire.

c) *Section présentant la bissectrice et l'un des axes optiques seulement dans le champ.* On détermine alors le pôle de l'axe optique visible et le centre du champ comme d'habitude, puis en formant la croix noire dont l'un des bras ne passe pas au centre du champ, on fixe, en reportant la figure par la chambre claire, la position du pôle de la bissectrice. Cette dernière détermination est douteuse, d'abord parce que la croix noire est assez floue dans cette région, et ensuite comme le fait remarquer M. Becke, parce que le pôle de la bissectrice ne coïncide pas avec le centre de la croix, (ce qui n'a lieu que si elle est normale à la section), mais se trouve plus rapproché du centre du champ si le plan de la section est normal à celui des axes optiques.

Monsieur Becke a dressé une table déduite des propriétés des skiodromes, qui permet, connaissant l'inclinaison apparente $\alpha'$ de la bissectrice sur la normale à la lame, de trouver celle réelle $\alpha$, et de calculer la correction à apporter à l'angle $V$ que fait l'axe optique avec la bissectrice.

| $V$ | $\alpha$ | $\alpha'$ | Correction |
|---|---|---|---|
| 30° | 10° | 11°5′ | 2°5′ |
| | 20 | 24 | 4 |
| | 30 | 35 | 5 |
| 45° | 5 | 7°5 | 2°5 |
| | 10 | 13.7 | 3.7 |
| | 20 | 27.2 | 7.2 |
| | 30 | 38.8 | 8.8 |
| 60° | 5 | 8°3 | 3°3 |
| | 10 | 18 | 8 |
| | 20 | 30.6 | 10.6 |
| | 30 | 43 | 13 |

# CHAPITRE XVI.

# MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION.

§ 1. Considérations générales, cas des gros et petits fragments. § 2. Méthodes utilisant la réfraction dans les lames. § 3. Emploi des prismes. § 4. Méthodes et appareils basés sur la réflexion totale.

## § 1. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES, CAS DES GROS ET PETITS FRAGMENTS.

**305. Principe et classement des méthodes.** Dans la partie théorique de cet ouvrage, nous avons examiné une série de phénomènes qui peuvent être utilisés pour la détermination des indices de réfraction. La réfraction dans les lames, celle dans les prismes, la réflexion totale enfin peuvent tour à tour fournir des méthodes plus ou moins précises, qui d'ailleurs ne s'appliquent pas toutes avec la même facilité dans tous les cas. A ce point de vue, on peut de suite faire une distinction entre gros fragments et minéraux microscopiques. Les premiers en effet peuvent être taillés plus ou moins facilement en lames ou en prismes convenablement orientés; les seconds, en petits grains isolés, ou le plus souvent en individus très petits engagés dans la roche mère, sont coupés au hasard par le plan d'une section mince. Ce dernier cas est par excellence celui réalisé dans la pétrographie; aussi, bien que la plupart des méthodes soient communes dans les deux cas indiqués, nous examinerons séparément les procédés qui servent à l'étude des gros fragments, et ceux en usage pour la détermination des indices sur les petits fragments ou sur les minéraux engagés dans les coupes minces.

Une seule méthode fait intervenir la réfraction à travers les lames pour la détermination des indices, c'est celle du duc DE CHAULNES.

La réfraction à travers les prismes fournit plusieurs procédés, dont les deux principaux sont: La mesure de la déviation minimum éprouvée par le rayon lumineux, et celui basé sur la sortie normale du rayon sur la face d'émergence (MEYERSTEIN et ABBE).

Quant à la réflexion totale dont l'emploi se généralise de plus en plus, elle fournit directement la valeur de l'indice par une mesure de l'angle limite, le corps à étudier ayant été plongé dans un liquide, ou mis en contact avec un corps solide dont l'indice $\mu$ lui est supérieur.

## § 2. MÉTHODES UTILISANT LA RÉFRACTION DANS LES LAMES.

**306. Méthode du duc du Chaulnes.**[1] Nous avons déjà exposé le principe de cette méthode à propos de la mesure de l'épaisseur des

[1] DUC DE CHAULNES, Mém. acad. R. science. Paris 1770 et 1776.

lames à faces parallèles (a. 187, p. 201); nous rappellerons seulement que pour la mettre en pratique, on se sert d'un microscope ordinaire possédant une bonne vis micrométrique. On met au point successivement la face supérieure et inférieure de la lame, en utilisant pour cela les poussières qui y sont toujours adhérentes. Si $e'$ représente l'épaisseur apparente donnée par le déplacement de la vis micrométrique et $e$ l'épaisseur réelle, celle-ci, avec un objectif sec, est donnée par l'expression:

$$e = e'n,$$

$n$ étant l'indice de réfraction qui peut être calculé si on a eu soin de mesurer préalablement $e$ par un sphéromètre, un compas d'épaisseur, ou un autre instrument de précision quelconque. L'exactitude du procédé dépend du grossissement de l'objectif, qui doit toujours être à court foyer et aussi puissant que possible; on ne peut dépasser une certaine épaisseur pour la plaque, car la mise au point sur les deux faces de celle-ci n'est plus possible dans ce cas, par suite du court foyer de l'objectif.

On peut, au lieu de poussières, faire sur les deux faces de la lame des petits dépôts d'argent métallique réduit, et mettre au point sur ceux-ci ce qui est plus exact.

Divers auteurs[1] ont cherché à modifier cette méthode, dans le but d'éviter la mesure de $e'$ qui est toujours une opération délicate. Bertin[2] place un micromètre sur la lamelle dont on veut connaître l'indice et mesure alors le grossissement, le tube porte-oculaire qui doit pour cela être gradué, ayant été préablement complétement tiré.

Soit $g_1$ la valeur obtenue, il met alors le micromètre sous la lamelle sans changer la mise au point. Pour obtenir l'image nette de celui-ci il faudra changer la position de l'oculaire, l'on aura un nouveau grossissement $g_2$, que l'on mesure. On enlève enfin la lame et met au point le micromètre seul; soit $g_3$ le grossissement observé dans ces conditions. On peut alors démontrer, en se basant sur les formules des lentilles, que l'indice $n$ est donné par la relation:

$$n = \frac{g_2}{g_3} \cdot \frac{g_1 - g_3}{g_1 - g_2}.$$

La méthode du duc de Chaulnes est en principe applicable aux cristaux biréfringents, la question a été étudiée par Sorby[3] et Stokes[4], on trouvera le développement du procédé dans l'ouvrage de M. Th. Liebisch.[5]

[1] E. Becquerel et A. Calsours, Compt. rend. acad. scienc. Paris 11. 1840, 869—871.
[2] A. Bertin, Ann. d. chim. et phys. 26. 1849, 288—295.
[3] Sorby, Proced. Royal soc. 26. 1878, 384—385.
[4] Stokes, Proced. Royal soc. 1878, 384—401.
[5] Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie. Leipzig 1891, 361—367.

## § 3. EMPLOI DES PRISMES.

**307. Goniomètre de Babinet.** Toutes les méthodes basées sur la réfraction dans les prismes, utilisent le même instrument appelé goniomètre de BABINET ou spectromètre. Il existe de nombreux types de ces appareils; nous décrirons l'un des modèles de la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE, que nous employons depuis plusieurs années.

Il se compose d'un plateau gradué $p$ (fig. 420), pouvant tourner autour d'un axe d'une grande longueur pour assurer sa stabilité; cet axe s'engage dans un statif en forme de trépied, monté sur trois vis calantes. La rotation du cercle est mesurée par les deux verniers $v$

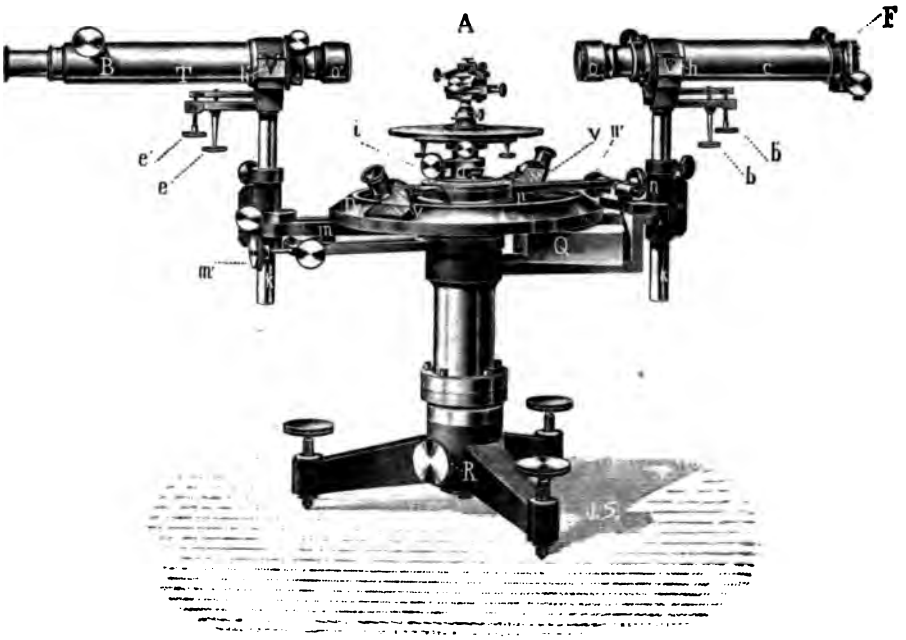



Fig. 420. Spectromètre. Modèle construit par la SOCIÉTÉ GENEVOISE POUR LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE PHYSIQUE à Genève.

et $v'$, la lecture se fait à l'aide de loupes, et la graduation donne les 5″ d'arc. Sur le plateau on peut adapter des accessoires divers, tels que le support pour cristaux qui est indiqué sur la figure; l'échange de ces pièces se fait après avoir enlevé les trois vis $a$.

Le cercle peut être arrêté dans une position quelconque par la vis de pression $n$, le mouvement lent lui est communiqué en agissant sur la vis $n'$. Un collimateur $c$ est monté sur un bras latéral, sa disposition est celle décrite (a. 117, p. 114), son objectif $O$ est monté

sur un tube à tirage, ce qui facilite le réglage. La fente visible en *F*, est également montée sur un tube qui coulisse dans *c*. Le collimateur peut pivoter autour d'un axe horizontal *h*, l'arrêt se fait par les vis *bb'*. La lunette est semblable à celle examinée précédemment (a. 118, p. 114); elle permet la vision d'objets très éloignés, et se compose d'un tube *T* dans lequel se déplace celui qui porte son objectif *O'*. L'oculaire positif est placé lui-même dans un second tube, qui s'engage dans *T* à son autre extrémité, et peut se mouvoir à l'intérieur de celui-ci au moyen d'une crémaillère commandée par le bouton *B*. Le tube dans lequel s'engage l'oculaire positif, contient un réticule monté sur un tambour. La lunette peut tourner autour d'un axe horizontal *h'*, une lentille, que l'on place devant l'objectif, la transforme en microscope pour voir directement les objets placés sur le plateau servant de support. Le collimateur de même que la lunette sont supportés par de fortes colonnes *K*, ce qui en permettant de les exhausser ou de les abaisser à volonté, rend l'emploi de l'instrument plus général. La lunette enfin peut tourner autour du cercle gradué; pour cela elle est solidaire du disque de bronze *D* qui porte les verniers *vv'*; l'effort qu'elle exerce sur l'axe est équilibré par un contre poids *Q*. La disposition réalisée permet les mouvements indépendants de la lunette et du cercle; la rotation de la lunette se lit sur le vernier, qui tourne en même temps que celle-ci autour du cercle, préalablement rendu immobile en serrant la vis *n*, les petits déplacements sont obtenus par les vis *m* et *m'*. Enfin pour plus de commodité dans le travail, on peut faire tourner tout l'appareil autour d'un axe vertical; la vis *R* sert à le maintenir dans une position déterminée.

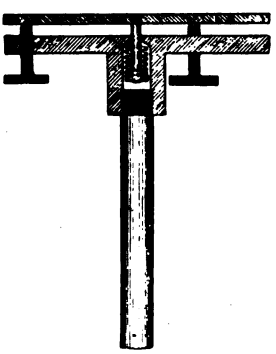


Fig. 421.

Lorsqu'on veut utiliser le goniomètre de Babinet pour la mesure des indices, on fixe par le moyen des trois vis *a*, l'accessoire que représente la figure 420. Il comporte un petit plateau, mobile autour d'un axe que l'on fait coïncider avec celui vertical de l'appareil; le bouton *i* qui commande une vis de serrage, permet de l'arrêter dans une position déterminée. Sur ce plateau on peut adapter l'appareil *A* qui supporte le prisme; celui qui est représenté sur la figure, consiste en un quadruple chariot, permettant deux translations rectangulaires, perpendiculaires sur l'axe vertical, et deux autres circulaires servant à incliner le prisme dans un sens ou dans un autre. On peut aussi à la place de cet appareil, adopter le système

plus simple et même préférable que montre la fig. 421; il consiste en une petite platine circulaire montée sur trois vis calantes, permettant d'incliner le prisme d'une manière quelconque.

En résumé, l'appareil de Babinet réalise les principales conditions que voici:

1° Rotation de la table supportant le prisme, ce dernier pouvant ainsi tourner indépendamment du cercle gradué.

2° Rotation simultanée du prisme et du cercle gradué.

3° Rotation indépendante de la lunette autour du cercle gradué avec entraînement du vernier.

4° Dans les appareils volumineux seulement, rotation de tout l'instrument autour d'un axe vertical.

**308. Réglage du goniomètre.** Pour effectuer les mesures avec exactitude, l'appareil doit répondre à certaines conditions qui sont les suivantes:

1° La lunette doit être réglée sur l'infini, et donner l'image d'un objet très éloigné, en même temps que celle du réticule qui doit se trouver dans le plan focal de l'objectif.

2° La fente du collimateur doit être placée au foyer de son objectif.

3° Les axes optiques de la lunette et du collimateur doivent être perpendiculaires à l'axe de rotation du cercle gradué.

4° La fente du collimateur doit être parallèle à l'axe de rotation vertical.

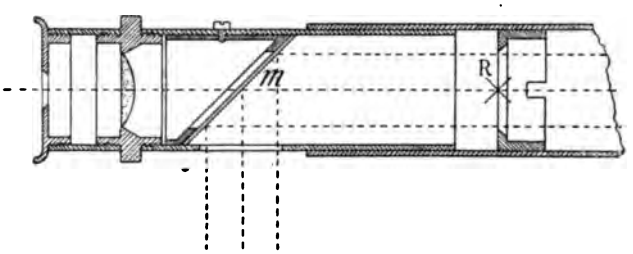



Fig. 422.

a) *Réglage de la lunette.* Pour régler la lunette, on commence par mettre au point le réticule, en tirant ou enfonçant l'oculaire dans son tube jusqu'à ce que l'image des fils apparaisse bien nettement; si l'on ne peut obtenir ce résultat, cela prouve que le tambour qui porte les fils est trop éloigné de l'oculaire; il suffit alors de déplacer plus ou moins ce tambour pour le mettre dans la position convenable.

Cette première opération effectuée, il faut régler la lunette sur l'infini; on peut pour cela employer deux moyens. Le premier consiste à diriger cette lunette contre un objet très éloigné, puis à déplacer l'oculaire pour réaliser une mise au point convenable, ce que l'on re-

connaît lorsqu'il n'existe pas de déplacement parallactique de l'image et du réticule, quand on fait mouvoir l'œil devant l'oculaire de bas en haut, ou de gauche à droite. Le second moyen utilise l'autocollimation. On place pour cela sur le plateau du goniomètre, un petit miroir plan de verre, puis au moyen de l'oculaire de Gauss (fig. 422) qui contient une mince lame *m* de verre réfléchissante inclinée de 45° sur l'axe optique de la lunette, on éclaire les fils du réticule *R* placé dans l'oculaire, en se servant pour cela d'une source de lumière latérale *S*. L'image conjuguée qu'en donne l'objectif après réflexion des rayons sur la lame faisant l'office de miroir, se superpose au réticule lui-même, si cette lame est normale à l'axe de la lunette, et si les fils sont au foyer principal de l'objectif. Cette méthode est très précise, mais demande quelques tâtonnements; si comme miroir on se sert d'une lame de verre à faces parallèles, on peut du même coup utiliser celle-ci pour obtenir la perpendicularité de l'axe de la lunette sur celui du cercle gradué, par le procédé que nous indiquons plus loin.

b) *Réglage du collimateur.* Il s'effectue simplement en déplaçant plus ou moins le tube qui porte la fente ou l'objectif de celui-ci, jusqu'à ce que l'image de cette fente apparaisse nettement sans parallaxe dans le champ de la lunette disposée sur le prolongement du collimateur.

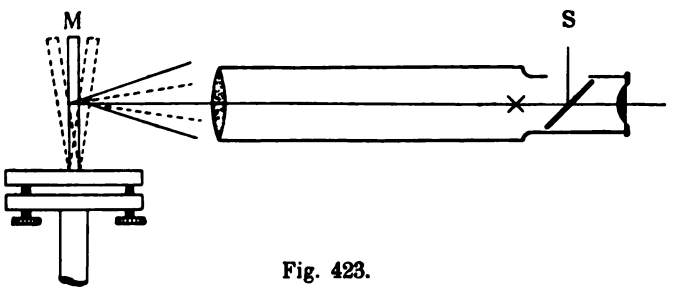



Fig. 423.

c) *Réglage des axes optiques de la lunette et du collimateur, dans le but de les placer perpendiculairement à l'axe de rotation vertical.* On règle tout d'abord la lunette, et pour cela on se sert d'une lame à faces rigoureusement parallèles, fixée au moyen d'un peu de cire sur la pièce qui sert de support au prisme. Les faces de cette lame *M* doivent être bien réfléchissantes, on peut, pour plus de commodité, les argenter préalablement. On cherche tout d'abord à produire l'autocollimation sur l'une de ces deux faces, en procédant comme nous l'avons indiqué à propos du réglage de la lunette; puis on tourne le cercle gradué de 180°. Si l'axe de la lunette est placé dans les conditions requises, le réticule se superpose encore à son image réfléchie; si tel n'est pas le cas (fig. 423), on corrige de la différence en agissant en

partie sur le miroir *M* pour le rapprocher de l'axe de rotation du cercle, et en partie sur la lunette qu'on incline ou qu'on relève selon le cas à l'aide des vis *ee'* (fig. 420). On répète cette opération jusqu'à ce que la coïncidence parfaite soit réalisée sur l'une et l'autre face. Celle-ci obtenue, on fait alors coïncider l'axe du collimateur avec celui de la lunette en les plaçant sur le prolongement l'un de l'autre puis en agissant sur les vis de réglage *bb'*, on amène la fente dans la position convenable.

d) *Réglage de la fente du collimateur, pour la disposer parallèlement à l'axe de rotation du cercle gradué.* On utilise encore l'autocollimation pour cette opération, et place tout d'abord l'un des fils du réticule parallèlement à l'axe de rotation; le réglage est effectué si faisant tourner légèrement la lame à faces parallèles en agissant pour cela sur le cercle gradué, l'image réfléchie du fil horizontal se superpose constamment à ce dernier. Si cette condition n'est pas remplie, le réticule et son image réfléchie se séparent, et prennent l'un par rapport à l'autre la position indiquée par la fig. 424. Il faut alors, faire tourner d'un angle convenable autour de l'axe de la lunette, le tambour qui porte les fils, en agissant sur le tube qui le contient ou selon la construction de l'instrument, sur le tambour lui-même au moyen d'une clef spéciale. Ce premier réglage étant achevé, on amène la lunette sur le prolongement du collimateur, et on tourne la fente jusqu'à ce que son image visible sans parallaxe, soit rigoureusement parallèle au fil vertical du réticule.

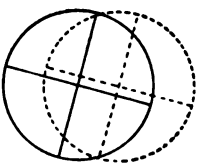


Fig. 424.

**309. Réglage du prisme.** Celui-ci doit avoir son arête réfringente parallèle à l'axe de rotation du cercle gradué. On le fixe sur le plateau qui lui sert de support au moyen d'un peu de cire, puis on procéde à son réglage en utilisant l'une des deux méthodes suivantes:

1° *Par autocollimation.* On produit tout d'abord l'autocollimation sur l'une des deux faces du dièdre, puis on tourne le cercle, et vérifie si celle-ci a lieu également sur la seconde face. Si tel n'est pas le cas, on cherchera à la réaliser en inclinant plus ou moins le prisme sur l'axe vertical au moyen des vis de réglage de son support. En réglant la seconde face on déplace fréquemment la première; il faut alors opérer par tâtonnements successifs, que l'on peut d'ailleurs réduire beaucoup, si l'on a soin de placer le prisme comme nous allons l'indiquer. Si l'on fait usage du support représenté (fig. 420), on dispose le prisme de façon à ce que l'une de ses faces soit parallèle au mouvement de l'un des chariots circulaires. On règle en premier

lieu cette face, en agissant sur la vis perpendiculaire, puis la seconde au moyen de l'autre vis; la première face se trouvera ainsi très peu déréglée après cette nouvelle intervention.

Si l'on adopte au contraire le porte-prisme (fig. 421) l'une des faces $AB$ (fig. 425) est alors placée perpendiculairement à la droite joignant les deux vis $ac$. En agissant sur l'une de celles-ci, on règle aisément la face $AB$; on règlera ensuite celle $AC$ uniquement par le jeu de la vis $b$, ce qui ne modifiera pas sensiblement le réglage de $AB$ si cette face a été préalablement bien disposée.

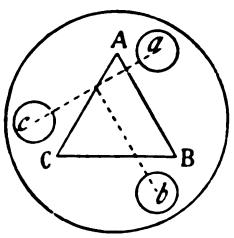


Fig. 425.

2° *Par réflexion.* On procède alors comme dans la mesure des cristaux, et après avoir mis l'axe de la lunette à peu près perpendiculairement à celui du collimateur, on tourne le cercle gradué, de façon à amener au centre du champ de la lunette, l'image de la fente réfléchie successivement sur les deux faces du prisme. Si tel n'est point le cas, on procède au réglage par tâtonnements, comme précédemment. Pour être assuré que l'image de la fente se place exactement dans la même position après réflexion sur chacune des deux faces, il faut avoir un point de repère. Pour cela, on fixe avec un peu de cire un cheveu au travers de la fente du collimateur, et à mi-hauteur de celle-ci. Son image dans la lunette doit alors, pour les deux positions où se produit la réflexion, coïncider avec le point de croisement des fils du réticule.

**310. Méthode de la déviation minimum.** Nous avons vu (a. 33, p. 26) que l'indice de réfraction peut être déterminé par la mesure de l'angle réfringent $A$ du prisme et de l'angle $D$ de déviation minimum. Ces deux quantités sont liées entre elles par la relation

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}.$$

*Mesure de l'angle A du prisme.* La mesure de l'angle $A$ peut se faire par divers procédés, qui se vérifient mutuellement. Le premier, le plus usuel, consiste à faire réfléchir sur les deux faces $AB$ et $AC$ du dièdre, l'image de la fente du collimateur, en mesurant la rotation $\alpha$ qu'il faut imprimer au prisme pour obtenir ce résultat. Pour cela (fig. 426), on place tout d'abord l'axe de la lunette à peu près perpendiculairement à celui du collimateur, et on la fixe dans cette position. On tourne ensuite le cercle gradué jusqu'au moment, où par réflexion sur $AB$ par exemple, l'image de la fente du collimateur

éclairée au moyen d'une source lumineuse quelconque $S$, apparaît au croisement des fils du réticule de la lunette. On lit alors la position des verniers, puis laissant la lunette immobile, on tourne de nouveau le cercle pour obtenir la réflexion sur la seconde face $AC$ du prisme dans des conditions identiques. La différence $\alpha$ entre les deux positions du cercle relevées sur les verniers, donne le supplément de l'angle mesuré, c'est-à-dire celui des normales aux faces du prisme. Pour réduire les erreurs au minimum, on répète plusieurs fois l'opération, et on prend la moyenne des résultats.

On peut aussi opérer par autocollimation, en mesurant la rotation du cercle nécessaire pour placer successivement chaque face du prisme perpendiculairement à l'axe de la lunette.

Enfin on emploie souvent aussi une troisième méthode, dans laquelle on place le prisme de façon à ce que le plan bissecteur du dièdre à mesurer se trouve à peu près parallèle à l'axe du collima-

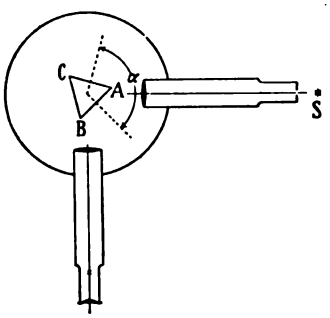



Fig. 426.

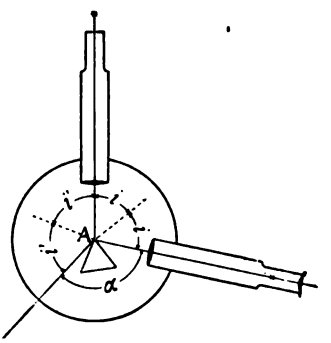



Fig. 427.

teur (fig. 427). On fixe alors le cercle, puis tournant la lunette, on cherche la position pour laquelle on peut observer l'image réfléchie de la fente du collimateur sur l'une des faces. On amène cette image au point de croisement des fils du réticule, et on lit la position des verniers. On déplace ensuite la lunette de façon à observer la même réflexion sur la deuxième face du dièdre; si $\alpha$ est l'angle de rotation mesuré sur le cercle gradué, d'après la fig. 427 nous aurons:

$$2(i + i') + \alpha = 360^\circ$$

$$(i + i') = 180^\circ - A$$

d'où

$$\alpha = 2A.$$

*Mesure de l'angle D de déviation.* La fente du collimateur est tout d'abord éclairée avec la source de lumière monochromatique pour

laquelle on veut mesurer l'indice, puis on fixe le cercle gradué par la vis *n* (fig. 420), et après avoir desserré la vis *i*, on met le prisme dans la position où l'on estime qu'il sera traversé par les rayons lumineux émanant du collimateur. On déplace alors la lunette pour chercher le rayon émergent, et celui-ci trouvé, on tourne lentement le prisme dans le sens où la déviation est décroissante (le cercle gradué restant toujours fixe), en suivant constamment le rayon réfracté avec la lunette. Au moment où la déviation est minimum, l'image de la fente lumineuse se déplace en sens inverse de la rotation imprimée à la lunette. On cherche alors, au moyen du petit mouvement qui actionne celle-ci, à faire coïncider cette fente avec le point de croisement des fils du réticule, et on fait la lecture des verniers. Pour mesurer ensuite l'angle *D* de déviation, il faut placer la lunette sur le prolongement du collimateur, ce qui aura lieu quand l'image de la fente de celui-ci apparaîtra de nouveau au croisement des fils du réticule; la rotation de la lunette mesure alors l'angle en question. On peut aussi opérer suivant une autre méthode préférable; le cercle gradué restant fixe, on tourne la table qui porte le prisme, de façon à amener celui-ci qui se meut alors seul, dans une position symétrique par rapport à l'axe du collimateur et cherche à nouveau avec la lunette le minimum de déviation. Le déplacement de la lunette est alors le double de l'angle minimum de déviation cherché (fig. 428). La mesure est répétée un certain nombre de fois pour plus d'exactitude.

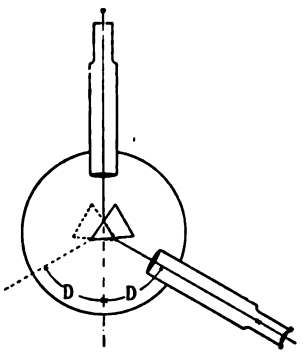


Fig. 428.

La méthode de la déviation minimum est très précise, mais demande beaucoup de soin dans les opérations. Elle nécessite en outre des prismes parfaitement taillés, dont les faces doivent être absolument planes. Il est bon, pour éviter les erreurs dues à la courbure fréquente de celles-ci, de les recouvrir en partie d'un vernis mat, de façon à ne laisser à découvert que la portion du prisme qui est la meilleure et où les faces peuvent être considérées comme planes.

**311. Dispersion.** Si l'on veut mesurer l'indice de réfraction pour différentes radiations, on peut se servir des raies de Fraunhofer, et diriger pour cela sur la fente du collimateur de la lumière solaire réfléchie par un héliostat. On obtient alors le spectre solaire dans le champ de la lunette, et on fait la mesure de la déviation minimum successivement pour les différentes raies obscures connues que l'on a choisies, telles que par exemple celles qui sont représentées sur la

fig. 429. Pour distinguer les raies *A* et *a* du rouge, il faut une fente plutôt large, qu'il est bon de recouvrir d'un verre de même couleur.

On peut aussi opérer avec d'autres sources lumineuses, comme celle fournie par un tube de GEISSLER contenant de l'hydrogène raréfié, qui donne les raies *C*, *F*, *G* et *h*. La raie *D* s'obtiendra à l'aide de la flamme du sodium; celle du potassium donnera une raie voisine de *A*. Quant à la raie rouge de la flamme du lithium et celle verte du thallium, elles ne coïncident avec aucune des raies de FRAUNHOFER, mais peuvent également être utilisées avec avantage pour évaluer la dispersion. Les appareils et procédés pour obtenir des lumières de longueurs d'onde diverses, seront décrits plus loin au chap. XXII, auquel nous renvoyons le lecteur.

Si l'on veut étendre les mesures jusqu'à l'ultraviolet, on utilise comme source lumineuse l'étincelle électrique produite entre des électrodes formées de cadmium, de fer ou d'aluminium. Les lentilles des lunettes et du collimateur doivent être en quartz, cette substance n'ab-

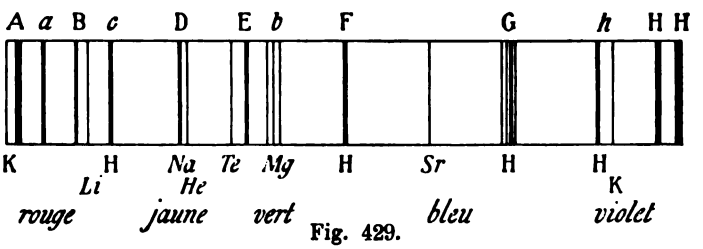


Fig. 429.

sorbant pas les radiations ultraviolettes, que l'on peut voir alors en employant l'oculaire fluorescent de L. SORET[1]. C'est un dispositif dans lequel on a placé une lame transparente d'un corps fluorescent, qui a la propriété de rendre visibles les raies ultraviolettes. On peut aussi fixer le spectre ultraviolet et l'étudier par les procédés photographiques ordinaires, on remplace simplement pour cela l'oculaire par une petite chambre noire contenant la plaque sensible, qui doit alors se trouver au foyer principal de l'objectif.

**312. Méthode par sortie normale du rayon.** Le prisme doit être placé de façon à ce que sa face d'émergence soit perpendiculaire à l'axe de la lunette, lorsque le rayon réfracté arrive à la croisée des fils du réticule (fig. 430). On cherche d'abord la position de sortie normale, qui se trouve par autocollimation, puis on fait tourner ensemble le prisme et la lunette rendus solidaires l'un de l'autre par un dispositif spécial, en observant en même temps

[1] J. L. SORET, Arch. sc. phys. et nat. de Genève 48. 1873, 53. 49. 1874, 33. 57. 1876, 319.

le rayon réfracté au moyen de la lunette. On cherche la position de celle-ci pour laquelle l'image de la fente du collimateur apparaît au croisement des fils du réticule, lit alors le vernier, puis mesure l'angle dont il faut tourner la lunette pour la mettre sur le prolongement de l'axe du collimateur. On peut aussi faire l'autocollimation sur la seconde face, et répéter la mesure; la lunette prendra alors une position symétrique de la première, et sa rotation mesure le double de l'angle de déviation cherché. L'indice $n$ se calcule d'après la formule donnée à propos de l'incidence normale (a. 34, p. 27), et s'applique ici en vertu du principe du retour inverse des rayons

$$n = \frac{\sin(A + D)}{\sin A}.$$

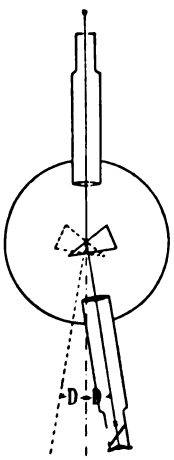



Fig. 430.

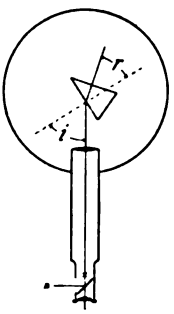



Fig. 431.

**313. Méthode par sortie normale, avec retour du rayon sur lui-même** (fig. 431). Cette méthode due à Abbe[1], présente certains avantages. Pour l'appliquer, on fait tout d'abord tourner le cercle de façon à placer une des faces du prisme perpendiculairement à l'axe de la lunette, ce que l'on reconnaît par l'autocollimation. On lit alors le vernier, puis on continue à tourner le cercle gradué jusqu'au moment où l'image du réticule réfléchie par la seconde face du prisme (fig. 431), apparaît dans le champ de la lunette et se superpose au réticule. Le rayon de retour suit alors la même marche que le rayon incident. Si $i$ est l'angle de rotation de la lunette, nous aurons:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

mais comme $r = A$, nous obtenons enfin:

$$\frac{\sin i}{\sin A} = n.$$

**314. Mesure des indices des corps biréfringents par les prismes.** On pourrait à la rigueur employer un prisme taillé d'une manière quelconque (a. 67, p. 59 et a. 89, p. 84) pour mesurer les indices principaux des corps biréfringents. Il suffirait pour cela de déterminer, pour

[1] Abbe, Neue Apparate zur Bestimmung der Brechungs- und Zerstreuungsvermögen fester und flüssiger Körper. Jéna 1874.

différentes positions du prisme, les valeurs des angles de déviation $D$ et d'incidence $i$. On mesure $D$ et $i$ pour une position quelconque du prisme, en plaçant successivement la lunette en $L_1$ (fig. 432) pour recevoir le rayon réfléchi par la face $AB$ d'entrée, en $L_2$ sur le prolongement de l'axe du collimateur, et en $L_3$ pour obtenir le rayon émergent; on aura ainsi deux angles $\alpha$ et $D$, desquels on déduit:

$$i = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

En faisant ainsi un nombre suffisant d'observations sur chacun des rayons émergents, on pourra construire l'intersection de la surface des vitesses normales avec un plan perpendiculaire à l'arête du prisme, et en déduire la valeur des trois indices principaux.[1] Cette méthode est peu commode, et exige des calculs complexes; dans la pratique il est toujours préférable de se servir de prismes orientés d'une manière convenable.

*Cristaux uniaxes.* En nous reportant à ce qui a été dit (a. 68, p. 60) on voit que l'on pourra toujours mesurer les indices $n_o$ et $n_e$ des rayons ordinaire et extraordinaire au moyen d'un prisme, dont l'arête réfringente est parallèle à l'axe optique ou dont le plan qui bissèque l'angle réfringent contient cet axe. Le prisme ayant été réglé comme il a été indiqué, nous verrons, dans le champ de la lunette, deux images de la fente du collimateur qui correspondent aux rayons ordinaire et extraordinaire. On les amènera chacune à la position de déviation minimum, et la mesure des angles $D_o$ et $D_e$ permettra de calculer aisément les deux indices $n_o$ et $n_e$.

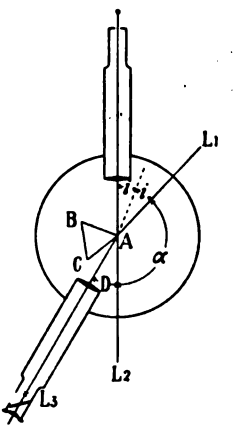


Fig. 432.

Pour distinguer les deux rayons, il suffit de placer un nicol entre l'œil et l'oculaire et d'éteindre successivement par sa rotation les deux images de la fente du collimateur. Si l'on connaît la position de la section principale du spath, on pourra de la sorte déterminer aisément la polarisation de chaque rayon par rapport à l'arête du prisme. Si le plan bissecteur de l'angle $A$ du prisme était perpendiculaire à l'axe optique, la déviation minimum fournirait l'indice du rayon ordinaire seulement.

*Cristaux biaxes.* On pourra déterminer les trois indices $n_g$, $n_m$, $n_p$ au moyen de trois prismes (a. 90, p. 84) dont l'arête réfringente est

[1] Stokes, Cambr. a. Dubl. Mat. Jour. 1. 1846, 183. v. Lang, Sitzungsb. K. K. Akad. Wiss. 76. 1873, 793. A. Cornu, Ann. scientif. de l'École normale 1. 1872, 231; 3. 1874, 25. Th. Liebisch, N. Jahrb. f. Min. 1. 1886, 14, et Physikalische Krystallographie 1891, 385—404. M. Born, N. Jahrb. f. Min. 1887. Beil. Bd. V.

parallèle à un des trois axes de l'ellipsoïde. On cherchera le minimum de déviation pour l'image de la fente du collimateur qui correspond au rayon ordinaire, ce qui fournira chaque fois un des trois indices principaux, et comme ce rayon vibre toujours parallèlement à l'arête du prisme, il sera aisé de préciser, au moyen d'un nicol, celle des deux images qui le représente.

Les trois indices principaux pourront également être déterminés au moyen de deux prismes seulement (a. 90, p. 84), dont l'angle réfringent est bisséqué par un plan d'élasticité principal. Chaque prisme fournira deux indices principaux; en opérant par conséquent avec deux prismes, nous aurons les trois indices et un quatrième qui se répétera deux fois, et qui sera $n_g$, $n_m$ ou $n_p$ selon l'orientation du prisme.

## § 4. MÉTHODES ET APPAREILS BASÉS SUR LA RÉFLEXION TOTALE.

**315. Généralités.** Nous rappellerons brièvement ce qui a été dit antérieurement à propos de la réflexion totale, avant d'entrer dans la description des appareils. L'indice de réfraction $n$ d'un corps est donné par la formule:

$$n = \mu \sin \theta,$$

dans laquelle $\mu$ est l'indice d'un milieu optiquement plus dense, avec lequel une lame taillée dans ce corps est supposée mise en contact; $\theta$ représente, comme l'on sait, l'angle limite de réflexion totale.

Avec les corps monoréfringents, nous avons vu que les rayons totalement réfléchis se trouvent à l'extérieur d'un cône dont les génératrices font avec la normale un angle constant

$$\theta = \text{arc sin } \frac{n}{\mu},$$

de sorte qu'en observant les rayons réfléchis avec une lunette réglée sur l'infini, on voit le champ de celle-ci divisé en deux parties d'inégale intensité lumineuse (a. 39, p. 31), (fig. 433).

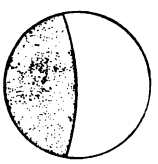


Fig. 433.

Avec les corps biréfringents, les rayons qui subissent la réflexion totale sont situés sur deux cônes ayant même sommet, mais qui en général ne sont pas circulaires (a. 71, p. 62 et a. 92, p. 86). La quantité $\sin\theta$ est, comme l'on sait, inversement proportionnelle, pour un certain plan d'incidence, à la vitesse de déplacement de la trace d'une certaine onde dont la normale est contenue dans ce plan et généralement inclinée sur celui de la lame; $\theta$ passe pour chacun des deux cônes par un maximum et un minimum, définissant comme nous le savons les trois indices principaux, et un quatrième en plus. En recevant les

rayons réfléchis dans une lunette réglée sur l'infini, nous aurons dans le champ trois parties d'inégale intensité lumineuse (fig. 433). Une seule lame suffira donc pour obtenir les trois indices, mais pour cela il faudra pouvoir faire tourner celle-ci dans son propre plan, lorsqu'elle aura été placée dans les conditions où la réflexion totale se produit, ce qui revient à observer l'angle $\theta$ dans divers plans d'incidence différemment orientés. Pendant la rotation de la lame, on verra les deux limites de réflexion totale se déplacer dans le champ de la lunette et occuper chacune deux positions extrêmes, qui correspondent pour chacun des deux cônes aux maxima et minima de $\theta$. En mesurant pour chaque limite les deux valeurs de $\theta$ à ces positions extrêmes, nous aurons ainsi quatre angles, qui permettront de calculer quatre indices, dont trois sont, comme nous l'avons montré, respectivement égaux à $n_g$, $n_m$ et $n_p$.

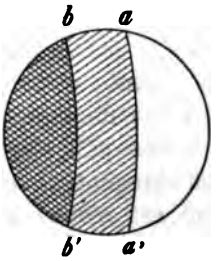


Fig. 434.

De toute façon, que le corps à étudier soit mono- ou biréfringent, il faudra le mettre en contact avec un autre corps optiquement plus dense fonctionnant comme premier milieu, afin d'obtenir le phénomène de la réflexion totale. On peut alors dans ce but immerger le corps dans un liquide très réfringent, comme l'a fait M. Kohlrausch[1] dans son appareil, ou encore le mettre en contact avec un verre d'indice très élevé, taillé en prisme, en cylindre, ou en demi-boule, comme c'est le cas dans les appareils de MM. Liebisch[2], Bertrand[3], Pulfrich[4] et Abbe.[5]

**316. Réfractomètre de M. Kohlrausch.**[1] Cet appareil (fig. 435) se compose d'une cuve en verre fermée par une glace $P$ à faces planes et parallèles; elle est destinée à contenir un liquide d'indice élevé. Le couvercle de cette cuve est formé par un cercle gradué horizontal $K$, devant lequel peut se déplacer un vernier solidaire de l'axe qui porte la plaque à étudier; la face réfléchissante de celle-ci doit être parallèle à cet axe. Une lunette $f$ réglée sur l'infini, sert à observer le phénomène de réflexion totale; son axe doit être normal à celui du goniomètre. La lame se fixe contre une petite fenêtre pratiquée dans une plaque de métal vissée à l'extrémité de l'axe

[1] F. Kohlrausch, Verhandl. d. phys. u. med. Ges. Würzburg 12. 1877, et Wied. Ann. 4. 1878, 1; 16, 1882, 609.

[2] Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie. 1891, 411.

[3] Em. Bertrand, Bull. Soc. minér. d. Fr. 8. 1885. 375 et 426. — puis 9, 1886. 15. — 10. 1887. 40.

[4] C. Pulfrich, Wied. Ann. 30. 1897. 4. 87 et C. Pulfrich, das Totalreflektometer. Leipzig 1890.

[5] C. S. Czapski, Krystallrefraktometer nach Abbe. Zeitsch. f. Instrum. 1890. N. Jahrb. f. Min. 1890. Beil. Bd. 7. 175.

(fig. 436). Les vis visibles sur le haut de la figure, permettent de régler la position de cette plaque de façon à pouvoir toujours la placer rigoureusement parallèle à l'axe de rotation.

Cette plaque métallique porte parfois une seconde fenêtre, derrière laquelle on fixe une autre lame taillée dans une substance dont l'indice a été préalablement rigoureusement déterminé par la déviation minimum; cette lame auxiliaire sert, comme nous le verrons, à évaluer l'indice du liquide.

Lorsqu'il s'agit de mesurer avec cet appareil les indices d'un corps biréfringent, la plaque doit pouvoir tourner dans son propre plan, ce qui est réalisé au moyen du support[1] indiqué sur la fig. 435. Celui-ci consiste en une petite platine tournante, mue par une vis sans fin *s*, qui peut être actionnée depuis l'extérieur au moyen d'une tige *u* traversant le couvercle, liée à celle-ci par un joint à la Cardan *t*. Pour que l'appareil soit réglé, il faut que l'axe du goniomètre ainsi que le plan de la face réfléchissante soient parallèles entre eux et normaux tous deux à l'axe de la lunette. Lorsque cette dernière est munie d'un oculaire permettant de faire l'autocollimation, ce réglage est aisé; on fixe pour cela sur le support une lame à faces parallèles, la superposition du réticule sur son image réfléchie doit se faire alors dans deux positions à 180°. Si tel n'est pas le cas, on partage l'écart observé en agissant en partie sur les vis du support, et en partie sur celles qui servent au réglage de la lunette. Si celle-ci n'est pas disposée pour permettre l'autocollimation, on regarde simplement l'image d'un objet éloigné réfléchie par la lame à faces parallèles, après avoir enlevé la cuve à cet effet. Un même point de cet objet doit être vu au croisement des fils du réticule pour deux positions de la lame à 180° l'une de l'autre.

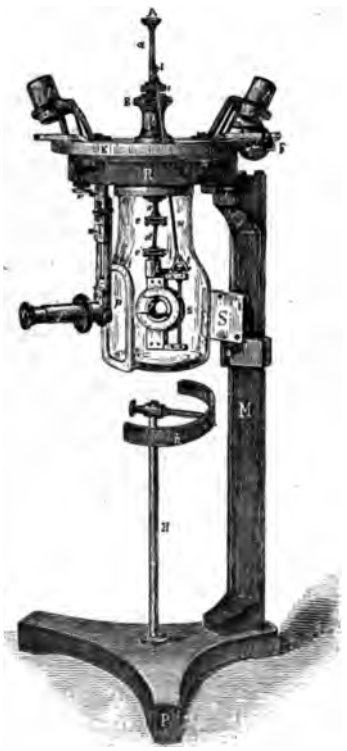


Fig. 435.

Fig. 436.

[1] C. Klein, N. Jahrb. f. Min. 1879. 880.

Pour effectuer les mesures, on envoie sur la lame à étudier préalablement réglée comme il a été dit, et immergée dans un liquide d'indice plus élevé que le sien, la lumière provenant d'une source lumineuse monochromatique $S$ (fig. 437). Pour cela, on interpose généralement un écran $E$ de papier huilé entre l'appareil et celle-ci, de façon à diffuser la lumière; on obtient de la sorte un grand nombre de rayons, qui arrivent sur la plaque sous des incidences variées; les uns, comme $A\,O$ par exemple, sous un angle inférieur à $\theta$, les autres comme $B\,O$, sous un angle supérieur. Si la plaque est placée de façon à ce que sa normale $ON$ fasse avec l'axe de la lunette l'angle $\theta$, le champ sera à ce moment partagé en deux parties inégalement éclairées (si le corps est monoréfringent), et pour mesurer $\theta$, il suffirait de tourner la lame et avec elle le vernier, jusqu'à ce que l'axe de la lunette lui soit normal, ce que l'on pourrait reconnaître par autocollimation. On préfère cependant éviter cette opération; pour cela on place la source lumineuse en $S'$ symétriquement par rapport à $S$, puis on cherche comme précédemment la limite de réflexion totale. La normale à la lame se place en $ON'$ et fait de nouveau avec l'axe de la lunette un angle $\theta$, mais compté à droite cette fois; la rotation imprimée à la plaque, lue sur le cercle gradué est alors de $2\theta$.

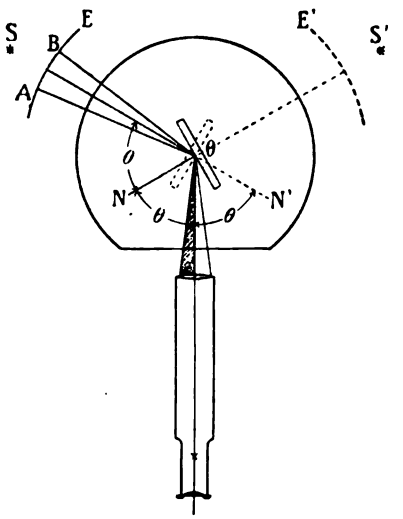


Fig. 437.

Comme l'indice du liquide change assez rapidement avec la température, il faut mesurer celle-ci en même temps que $\theta$, pour pouvoir apporter les corrections nécessaires. On peut éliminer cette influence, si l'on a soin de faire après chaque mesure de $2\theta$ sur la lame à étudier, une mesure analogue $2\theta'$ sur une deuxième lame auxiliaire d'indice connu $n'$; nous aurons alors si $\mu$ est l'indice du liquide:

$$n = \mu \sin\theta \quad \text{et} \quad n' = \mu \sin\theta'$$

et divisant l'une par l'autre ces deux égalités:

$$n = \frac{n' \sin\theta}{\sin\theta'}$$

ou bien

$$\mu = \frac{n'}{\sin\theta'}.$$

**317. Mesure des indices des corps biréfringents avec l'appareil de M. Kohlrausch.** La plaque biréfringente fixée sur la platine tournante du dispositif (fig. 435), est préalablement réglée par l'un des procédés indiqués, puis on l'immerge, et on cherche les limites de réflexion totale, en éclairant l'appareil comme cela a été dit précédemment. On éteint alors une des deux limites au moyen d'un nicol placé sur la lunette, puis on fait tourner la plaque dans son plan. On voit la limite qui reste, osciller entre deux positions extrêmes sur lesquelles on pointe, ce qui donne deux valeurs maximum et minimum de $\theta$. On procède de même à l'égard de la seconde limite, en éteignant alors la première par une rotation convenable du nicol. Pour la conduite des mesures et la discussion des résultats, nous renverrons le lecteur aux l'alinéas 71, p. 62 et 92, p. 86.

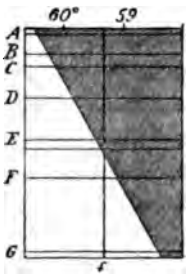


Fig. 438.

Si l'on voulait mesurer la dispersion, il faudrait éclairer l'appareil avec de la lumière solaire au moyen d'un héliostat, et remplacer l'oculaire de la lunette par un spectroscope à vision directe, dont la fente se trouve dans le plan du réticule. Si celle-ci est horizontale, le spectre étalé est vertical, et l'on voit un rideau oblique qui s'avance lorsqu'on tourne la lame autour de l'axe de l'instrument.

On obtient l'angle limite pour une radiation donnée, en amenant l'intersection de la raie de Frauenhofer correspondante avec le bord du rideau obscur, sur un fil de repère perpendiculaire à la fente du spectroscope (fig. 438).

Nous donnerons pour terminer les indices de quelques liquides qui peuvent être employés dans l'appareil de Kohlrausch.

*Sulfure de carbone* à $t = 20°$.

$n_D = 1.62761$ d'après Ketteler
$n_D = 1.62740$ » Wüllner et Kohlrausch
$n_D = 1.62789$ » Lorenz et Nasini.

Diminution de la valeur de $n_D$ pour $1° = 0.00080$.

*Monobromure de naphthaline.*

$t = +8°$ $n_D = 1.66264$ d'après A. Fock
$t = +16°5$ $n_D = 1.65114$ » Nasini
$t = +20°$ $n_D = 1.64948$ » Walther
$t = +23°5$ $n_D = 1.66102$ » Dufet.

Diminution de la valeur de $n_D$ pour $1°$ de $t = 0,00045.37$.

Les deux liquides indiqués ci-dessus, peuvent être obtenus très purs, mais leur indice n'est point très élevé. Il en existe d'autres plus réfringents, tels que l'iodure de méthylène pour lequel

$n_D = 1.7466$ à $+8°$ d'après Brauns

avec une diminution de 0,00072 pour $1°$ dans la valeur de $n_D$.

**318. Réfractomètre d'Abbe.** Le principe d'un appareil de ce genre pour des mesures approximatives seulement, a été indiqué pour la

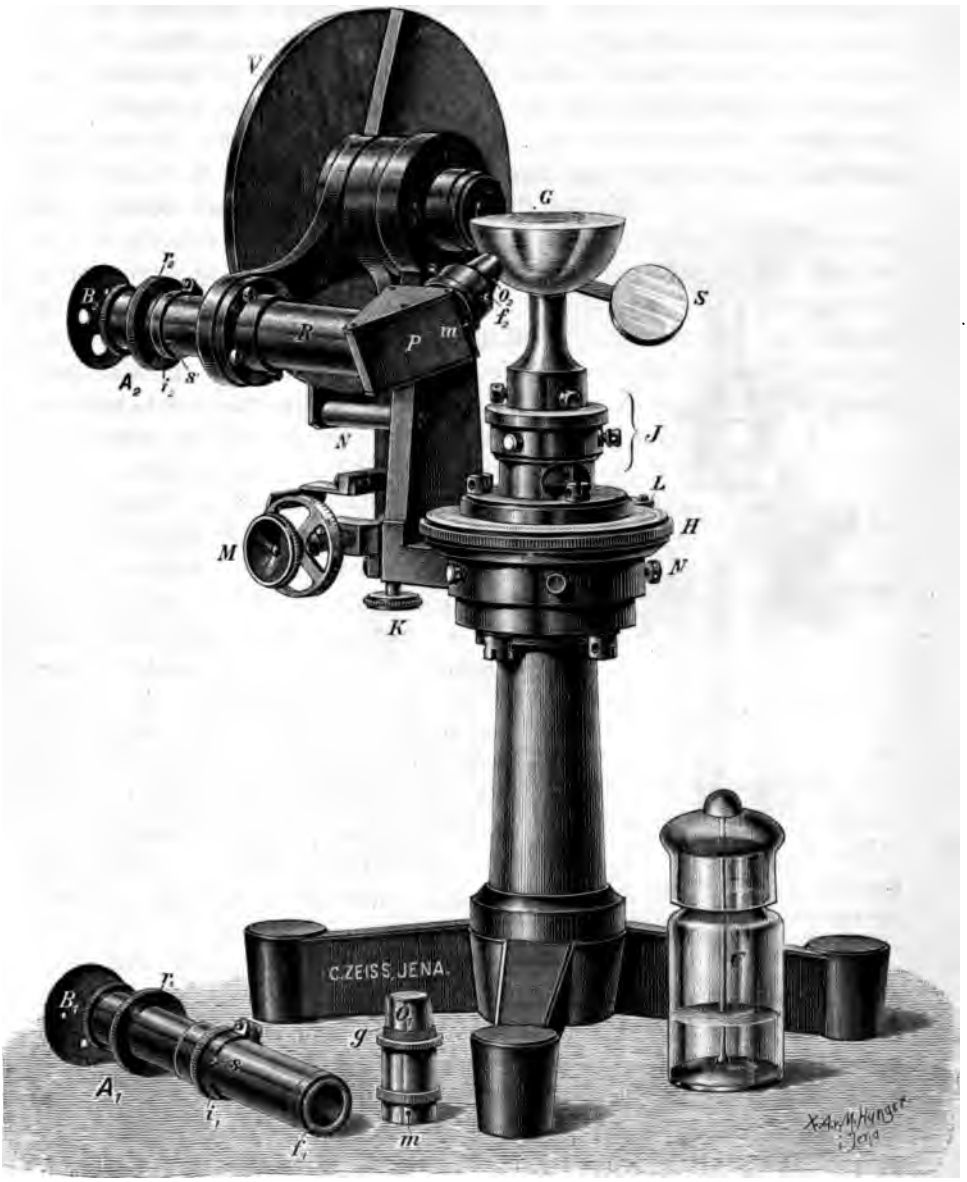



Fig. 439. Réfractomètre d'Abbe-Pulfrich. Modèle de la maison Carl Zeiss à Iéna.

première fois par Bertrand. Celui d'Abbe se compose en substance d'une demi-boule de verre très réfringent, sur la face plane de laquelle

on dépose le corps à étudier, en le rendant adhérent au moyen d'une goutte d'un liquide plus réfringent que lui. On lance par l'intermédiaire d'un miroir, un faisceau de rayons lumineux sur la plaque, et les rayons réfléchis sont observés au moyen d'une lunette coudée qui peut tourner autour d'un cercle gradué, ce qui permet à l'axe de l'objectif de faire un angle variable avec la normale à la face plane de la demi-boule. La réfraction à travers la surface sphérique est corrigée par une lentille placée devant la frontale de l'objectif, celle-ci est plan concave et faite du même verre et avec le même rayon de courbure que la demi-boule.

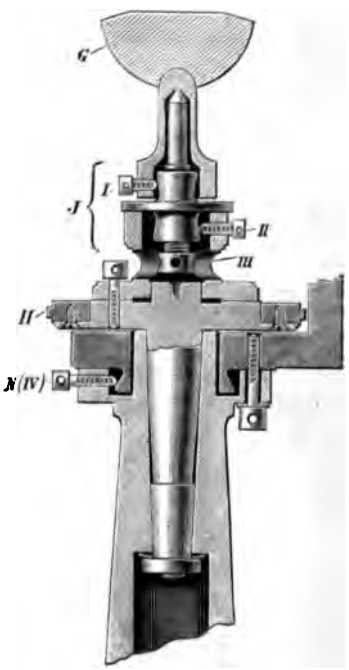


Fig. 440. Appareil de centrage du réfractomètre d'Abbe-Pulfrich de la maison Carl Zeiss à Iéna.

Le type le plus récent de ce genre d'appareils est représenté par la, fig. 439; c'est le modèle d'Abbe modifié par M. Pulfrich,[1] et construit par la maison Zeiss à Iéna. Cet instrument permet la mesure des indices sur les gros comme sur les petits fragments, il est donc également apte à l'étude des minéraux microscopiques. Il se compose d'une demi-boule $G$, montée sur un support qui possède un dispositif $J$ pour son centrage. La demi-boule peut tourner autour d'un axe vertical, le cercle gradué $H$ et le vernier $L$ permettent d'évaluer les rotations effectuées. L'appareil de centrage $J$ est destiné à placer la face plane perpendiculairement à l'axe de rotation vertical, et le centre de la demi-boule sur le prolongement de l'axe de rotation de la lunette. Les vis I et II (fig. 440) permettent de faire coïncider l'axe de symétrie de la demi-boule avec l'axe de rotation vertical. La vis III sert à élever ou abaisser la demi-boule; les quatre vis $N$ (IV) servent enfin à amener l'intersection de l'axe de rotation de la demi-boule avec celui autour duquel tourne la lunette. Le cercle vertical $V$ (fig. 439) donne la minute, les petites fractions peuvent s'obtenir au moyen de la vis micrométrique $M$. En $K$ se trouve la vis d'arrêt. L'éclairage de la lame se fait par le miroir $S$; quant à la lunette coudée, elle est réglée pour la vision à l'infini, et comprend un objectif $O_1$ et

[1] Pulfrich, Zeitsch. f. Kryst. 30. 1899, 568. Zeitsch. f. Instrum. 1899, 54 et 79.

un oculaire $A_1$ formant par leur combinaison un appareil grossissant de 2 à 3 fois, destiné spécialement à l'étude des gros fragments. Par contre avec l'objectif $O_2$ et l'oculaire $A_2$, la lunette est diminuante et convient spécialement pour l'étude des petits fragments; elle diminue alors de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$. Enfin dans le plan de la pupille d'émergence de ces lunettes se trouve le diaphragme $B_1$ ou $B_2$. Nous n'insisterons pas ici sur le principe sur lequel repose la construction de ces lunettes, car nous y reviendrons ultérieurement à propos des méthodes servant à la mesure des indices sur les petits fragments.

Pour mesurer un indice avec cet appareil, la lame cristalline est tout d'abord posée sur la face plane de la demi-boule, et mise en contact avec elle au moyen d'une goutte d'un liquide plus réfringent[1]; puis au moyen du miroir $S$, on l'éclaire par dessous, en faisant passer les rayons incidents à travers la demi-boule (fig. 438), et l'on cherche, en déplaçant la lunette, la position où se produit la limite

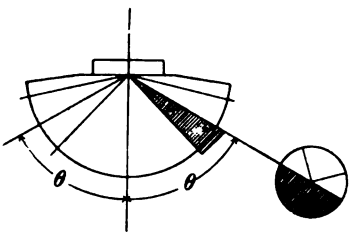



Fig. 441.

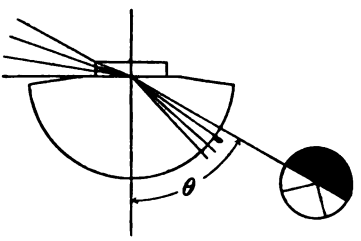



Fig. 442.

de réflexion totale. Quelques tâtonnements sont nécessaires, mais on trouve assez rapidement la position qu'il faut donner au miroir et à la lunette pour obtenir ce résultat. On serre alors la vis $K$, et en se servant de la vis micromètrique $M$, on amène la séparation d'ombre et de lumière exactement au croisement des fils du réticule. L'angle compris entre l'axe de l'objectif et la normale à la demi-boule, représente celui limite de réflexion totale $\theta$. On obtient sa valeur en procédant à une mesure semblable, mais en plaçant la lunette dans une position symétrique (fig 441); l'angle de rotation de celle-ci soustrait de 360°, donne le double de celui de réflexion totale, soit $2\theta$.

La séparation d'ombre et de lumière est beaucoup plus nette si l'on procède par incidence rasante (a. 40, p. 32). Le miroir doit pour cela être placé de façon à ce que les rayons incidents arrivent faible-

[1] Monobromure de naphtaline, $n_D = 1.65$. — Solution concentrée de iodomercurate de potassium, $n_D = 1.72$. — Solution concentrée de iodomercurate de baryum, $n_D = 1.78$. — Iodure de méthylène, $n_D = 1.74$ l'indice peut être élevé jusqu'à 1.85 en y dissolvant du soufre, mais l'emploi de l'iodure de méthylène n'est guère recommandable, ce liquide attaquant les verres d'optique à indices élevés.

ment inclinés sur la face plane de la demi-boule (fig. 442). Le champ de la lunette se divise alors, à la position de réflexion totale, en deux parties, l'une obscure et l'autre lumineuse, dont le contraste permet d'excellents pointés; ce procédé toutefois n'est applicable que si les bords de la préparation sont assez épais pour se prêter au passage de la lumière rasante.

Si l'on veut mesurer la dispersion avec l'appareil d'Abbe, il faut éclairer la demi-boule avec de la lumière blanche, et remplacer comme dans l'appareil de Kohlrausch, l'oculaire par un spectroscope à vision directe, dont la fente doit se trouver dans le plan focal de l'objectif. On peut également opérer avec des lumières artificielles colorées.

L'appareil d'Abbe-Pulfrich est particulièrement commode pour la mesure des indices des corps biréfringents, grâce à la rotation que l'on peut imprimer à la lame dans son plan, en faisant tourner la demi-boule autour de son axe vertical. On peut alors suivre facilement les oscillations de chacune des deux limites de réflexion totale et relever les maxima et minima qui fixent la grandeur des indices principaux. Il faut, bien entendu, adapter un nicol sur la lunette, pour éliminer l'un des deux rayons.

**319. Mesure des indices des corps biréfringents.** *Cristaux uniaxes.* On peut, comme on l'a vu, utiliser une section quelconque (a. 71, p. 62). Celle-ci donnera toujours deux limites de réflexion totale dans le champ de l'instrument, l'une O est immobile (fig. 443 et 444) lorsqu'on tourne la lame dans son plan, elle correspond au rayon ordinaire, et permet de mesurer directement l'angle limite de réflexion totale qui fournira l'indice de ce rayon, celui-ci sera calculé par la formule:

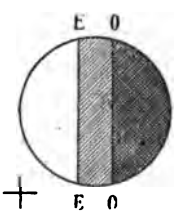


Fig. 443.

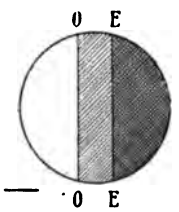


Fig. 444.

$$n \sin \theta_o = n_o .$$

L'autre $E$, se déplace pendant la rotation et varie entre deux positions extrêmes qui déterminent deux angles de réflexion totale; l'un $\theta_e$ fournira l'indice de réfraction extraordinaire, l'autre $\theta_\nu$ donne un indice $\nu$ quelconque, compris entre $n_g$ et $n_p$. L'angle $\theta_e$ qu'il faut adopter pour calculer $n_e$, est celui que l'on relève lorsque la limite de réflexion totale occupe dans le champ la position la plus éloignée de celle fixe du rayon ordinaire. Cette limite mobile se déplace en avant ou en arrière de celle fixe, suivant le signe optique. En effet, si le cristal est positif, $n_p$ est l'indice du rayon ordinaire et $\theta_o$ sera plus petit que $\theta_e$; la limite mobile recouvre alors la partie du champ qui serait lumineuse si la lunette ne recevait que le rayon ordinaire

seulement (fig. 443). Si au contraire le cristal est négatif, $\theta_o$ est plus grand que $\theta_e$, et la limite mobile se trouvera dans la partie du champ obscurcie par la réflexion totale du rayon ordinaire; elle ne sera nettement visible que si l'on élimine celui-ci avec un nicol. L'observation de la positon des limites permet donc toujours de fixer le signe optique.

Si l'on utilise pour déterminer les indices une section NORMALE À L'AXE OPTIQUE, les deux cônes de réflexion totale sont circulaires, et l'on a dans le champ deux limites immobiles pendant la rotation de la plaque; elles définissent les deux angles $\theta_o$ et $\theta_e$ qui donnent les deux indices correspondants $n_o$ et $n_e$.

Si enfin la SECTION EST PARALLÈLE À L'AXE OPTIQUE, on obtient deux limites également; l'une fixe est donnée par le rayon ordinaire, l'autre mobile entre deux positions extrêmes dont l'une se confond avec la limite du rayon ordinaire, donne deux valeurs $\theta_e$ et $\theta_o$, qui correspondent à $n_e$ et à $n_o$ que l'on retrouve ainsi deux fois; si le cristal est positif, nous aurons $\theta_e > \theta_o$, s'il est négatif, $\theta_e < \theta_o$.

*Cristaux à deux axes.* Nous avons précédemment démontré (a. 92, p. 86) qu'une SECTION QUELCONQUE fournit deux limites de réflexion totale; toutes deux sont mobiles, et oscillent chacune entre deux positions extrêmes qui correspondent à un maximum et un minimum de $\theta$. Les quatre valeurs $\theta_g$, $\theta_m$, $\theta_\nu$ et $\theta_p$ que l'on peut mesurer, donnent aisément les deux indices $n_g$ et $n_p$, mais il y a incertitude relativement à $n_m$, car on ne sait, pour calculer cet indice, lequel des deux angles intermédiaires doit être pris pour $\theta_m$. En d'autres termes, on trouve deux valeurs pour $n_m$, mais on ne sait laquelle choisir, $\theta_\nu$ fournissant un indice qui sera supérieur ou inférieur ou $n_m$ selon la position de la lame.

Pour lever le doute à cet égard, on peut employer différentes méthodes. La première en date a été donnée par CH. SORET[1]; elle consiste à mesurer sur une seconde face orientée également d'une manière quelconque, les valeurs $\theta_g$, $\theta_m$, $\theta_\nu$ et $\theta_p$. Celles qui correspondent aux trois indices principaux se retrouvent à nouveau, tandis que celle qui donne l'indice $\nu$ change et devient $\theta_\nu'$ différente de $\theta_\nu$, puisque $\nu$ varie avec l'orientation de la section.

On peut aussi utiliser une seule lame, comme l'a indiqué M. VIOLA[2] dans une première méthode. On relève sur le cercle horizontal de la demi-boule les positions de celle-ci pour lesquelles on obtient les valeurs $\theta_g$, $\theta_m$, $\theta_\nu$ et $\theta_p$; soient $\omega_1$ $\omega_2$ $\omega_3$ les angles compris entre ces différentes positions. On adapte alors sur l'oculaire de la lunette un nicol primitivement orienté de façon à ce que son plan de polarisation

[1] CH. SORET, Archiv. d. sc. phys. et nat. Genève. 20. 1888, 263.
[2] C. VIOLA, Zeitsch. f. Kryst. 31. 1890, 40.

coïncide avec celui d'incidence, puis on mesure les angles $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ et $\delta$ de rotation qu'il faut lui imprimer pour faire disparaître la limite, au moment où celle-ci passe par le point de croisement des fils du réticule et occupe par conséquent les positions qui correspondent aux valeurs mesurées de $\theta_g$, $\theta_m$, $\theta_p$ et $\theta_\nu$. Ces angles $\alpha$, $\beta$ etc. sont ceux que font avec la normale les directions $n_g$, $n_m$, $n_p$, $n_\nu$ perpendiculairement auxquelles sont polarisés les rayons correspondants; les limites de réflexion totale disparaîtront donc lorsque les plans de polarisation de ces rayons et celui du nicol seront perpendiculaires entre eux. On reporte alors les valeurs observées sur une projection stéréographique (fig. 445) dont le plan est parallèle à celui de la section, et on construit quatre droites $OP$, $OM$, $OG$ et $ON$ faisant entre elles les angles $\omega_1$, $\omega_2$ etc. mesurés sur le cercle horizontal. Ces droites sont les traces des plans contenant les indices $n_g$, $n_m$, $n_p$ et $n_\nu$, perpendiculaires elles-mêmes à celles des plans d'incidence dans lesquels les angles $\theta_g$, $\theta_m$, $\theta_p$, $\theta_\nu$ ont été mesurés. On fixe ensuite sur chacune de ces traces, la position des pôles $n_g$, $n_m$, $n_p$ et $n_\nu$ au moyen des valeurs $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ et $\delta$. La trace qui contiendra $n_m$ sera nécessairement celle où se trouve aussi le pôle du cercle passant par $n_g n_p$; l'angle $\beta$ construit sur cette direction, déterminera donc le pôle de $n_m$ qui doit former avec $n_g$ et $n_p$ un triangle trirectangle, condition qu'il est aisé de vérifier.

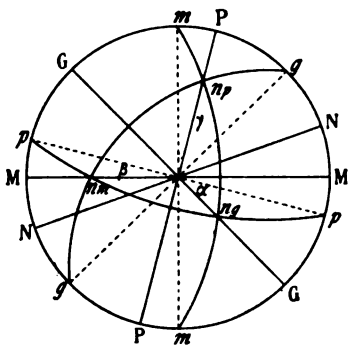


Fig. 445.

Pour opérer suivant la méthode indiquée, il faut repérer sur le cercle gradué du nicol la position qui correspond à celle où la section principale est parallèle au plan d'incidence. Pour cela, il suffit de répéter l'observation sur une lame de calcite, en fixant alors la position qu'occupe ce nicol lorsque la limite du rayon ordinaire disparaît du champ; à ce moment le plan de polarisation du nicol est parallèle à celui d'incidence, et le chiffre relevé sur le cercle gradué correspondra à la position zéro.

Dans une seconde note, M. Viola[1] a montré que l'on peut encore faire plus aisément la distinction entre les valeurs fournissant $n_m$ et $n_\nu$. Il se base pour cela sur une propriété dont nous avons donné la démonstration (a. 92, p. 89).

[1] C. Viola, Zeitsch. f. Kryst. 36. 1902, 245. Bull. soc. minér. d. Fr. 25, 1902, 88 et 147.

On sait que le rayon qui se propage avec une vitesse $\frac{1}{\nu}$, est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence; la valeur qui correspond à $\theta_\nu$ sera donc celle, parmi les quatre mesurées, pour laquelle l'angle de rotation imprimé au nicol pour éteindre la limite est égal à zéro.

Nous ne nous prononcerons pas sur la valeur de ces méthodes qui peuvent évidemment rendre des services, toutefois l'appréciation des situations respectives de $n_g$, $n_p$ et $n_m$ par disparition de la limite de réflexion totale des rayons afférents, nous paraît très approximative. L'auteur lui-même indique dans sa première note un angle de 12° comme étant celui que ferait le pôle de $n_\nu$ avec la normale à la lame, alors que cet angle aurait dû être théoriquement égal à zéro.

M. Cornu[1] a traité simultanément avec M. Viola le même sujet, il est arrivé à un procédé qui permet de distinguer également les indices $n_m$ et $n_\nu$, et de calculer en même temps les angles que font $n_g$, $n_m$ et $n_p$ avec la normale à la section. Dans les triangles $n_g o n_p$, $n_g o n_m$ et $n_m o n_p$ de la fig. 445, on remarque que l'on a les relations suivantes, les côtés $n_g n_p$, $n_g n_m$ et $n_m n_p$ étant de 90°,

$$\cos PG = -\operatorname{cotg}\gamma \operatorname{cotg}\alpha, \quad \cos GM = -\operatorname{cotg}\alpha \operatorname{cotg}\beta,$$
$$\cos PM = -\operatorname{cotg}\beta \operatorname{cotg}\gamma,$$

en divisant chacune de ces relations par le produit des deux autres, il vient:

$$\operatorname{tang}^2\alpha = -\frac{\cos MP}{\cos GM \cos PG}, \quad \operatorname{tang}^2\beta = -\frac{\cos PG}{\cos MP \cos GM},$$
$$\operatorname{tang}^2\gamma = -\frac{\cos GM}{\cos PG \cos PM},$$

qui se transforment dans les suivantes, si l'on tient compte que:

$$PG + GM + MP = 2\pi,$$

$$\cos^2\alpha = \operatorname{cotg} GM \operatorname{cotg} GP, \quad \cos^2\beta = \operatorname{cotg} MP \operatorname{cotg} GM,$$
$$\cos^2\gamma = \operatorname{cotg} PG \operatorname{cotg} MP.$$

Les valeurs $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ satisfont de plus à la relation:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

Pour distinguer $n_m$ et $n_\nu$, on considère arbitrairement l'un des deux indices intermédiaires comme $n_m$, et à l'aide des trois azimuts correspondants, on calcule $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, avec les formules précédentes. Si le

[1] Cornu, Bull. soc. minér. d. Fr. 25, 1902, 7.

choix est bon, le quatrième indice considéré comme $n_\nu$ doit satisfaire à la relation (a. 92, p. 87):

$$n_g^2 \cos^2\alpha + n_m^2 \cos^2\beta + n_p^2 \cos^2\gamma = n_\nu^2.$$

Dans le cas contraire, on recommence le calcul de $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, en employant cette fois l'autre indice intermédiaire et l'azimut correspondant, la relation précédente devra alors se vérifier. Il faut appliquer cette méthode avec circonspection, car les données du calcul sont les angles compris entre les traces des plans qui contiennent les indices $n_g$, $n_m$, $n_p$ et $n_\nu$, et ceux-ci ne sont qu'approximativement mesurables; en effet, on peut tourner le cercle de la demi-boule d'un angle assez grand sans modifier sensiblement la position d'une limite dans le champ, lorsqu'on se trouve dans le voisinage d'un maximum ou d'un minimum de $\theta$.

Si l'on substitue à une section quelconque une SECTION ORIENTÉE, la détermination des indices se fait alors très aisément. On obtient deux limites comme précédemment, mais l'une est immobile, car le rayon qui lui correspond se propage dans le plan de la lame avec la même vitesse dans toutes les directions; la valeur $\theta$ que l'on mesurera sur cette limite, correspond à $n_g$, $n_m$ ou $n_p$ selon l'orientation de la lame. Quant à l'autre des deux limites, elle oscille entre deux positions extrêmes, qui donnent les valeurs de $\theta$ correspondant aux deux autres indices principaux; les lignes d'extinction de la lame coïncident alors avec le plan d'incidence. Il ne subsiste dans ces conditions aucune ambiguïté, et une seule plaque résout complètement le problème de la détermination des trois indices.

## CHAPITRE XVII.

## MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION DANS LE CAS DES PETITS FRAGMENTS.

§ 1. Méthodes approximatives exigeant seulement l'emploi du microscope.
§ 2. Réfractomètres à réflexion totale.

### § 1. MÉTHODES APPROXIMATIVES EXIGEANT SEULEMENT L'EMPLOI DU MICROSCOPE.

**320. Généralités.** Lorsqu'il s'agit de déterminer les indices de très petits minéraux tels que ceux qui sont engagés dans une coupe mince de roche, ou encore de faire les mêmes mesures sur des petits fragments provenant de poudres cristallines, les méthodes basées sur l'emploi du prisme ne peuvent être utilisées; il ne reste alors pour des

déterminations exactes, que la réflexion totale, qui, avec certains appareils combinés spécialement en vue du problème à résoudre, fournit des résultats satisfaisants. Si l'on veut se contenter de mesures approximatives, on peut se servir de plusieurs procédés basés sur la comparaison de l'indice à mesurer avec celui d'un corps liquide ou solide d'indice connu. L'emploi de ces procédés est commode, et les opérations qu'ils nécessitent sont rapides; ils n'exigent pas d'instruments spéciaux, mais en revanche donnent rarement la seconde décimale avec certitude. Les méthodes basées sur la réflexion totale nécessitent au contraire des appareils particuliers, quelquefois compliqués et d'un maniement difficile, mais ils donnent des résultats incomparablement plus exacts. Comme le problème de la détermination des propriétés optiques d'un minéral est pour ainsi dire complètement résolu lorsqu'on connaît la valeur exacte des trois indices principaux, on a, depuis quelques années, fait des efforts considérables pour créer des instruments qui permettent des mesures précises; les appareils se sont perfectionnés, et actuellement on peut dire que dans bien des cas, la mesure des indices des minéraux microscopiques se fait aussi aisément que celle des gros fragments.

**321. Indice évalué par le relief d'un minéral, ou par son aspect chagriné.** Lorsqu'on examine au microscope une coupe mince de roche, les divers minéraux qui la constituent apparaissent avec des contours plus ou moins accusés. Chez certains d'entre eux, les moins réfringents, ce contour est à peine discernable; chez d'autres qui le sont davantage, il est au contraire fortement accusé, et ceux-ci paraissent alors en relief sur la préparation. De plus la surface de ces minéraux semble rugueuse et pleine d'aspérités minuscules, elle est comme on dit «chagrinée». Si au lieu d'examiner une coupe mince, on regarde sous le microscope la poussière obtenue en broyant un minéral ou une roche, on observe des manifestations analogues. Les grains les plus réfringents paraissent circonscrits par une bordure sombre, dont la largeur est en relation avec la grandeur de l'indice du minéral. Le contour, l'apparence de relief ou le chagrinage disparaissent ou s'atténuent, si l'on immerge la préparation dans un liquide dont l'indice est voisin de celui du minéral; lorsqu'il y a égalité complète des deux et de plus si le liquide possède la même coloration que le minéral, ce dernier est même invisible. Ainsi par exemple le crown-glas plongé dans l'huile de cèdre est à peu près invisible, les indices de ces deux corps étant très voisins.

Le relief ainsi que le chagrinage sont dus à la réfraction de la lumière à travers les corps transparents, combinée également à des

phénomènes de réflexion totale. Considérons tout d'abord un grain à bords tranchants (fig. 446), que l'on examine avec un objectif sec; ce grain se comporte grosso-modo sur les bords comme une lentille convergente, de foyer d'autant plus court que l'angle des surfaces qui se rencontrent est plus grand et l'indice plus élevé. Lorsque ce grain reçoit un faisceau de rayons parallèles, ceux-ci convergent plus ou moins à la sortie, et une partie des rayons seulement pourra pénétrer dans l'objectif du microscope. Si l'angle sur le bord est grand, la réflexion totale intervient également pour écarter de l'objectif certains rayons lumineux et il y a addition des phénomènes. En immergeant le grain dans un liquide un peu moins réfringent que lui, son contour devient moins accusé, car la convergence diminue et s'annule même si les indices des deux corps sont égaux. Recouvrons au contraire le grain avec un liquide d'indice plus élevé; il fonctionnera alors comme une lentille divergente (fig. 448), et écarte du champ de l'objectif un certain nombre de rayons marginaux. Les bords ne peuvent dans ces conditions transmettre dans l'objectif la lumière qu'ils reçoivent de l'appareil d'éclairage, et paraîtront de nouveau obscurs pour cette raison.

Souvent aussi lorsque les grains sont immergés dans un liquide plus ou moins réfringent, ou voit encore des colorations sur les bords, qui paraissent alors frangés de rouge ou de bleu. Ce phénomène se produit lorsqu'il existe une différence entre les pouvoirs dispersifs des deux corps.

Certaines applications pratiques pour l'évaluation des indices de réfraction découlent des phénomènes qui viennent d'être examinés. Le degré de relief notamment est un caractère des plus importants pour la pétrographie, car il donne une idée rapide de la valeur de la réfringence des divers minéraux contenus dans une coupe mince, et permet d'effectuer parmi eux un premier classement. Son évaluation demande une certaine habitude de la part de l'observateur, ainsi que la connaissance préalable du relief que présentent d'autres minéraux connus, qui servent en quelque sorte de termes de comparaison. M. Michel-Lévy[1] a choisi dans ce but un certain nombre de minéraux que l'on peut disposer à la suite les uns des autres par ordre d'indice croissant, de façon à former une échelle de comparaison. Les numéros de cette échelle sont les suivants (la préparation est supposée toujours montée au baume de Canada):

[1] A. Michel-Lévy et A. Lacroix, Tables pour la détermination des minéraux. Paris. 1889.

| | | |
|---|---|---|
| n° 1 | Absence de relief, | $n = 1{,}55$ du baume de Canada, |
| n° 2 | Relief faible, | à la façon du quartz ou de la calcite $n = 1.55 - 1.60$, |
| n° 3 | Relief moyen, | à la façon de l'andalousite ou de la hornblende $n = 1.61 - 1.65$, |
| n° 4 | Relief marqué, | à la façon de l'olivine ou du diopside $n = 1.66 - 1.70$, |
| n° 5 | Relief fort, | à la façon de l'augite ou de l'épidote $n = 1.71 - 1.75$, |
| n° 6 | Relief très fort, | à la façon du sphène ou du grenat $n = 1.76 - 1.8$, |
| n° 7 | Relief extrême, | à la facon du rutile $n = > 2$. |

La connaissance du numéro de l'échelle auquel correspond le relief du minéral étudié, permettra donc de se faire une idée approximative de la valeur de son indice.

Le chagrinage a été également utilisé par M. Thoulet[1] pour évaluer rapidement les indices. Il est dû aux stries, cannelures, etc. produites sur la surface de la préparation pendant la fabrication de la coupe; ces inégalités deviennent le point de départ de phénomènes de réflexion totale qui produisent des différences locales d'éclairage. Ce chagrinage n'existe pas sur la surface des minéraux qui ont été parfaitement polis, il disparaît si on recouvre celle-ci d'un liquide présentant le même indice de réfraction que le minéral lui-même. On peut d'ailleurs aisément s'en convaincre au moyen d'un verre dépoli; sous le microscope sa surface paraît fortement chagrinée, cette apparence s'atténue si l'on étend de l'eau sur celle-ci, et disparaît complètement en la recouvrant de baume de Canada ou d'huile de cèdre, dont l'indice est sensiblement égal à celui du verre.

**322. Méthode de M. Schroeder von der Kolk.** La méthode par immersion permet évidemment de déterminer l'indice d'un minéral en petits grains ou en coupe mince. Il suffira pour cela de chercher le liquide dans lequel le contour du minéral immergé disparaît complètement. Ce procédé a tout d'abord été utilisé par Maschke[2] qui se servait comme liquides d'eau, de glycérine, d'huile d'amandes douces, d'alcool amylique et de mélanges d'huile d'amandes et d'essence de canelle. Un peu plus tard M. Thoulet en étudiant le chagrinage, a proposé, pour déterminer l'indice des minéraux en coupes minces, de décoiffer la préparation, et après avoir soigneusement lavé la surface

[1] J. Thoulet. Bull. soc. minér. d. Fr. 3. 1880, 62—68.
[2] O. Maschke, Pogg. Ann. 145. 1872, 568. Wied. Ann. 11. 1880, 722.

de celle-ci avec du chloroforme, de la recouvrir avec des liquides d'indices croissants, en s'arrêtant à celui dans lequel le chagrinage disparaît. A ce moment l'indice du minéral et celui du liquide sont égaux.

L'inconvénient de ces deux méthodes réside dans le fait qu'il n'est pas possible de se rendre facilement compte du sens dans lequel se produit la différence des indices du minéral et du liquide, ce qui rend les tâtonnements fort longs.

M. Schroeder von der Kolk[1] a imaginé un procédé plus rapide qui supprime l'indécision. Il est basé sur la diminution de l'intensité lumineuse qu'on observe sur les bords des grains des corps transparents éclairés par un faisceau oblique. Supposons tout d'abord un grain plus réfringent que le milieu qui l'entoure, éclairé par

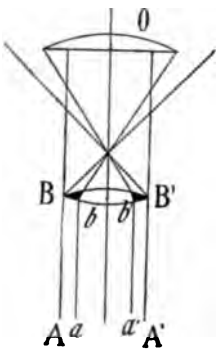


Fig. 446.

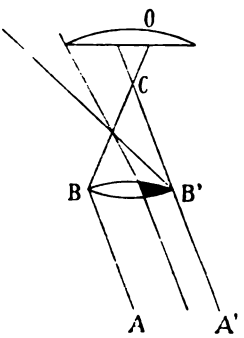


Fig. 447.

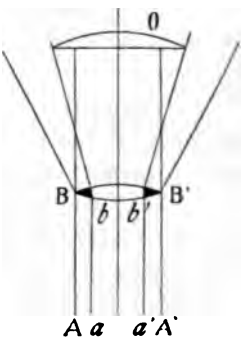


Fig. 448.

un faisceau de rayons parallèles. Les rayons extérieurs au cylindre $abab'b'$ ne peuvent entrer dans l'objectif $O$, et laissent obscure une certaine portion de surface sur le pourtour du grain (fig. 446). Si l'on incline le faisceau, les rayons compris entre $AB$ et $ab$ viennent rencontrer l'axe du microscope en des points comme $C$ (fig. 447) plus éloignés que dans le cas précédent, de sorte que certains rayons du faisceau $abAB$ peuvent ainsi pénétrer dans l'objectif. L'éclairement se fera alors dans la portion $Bb$ qui était obscure précédemment. Il n'en est pas de même sur le bord $B'$ opposé; la convergence que prend au sortir de la lame le rayon $A'B'$ augmente, et l'obscurcissement s'étend alors de $B'$ vers le centre du grain (fig. 447). Si le milieu extérieur est plus réfringent, le grain se comporte au contraire comme une lentille divergente, et les parties $bB$ et $b'B'$ du champ (fig. 448) sont également obscures avec l'éclairage

[1] Schroeder v. d. Kolk, v. d. k. Zeitschr. f. wiss. Mikroskop. 8. 1892. 458.

central. Un raisonnement analogue à celui que nous venons de faire, montrerait qu'avec un éclairage oblique (fig. 449), nous aurions sur le bord $B$ augmentation de la divergence, et en $B'$ diminution de celle-ci. L'obscurité s'étend donc du côté de $B$ et diminue en $B'$.

On peut déduire de ce qui précède lequel du liquide ou du corps solide immergé est le plus réfringent. Si en outre l'on tient compte du renversement des images par le microscope, nous aurons donc la règle suivante: Le minéral est plus réfringent que le liquide si l'obscurcissement se fait du côté où l'on introduit le diaphragme pour obtenir l'éclairage oblique, il sera moins réfringent dans le cas contraire.

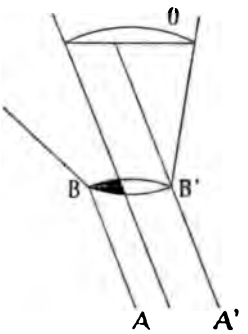


Fig. 449.

Pour réaliser un éclairage oblique, on peut simplement écarter le miroir de l'axe de l'instrument, ou encore glisser au-dessus de la lentille du polariseur une feuille de carton noirci pour intercepter une partie du faisceau incident. Le dispositif proposé par M. F. E. Wright[1] est particulièrement avantageux pour cela; il consiste simplement en un diaphragme glissant sur un coulisseau qui se fixe à la partie inférieure du polariseur.

**323. Méthode de M. F. Becke.**[2] Considérons le cas où nous avons deux minéraux $AB$ et $BC$ en lame mince, dont les indices de réfraction sont différents, et qui sont directement en contact par une surface perpendiculaire au plan de la lame. Cette association placée sur la platine du microscope, reçoit du condensateur un faisceau convergent de rayons, dont on peut diminuer à volonté l'ouverture en abaissant le condensateur ou en agissant sur le diaphragme iris qui surmonte le polariseur. Les divers rayons du faisceau qui rencontrent la surface de séparation, se comportent différemment. Ceux qui pénètrent par le corps le plus réfringent $AB$ peuvent se réfracter ou se réfléchir totalement selon qu'ils font avec la normale $AC$ à la surface de séparation un angle supérieur ou inférieur à celui limite de réflexion totale. Il n'en est plus de même pour ceux qui

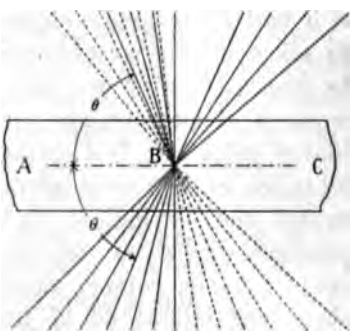


Fig. 450.

[1] F. E. Wright. Min. u. petr. Mitth. 20. 1901. 239.

[2] F. Becke. Min. u. petr. Mitt. 13. 1892/93, 385 et Sitz. d. k. k. Akad. Wiss. 102. 1893. 358.

pénètrent par le corps le moins réfringent; ils traversent simplement la surface et se réfractent comme à l'ordinaire (fig. 450). Le pinceau émergent de la lame sera de la sorte dissymétrique en ce qui concerne la répartition de l'intensité lumineuse, qui sera plus grande du côté du minéral le plus réfringent.

Lorsqu'on met au point certaines parties de la surface de séparation au moyen d'un objectif à court foyer, celle-ci apparaît avec netteté; mais si on soulève le tube du microscope, on observe une frange lumineuse, appelée frange de Becke du nom de l'auteur qui le premier l'a observée; elle se forme toujours du côté du minéral le plus réfringent. Cette frange épouse le contour de la surface de séparation, elle est d'abord très étroite, puis augmente rapidement de largeur pour s'évanouir ensuite. Si au contraire on abaisse le tube du microscope, l'inverse a lieu et la frange se produit du côté du minéral le moins réfringent. Lorsqu'enfin les deux corps juxtaposés ont le même indice, la réflexion totale à la surface de séparation n'est plus possible, et la frange ne se produit pas.

Pour observer nettement le phénomène, il faut employer des objectifs à court foyer et rétrécir le faisceau incident, soit par un diaphragme central placé sur le condensateur, soit en abaissant ce dernier; quelques tâtonnements indiquent rapidement la meilleure disposition à adopter. Ce rétrécissement du faisceau incident est nécessaire pour diminuer l'intensité lumineuse qui, lorsqu'elle est trop forte, est préjudiciable à la formation de la frange. Celle-ci apparaît d'autant plus nettement que les lames sont plus minces, car chaque point situé dans le plan de séparation vertical, peut devenir l'origine d'un faisceau asymétrique, et il faut alors communiquer un grand déplacement vertical au tube du microscope pour observer le mouvement de la frange. Si le plan de séparation n'est pas parallèle à l'axe du microscope, la frange se produira encore lorsque c'est le minéral le moins réfringent qui recouvre celui qui l'est davantage; il n'en est plus ainsi dans le cas contraire et l'on peut alors être induit en erreur d'autant plus facilement que les indices sont plus voisins. Il faut donc être très circonspect, et laisser de côté les sections qui ne donnent pas une limite franche, comme aussi celles sur lesquelles on observe un déplacement latéral de la trace de la surface de séparation, qui se produira si le plan de jonction est oblique sur celui de la lame. En outre les deux corps doivent se trouver directement en contact, sans interposition de substances étrangères qui entraîneraient inévitablement des perturbations.

Dans ce qui vient d'être exposé, nous n'avons pas tenu compte du rôle que joue dans le phénomène, le milieu qui environne les

deux corps juxtaposés. Si son indice est notablement inférieur à celui des deux minéraux, il se produit une divergence des faisceaux émergents, et les différences d'intensité lumineuse sont alors difficilement observables. M. Becke cite à cet égard l'exemple du quartz et de l'orthose qui, dans le baume durci, donnent très nettement la frange de réflexion totale, tandis qu'avec le baume en solution dans l'éther ou le chloroforme, celle-ci se voit difficilement. C'est pour la même raison que pour observer cette frange entre l'augite et le grenat par exemple, il faut substituer au baume l'iodure de méthylène.

La frange de Becke apparaît encore plus nettement lorsque on emploie l'éclairage oblique. Soit *BC* une section d'un minéral réfringent, entouré par un autre *AB* et *CD* qui l'est moins (Fig. 451). La lumière qui arrive sur la surface de séparation en *B*, passera d'un milieu plus réfringent dans un autre qui l'est moins, et

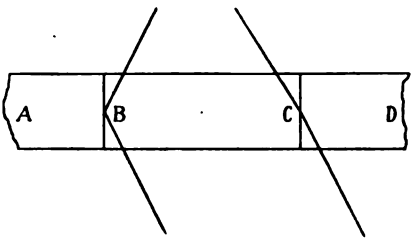



Fig. 451.

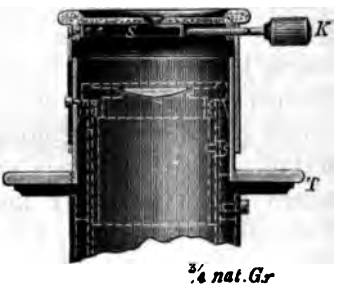



Fig. 452.

pourra de la sorte subir la réflexion totale, ce qui n'est pas le cas pour celle qui rencontre la surface de séparation en *C*. En soulevant légèrement le tube du microscope, la trace de *B* sera seule bordée d'une frange lumineuse très nette du côté du corps le plus réfringent, qui prendra ainsi une apparence de relief très marqué. Si donc l'on tient compte du retournement des images que produit toujours le microscope, on voit que le minéral le plus réfringent se trouve toujours, par rapport à la surface de séparation, du côté opposé à celui d'où vient la lumière. Pour observer nettement le phénomène, on peut produire l'éclairage oblique par un diaphragme, que l'on glisse sur le faisceau incident comme dans le procédé Schröder v. d. Kolk. On peut aussi opérer autrement, en utilisant le microréfractomètre d'Exner.[1] Cet appareil se compose d'une douille, qui porte à sa partie supérieure un diaphragme mobile par le bouton *K*; il se place au-dessus de l'oculaire, comme le montre la fig. 452, et il est disposé

[1] S. Exner, Archiv f. mikroskop. Anat. 25. 1885, 97.

de façon à ce que le diaphragme se trouve dans le plan de la pupille d'émergence. Pour trouver la position convenable à donner à l'appareil, on l'exhausse ou l'abaisse jusqu'à ce que le cercle bleuâtre que l'on voit au bord du champ disparaisse.

Le déplacement du diaphragme produit le même effet sur la marche des rayons que celui obtenu en le faisant glisser audessus du condensateur.

La méthode de M. Becke permet donc de déterminer aisément la différence de réfringence entre deux minéraux voisins, sous les réserves indiquées ci-dessus. L'auteur a proposé son procédé principalement pour distinguer les plagioclases entre eux, lorsque ceux-ci sont en contact avec des grains de quartz. On utilise pour cela des sections qui s'éteignent simultanément, condition qui est réalisée lorsque les directions $n_g$ et $n_p$ du quartz sont parallèles à celles du feldspath. On intercale le polariseur et amène parallèlement à sa section principale une des lignes d'extinction communes, puis on écarte l'analyseur et cherche dans quel minéral se produit la frange lumineuse, lorsqu'on élève légèrement le tube du microscope. Il faudra prendre un fort grossissement, et diaphragmer le condensateur si l'on utilise l'éclairage central. On pourra donc facilement reconnaître lequel des deux indices est le plus grand sur une direction d'extinction commune, puis on tournera la platine du microscope de 90°, et on répétera la même opération sur la deuxième ligne d'extinction. Désignons par $Q_g$ et $Q_p$ les indices $n_g$ et $n_p$ du quartz et par $F_g$ et $F_p$ ceux du feldspath, en comparant les indices de ces deux minéraux, on peut établir le tableau suivant, qui résume les différents cas qui peuvent se présenter, selon que les axes $n_g$ et $n_p$ des deux lames sont croisés ou parallèles.

| Feldspaths | Axes parallèles | | Axes croisés | |
|---|---|---|---|---|
| 1° Albites $Ab - Ab_4An_1$ . . . . . | $F_g < Q_g$ | $F_p < Q_p$ | $F_g < Q_p$ | $F_p < Q_g$ |
| 2° Oligoclases acides $Ab_4An_1 - Ab_3An_1$ | $F_g < Q_g$ | $F_p < Q_p$ | $F_g = Q_p$ | $F_p < Q_g$ |
| 3° Oligoclases basiques $Ab_3An_1 - Ab_2An_1$ | $F_g < Q_g$ | $F_p = Q_p$ | $F_g > Q_p$ | $F_p < Q_g$ |
| 4° Andésines acides $Ab_2An_1 - Ab_3An_2$ . | $F_g = Q_g$ | $F_p > Q_p$ | $F_g > Q_p$ | $F_p > Q_g$ |
| 5° Andésines basiques $Ab_3An_2 - Ab_1An_1$ | $F_g > Q_g$ | $F_p > Q_p$ | $F_g > Q_p$ | $F_p = Q_g$ |
| 6° Au-dessus de $Ab_1An_1$ . . . . . | $F_g > Q_g$ | $F_p > Q_p$ | $F_g > Q_p$ | $F_p > Q_g$ |

Cette méthode peut évidemment être étendue à d'autres minéraux. En principe les sections choisies doivent être orientées, et parallèles à $n_g n_p$, toutefois M. W. Salomon[1] a montré que si la section de quartz n'était pas rigoureusement parallèle à la biréfringence maximum,

[1] W. Salomon. Zeitschr. f. Krist. 26. 1896. 178 ct.

on pourrait toutefois calculer la valeur de $n_g'$, en se servant pour connaître l'inclinaison de la lame, de la figure d'interférence que montre la section.

**324. Extension de la méthode de Becke.** M. A. Michel-Lévy[1], a indiqué une extension de la méthode de Becke à tous les minéraux des coupes minces. Pour cela on décoiffe les préparations, et débarrasse leur surface du baume de Canada au moyen de la benzine ou du chloroforme, puis avec un diamant à fine pointe, on pratique dans la coupe une série d'entailles, et fait un second lavage de façon à éliminer toute trace de baume le long des stries. On dépose ensuite sur la partie décapée, une goutte de la liqueur de Klein (solution de tungstoborate de cadmium) qui a l'avantage de ne pas attaquer le baume, et peut être diluée à volonté. On couvre alors la plaque d'un verre mince pour éviter l'évaporation du liquide, et cherche le long des entailles faites sur la préparation, une section qui soit convenablement orientée (parallèle à $n_g\, n_p$); en relevant alors le tube du microscope, on peut voir si la frange de Becke monte dans le liquide ou dans le minéral, et ceci lorsque l'une ou l'autre des directions d'extinction $n_g$ ou $n_p$ est placée parallèlement à la section principale du polariseur.

En procédant par tâtonnements successifs, on pourra obtenir, par dilution progressive de la solution de tungstoborate, un liquide qui ait exactement l'indice $n_g$ ou $n_p$ du minéral. Pour évaluer l'indice du liquide, M. Michel-Lévy a proposé l'emploi d'une échelle composée d'un certain nombre de minéraux d'indices connus, coupés parallèlement au plan $n_g\, n_p$ lorsqu'ils sont biréfringents, et montés sur une plaque de verre par ordre d'indices croissants. Il suffit de mouiller la préparation avec le liquide dont on veut connaître l'indice, et d'opérer comme précédemment, en cherchant le terme de l'échelle pour lequel cet indice est égal à celui du liquide, ce qui se verra par la disparition de la frange de Becke.

Cette échelle se compose des minéraux suivants:

| | | |
|---|---|---|
| Fluorine | $n = 1.433$ | |
| Haüyne | $n = 1.496$ | |
| Leucite | $n = 1.508$ | |
| Orthose | $n_g = 1.526$ | $n_p = 1.519$ |
| Microcline | $n_g = 1.529$ | $n_p = 1.523$ |
| Albite | $n_g = 1.540$ | $n_p = 1.532$ |
| Cordiérite | $n_g = 1.539$ | $n_p = 1.532$ |
| Oligoclase | $n_g = 1.542$ | $n_p = 1.543$ |

[1] A. Michel-Lévy, Etude sur la détermination des feldspaths. Paris. 1894, 62.

| | | |
|---|---|---|
| Néphéline | $n_g = 1.547$ | $n_p = 1.542$ |
| Quartz | $n_g = 1.553$ | $n_p = 1.544$ |
| Andésine | $n_g = 1.556$ | $n_p = 1.549$ |
| Labrador | $n_g = 1.562$ | $n_p = 1.554$ |
| Anorthite | $n_g = 1.588$ | $n_p = 1.575$ |
| Mélilite | $n_g = 1.641$ | $n_p = 1.621$ |
| Apatite | $n_g = 1.638$ | $n_p = 1.634$ |
| Andalousite | $n_g = 1.643$ | $n_p = 1.632$ |

Récemment M. de Souza-Brandaô[1] a fait connaître une échelle analogue, composée de fragments de verres d'indices connus remplaçant les minéraux. Cette échelle composée de 35 termes allant des indices $n = 1.434$ à $n = 1.735$, est montée sur 7 lamelles, et s'emploie comme celle de M. Michel-Levy.

Monsieur A. Brun[2] utilise également la méthode de Becke pour la détermination des indices de réfraction par immersion. Pour reconnaître si un minéral est plus ou moins réfringent que le liquide dans lequel il est immergé, il observe la frange de réflexion totale, qui rend la partie centrale du grain plus éclairée, lorsqu'on soulève le tube du microscope si le minéral est plus réfringent que le liquide, et vice versa.

## § 2. RÉFRACTOMÈTRES A RÉFLEXION TOTALE.

**325. Généralités sur les instruments à réflexion totale.** Les appareils qui utilisent la réflexion totale pour la mesure des indices des minéraux microscopiques, reposent sur les mêmes principes que ceux décrits à propos des gros fragments, mais exigent des lunettes spéciales dont nous allons étudier le principe. Celles-ci doivent donner la vision nette d'objets très éloignés, et être construites de façon à ne laisser parvenir à l'œil de l'observateur que les rayons envoyés par le corps en étude, à l'exception de tous les autres. Cette condition est absolument nécessaire, car si l'on place sur un réfractomètre ordinaire un petit fragment de minéral engagé dans une roche par exemple, l'observation de la limite de réflexion totale est impossible, par suite de la superposition des phénomènes que produiraient les rayons reçus par la lunette, lesquels proviendraient alors de toutes les parties du champ. En outre, comme les fragments sur lesquels on opère sont souvent extrêmement petits, la lunette d'observation doit pouvoir aisément se transformer en microscope permettant de voir directement le minéral pour le placer dans une position avantageuse pour les mesures.

[1] V. de Souza-Brandaô, Centralbl. f. Min. 1. 1904, 14—18.
[2] A. Brun, Arch. sc. phys. et nat. Genève 32. 1894, 3.

M. Wallerant le premier a construit un appareil réalisant ces conditions, il a été bientôt suivi par M. Czapsky et par d'autres.

Soit $O_b$ l'objectif et $O_c$ (fig. 453) l'oculaire d'une lunette réglée sur l'infini, soit $AB$ l'objet placé près de l'objectif, et sur lequel l'observation de la réflexion totale doit être faite. La combinaison $O_b$ et $O_c$ donne de cet objet une image $ab$ réelle et diminuée, si le foyer de $O_b$ est plus grand que celui de $O_c$; cette image est agrandie dans le cas contraire, à condition toutefois que l'objet se trouve au-delà du foyer de l'objectif. Les images peuvent alors facilement être visibles, soit en plaçant un écran dans leur plan, soit au moyen d'une loupe. La théorie de la formation de ces images découle des formules (a. 105, p. 102). Dans le cas figuré où le foyer $F$ de l'objectif $O_b$ est plus grand que celui $f$ de l'oculaire $O_c$, l'objet $AB$ placé entre $F$ et $O_b$, fonctionne comme une image virtuelle dont l'objectif $O_b$ donne une seconde image $A'B'$, virtuelle également. Les rayons qui parviennent

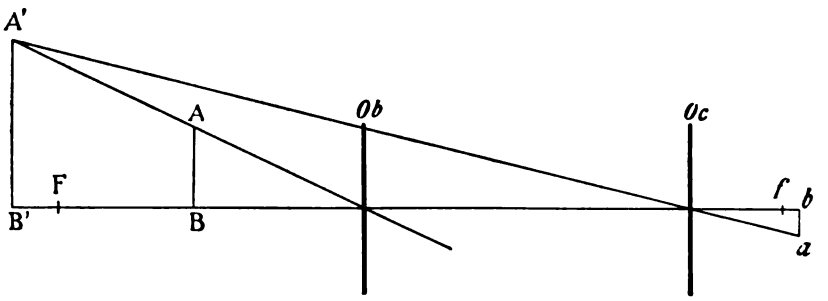



Fig. 453.

à l'oculaire, se comportent alors comme s'ils provenaient de $A'B'$, qui est très éloigné de $O_c$ dont le foyer $f$ est généralement court; cet oculaire en donnera une image réelle $ab$ située au-delà de $f$, et toujours plus petite que $AB$. La combinaison dans laquelle $O_b$ est l'objectif avec $F > f$ est donc une lunette dont le grossissement $g = \frac{F}{f}$.

Retournons maintenant le système, de façon à ce que $O_c$ devienne objectif et $O_b$ oculaire, nous aurons alors une lunette diminuante, dont le grossissement sera $g = \frac{f}{F}$, et qui donnera de l'objet $ab$ une image agrandie $AB$, visible à l'aide d'une loupe.

En résumé, on voit donc que dans la combinaison où $O_b$ est objectif, on a une lunette agrandissante, et que si on lui adjoint une loupe pour obtenir la vision de $ab$ elle se transforme en microscope diminuant. Au contraire dans celle où $O_c$ devient objectif, la lunette est diminuante et devient par adjonction d'une loupe un microscope grossissant.

Il est clair que l'œil ne recevra que les rayons émis par l'objet $AB$ si on les limite convenablement par des diaphragmes. Ceux-ci peuvent se placer en divers endroits, en $AB$ ou en ses images conjuguées $A'B'$ et $ab$; comme pratiquement on ne peut guère placer le diaphragme que dans le plan de l'image conjuguée donnée par le système $O_b$ et $O_c$, il s'ensuit qu'avec la petitesse des sections sur lesquelles les mesures doivent être effectuées, il faudra employer une lunette diminuante, qui donnera une image conjuguée possédant une dimension suffisante pour pouvoir être limitée convenablement avec un diaphragme.

**326. Réfractomètre de M. Wallerant.**[1] Dans cet appareil, le corps, à étudier est placé contre un prisme de verre d'indice élevé, et fixé par adhérence au moyen d'une goutte d'un liquide très réfringent.[2] Par l'une des faces du prisme, on fait pénétrer un faisceau de rayons lumineux, qui se réfractent en partie ou se réfléchissent totalement. Si $\theta$ est l'angle limite de réflexion totale, nous aurons:

$$\mu \sin\theta = n.$$

Le rayon à sa sortie du prisme, fera avec la normale à la face d'émergence un angle $\alpha$ qu'il est possible de mesurer, et duquel on déduira $\theta$.

On a en effet (fig. 454):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \mu$$

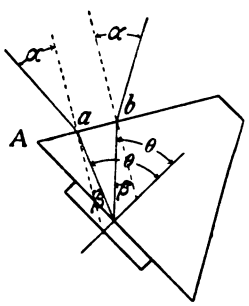


Fig. 454.

de plus on aura encore $\theta = A + \beta$, si le rayon émergent sort en $a$ dévié du côté de la base du prisme où se trouve appliqué le corps à étudier, et $\theta = A - \beta$ s'il sort en $b$ dévié du côté opposé.

Connaissant l'angle $A$, il est donc aisé de calculer $\theta$ et d'en déduire l'indice $n$ cherché.

La (fig. 455) montre la disposition de l'appareil qui est monté sur un microscope polarisant de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique. Il se compose d'un microscope du premier type, sur la platine tournante duquel est placé un petit goniomètre, dont l'axe perpendiculaire à celui du microscope, porte une table métallique rectangulaire au centre de laquelle se trouve le prisme $P$.

L'une des faces de celui-ci que nous appellerons la base, est placée dans le plan de la table; l'arête qui lui est opposée est abattue de façon à former une petite facette de 2 mm. de large, ce qui permet aux rayons venant du polariseur de traverser le prisme lorsque la base de celui-ci est horizontale.

[1] Wallerant, Bull. soc. miner. d. Fr. 20. 1897, 234.
[2] Voir la note page 387.

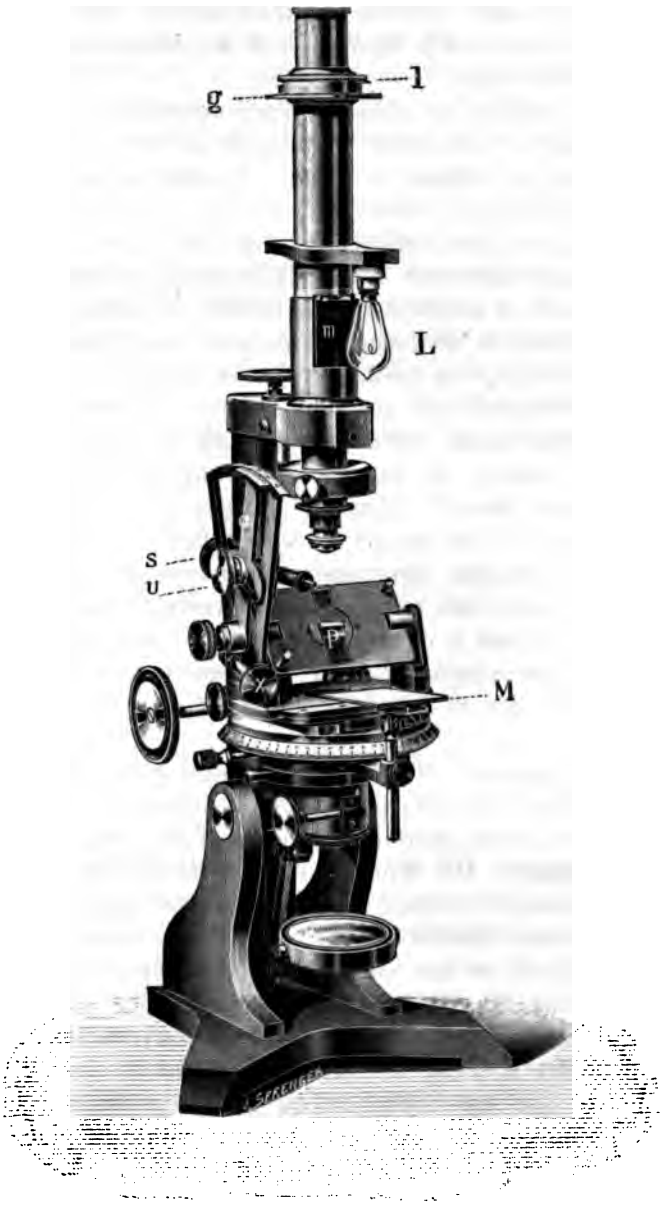



Fig. 455. Réfractomètre de M. F. Wallerant, monté sur un microscope de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève.

Les rotations du prisme se mesurent à l'aide d'une alidade $a$, que l'on rend solidaire de l'axe en serrant la vis $X$; elle se déplace devant un arc de cercle gradué. L'arrêt se fait par l'écrou $U$ et les

petits déplacements sont obtenus par la vis $S'$. Le goniomètre est lui-même monté sur un double chariot dont les deux mouvements sont rectangulaires entre eux.

Le système optique se compose d'un objectif de 30 mm. de distance focale, qui est centrable et possède à son foyer un réticule. Pour en faciliter le réglage, la lentille frontale peut être déplacée, de bas en haut indépendamment du réticule, sans avoir besoin d'ôter l'objectif. A la place de l'oculaire, on a mis un nicol dans le tube du microscope; il est surmonté d'un diaphragme iris commandé par le levier $l$; l'ensemble est monté dans une douille, de façon à pouvoir tourner autour de l'axe du microscope; un petit cercle gradué $g$ permet de mesurer les rotations du nicol. Au-dessus de l'iris, on peut adapter soit un oculaire positif mis au point sur l'ouverture du diaphragme, soit un microscope faible, permettant de voir le réticule et qui combiné à l'objectif fournit une lunette réglée sur l'infini.

L'iris est placé dans le plan des images que donne l'objectif; il est destiné à limiter les rayons à ceux réfléchis par la section en étude, qui peut être vue directement au moyen de l'oculaire positif. Enfin en $m$ se trouve une mince lame de verre inclinée de 45° (miroir de Gauss) servant à éclairer le réticule. Pour faciliter les opérations, nous avons monté sur notre instrument des lampes à incandescence, l'une $L$ devant le miroir de Gauss, l'autre au-dessous du polariseur.

*Réglage de l'appareil.* Il faut tout d'abord placer le réticule au foyer principal de l'objectif; pour cela on éclaire les fils en se servant du miroir $m$, et on cherche à produire l'autocollimation sur l'une des faces du prisme. On déplace alors la lentille de l'objectif jusqu'à ce que l'image réfléchie du réticule soit aussi nette que ce dernier. On s'assure ensuite que les faces du prisme sont parallèles à l'axe du goniomètre, et que celui-ci est perpendiculaire sur l'axe de l'instrument. Pour cela, on produit l'autocollimation sur chaque face du prisme; si celle-ci s'effectue le réglage est convenable, dans le cas contraire il faudra apporter les modifications nécessaires. Enfin l'axe du goniomètre doit être parallèle ou perpendiculaire à la section principale du polariseur. On obtient ce résultat en plaçant sur la base du prisme une lame de clivage d'anhydrite (a. 161, p. 167), dont on dispose la ligne directrice parallèlement à l'axe de rotation. On met ensuite au point avec un oculaire négatif muni d'un réticule et fait coïncider l'un des fils de celui-ci avec la ligne directrice, puis on tourne la platine du goniomètre de 180°. Si la coïncidence ne persiste pas, il faut déplacer l'oculaire et la lame en partageant la différence, puis recommencer l'opération jusqu'à ce que ce résultat soit

obtenu. La lame d'anhydrite est alors parallèle à l'axe du goniomètre, il ne reste plus qu'à mettre ce dernier parallèlement à la section du polariseur, ce que l'on reconnaîtra lorsque la lamelle paraîtra éteinte entre les nicols croisés. Il suffira pour cela de faire tourner le polariseur et l'analyseur dans leur gaîne au moyen d'une clef.

*Conduite des mesures.* Par la nature même de l'instrument qui ne permet pas de faire tourner la lame dans son propre plan, on ne peut guère obtenir les indices principaux que sur des sections orientées. Nous avons vu en effet (a. 319, p. 388) que si l'on détermine l'angle limite $\theta$ dans deux plans d'incidence normaux à la lame et passant par ses lignes d'extinction, on obtient les trois indices principaux; l'un d'eux, celui auquel la section est normale, se répète deux fois.

Pour effectuer les mesures, on place la préparation sur la base du prisme, après y avoir déposé une goutte de liquide très réfringent;

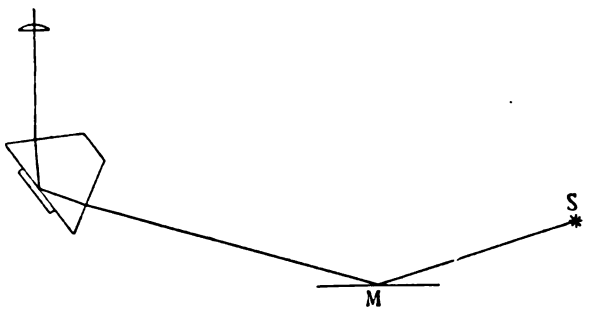



Fig. 456.

puis la table étant horizontale et fixe, on fait tourner la section dans son propre plan, jusqu'à ce que celle-ci soit éteinte aux nicols croisés. Une de ses lignes d'extinction est alors parallèle aux arêtes du prisme et coïncide avec la trace du plan d'incidence. On la maintient sur la table dans cette position avec un peu de cire, ou à l'aide de pinces à ressort; puis on retourne la table de façon à mettre le prisme dans la position indiquée (fig. 456), et en se servant du miroir *M*, on y dirige la lumière provenant d'une source quelconque. Le renversement du prisme entraîne le déplacement de l'image de la section en étude, par suite de la réfraction; cette section n'apparaît donc plus au centre du champ, mais comme on peut la voir par réflexion au travers du prisme, il est aisé de la ramener en position convenable par le déplacement des chariots. Comme elle est généralement difficile à retrouver parmi celles des minéraux d'une coupe mince, on la place à proximité d'un trait de repère gravé sur la base du prisme. On tourne alors doucement le goniomètre en même temps qu'on incline

plus ou moins le miroir *M* pour modifier l'éclairage, jusqu'au moment où apparaît le phénomène de réflexion totale, ce que l'on reconnaît par une teinte bleuâtre particulière que prend la section éclairée. C'est alors le moment de diaphragmer, pour isoler celle-ci; si elle est convenablement inclinée, on verra la limite de réflexion totale dans le champ de l'instrument, après avoir enlevé l'oculaire positif comme dans le procédé von Lasaulx. C'est alors le moment de placer l'oculaire qui transforme la lunette en microscope, et de procéder aux mesures en remplaçant la lumière blanche par celle monochromatique. On verra généralement deux limites de réflexion totale si le corps étudié est biréfringent; on en fait disparaître une en tournant convenablement l'analyseur, puis on amène l'autre au point de croisement des fils du réticule, en tournant pour cela le goniomètre dont on a rendu l'alidade solidaire de l'axe en serrant la vis. On lit la position du vernier, et il ne reste plus qu'à évaluer l'angle que fait le rayon émergent avec la normale. Pour cela on éclaire le réticule, et on tourne la tablette avec l'alidade jusqu'au moment où se produit l'autocollimation; la rotation mesure l'angle cherché. Il faut avoir soin d'observer le sens de cette rotation pour savoir si le rayon émergent se trouve du côté de la base du prisme, ou en sens contraire par rapport à la normale.

On procédera d'une manière analogue pour l'autre limite, puis on tourne la platine de 180° et répète les mêmes mesures, de façon à éliminer ainsi l'erreur qui pourrait s'introduire si la couche de liquide ne forme pas une lame à faces parfaitement parallèles. Des mesures absolument analogues devront être effectuées sur la deuxième ligne d'extinction, et les calculs se feront à l'aide des formules données plus haut.

**327. Réfractomètre de M. Pulfrich.** Cet instrument a été décrit précédemment à l'occasion des gros fragments; nous avons vu qu'il comportait deux systèmes optiques dont le fonctionnement est basé sur les considérations que nous avons développées (a. 314, p. 402). L'une des lunettes est agrandissante et de grand pouvoir séparateur; elle est destinée spécialement aux gros fragments. Son diaphragme est placé dans le plan de l'image conjuguée de l'objet mis sur la face plane de la demi-boule. L'autre lunette est diminuante, et combinée de façon à ce que l'objet fournisse une image conjuguée et agrandie dans le plan d'un diaphragme au voisinage duquel on place l'œil; l'image de l'objet est visible au moyen d'une loupe. Cette lunette sert spécialement à l'examen des petits fragments.

**328. Réfractomètre de M. Klein.** Le principe de cet instrument qui est construit par la maison Fuess, est analogue au précédent (fig. 457),

mais il est spécialement adapté à l'étude des minéraux microscopiques. L'innovation principale de l'appareil a été la monture de la demi-

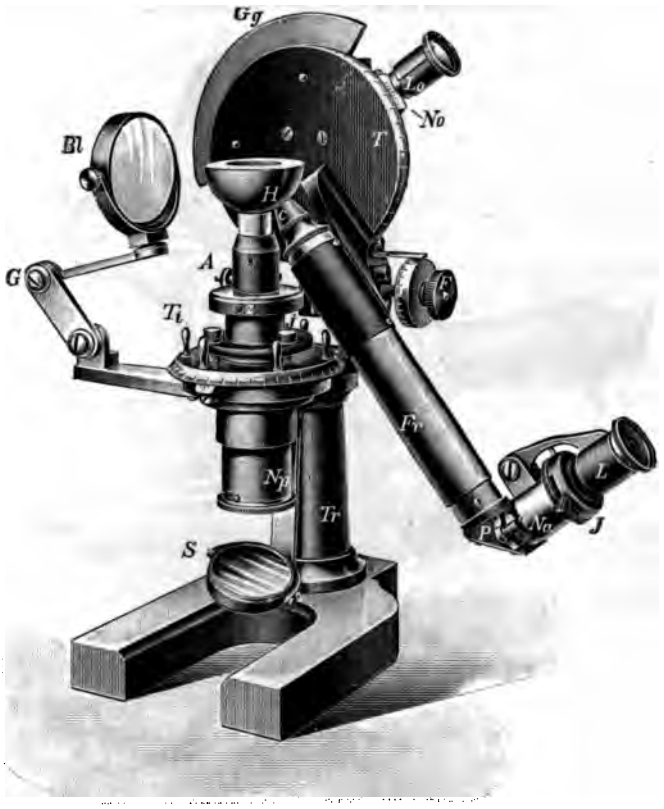



Fig. 457. Réfractomètre de M. Klein. Modèle de la maison R. Fuess à Berlin.

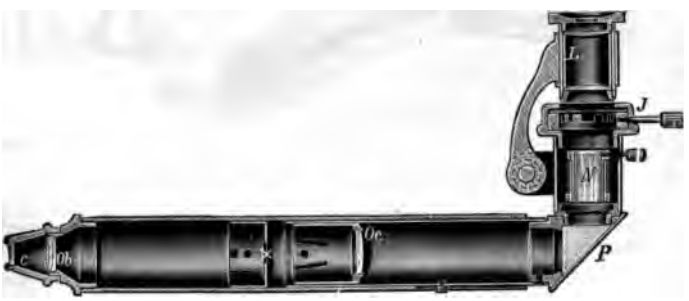



Fig. 458.

boule sur un axe transparent, permettant d'examiner les objets placés sur la face plane de cette demi-boule avec la lunette de l'appareil, comme on le ferait avec un microscope ordinaire. Un polariseur

monté dans la douille *Np* et un analyseur dans celle *Na*, permettent l'orientation des lignes d'extinction par rapport au plan d'incidence. L'appareil ne possède qu'une seule combinaison optique, ce qui ne

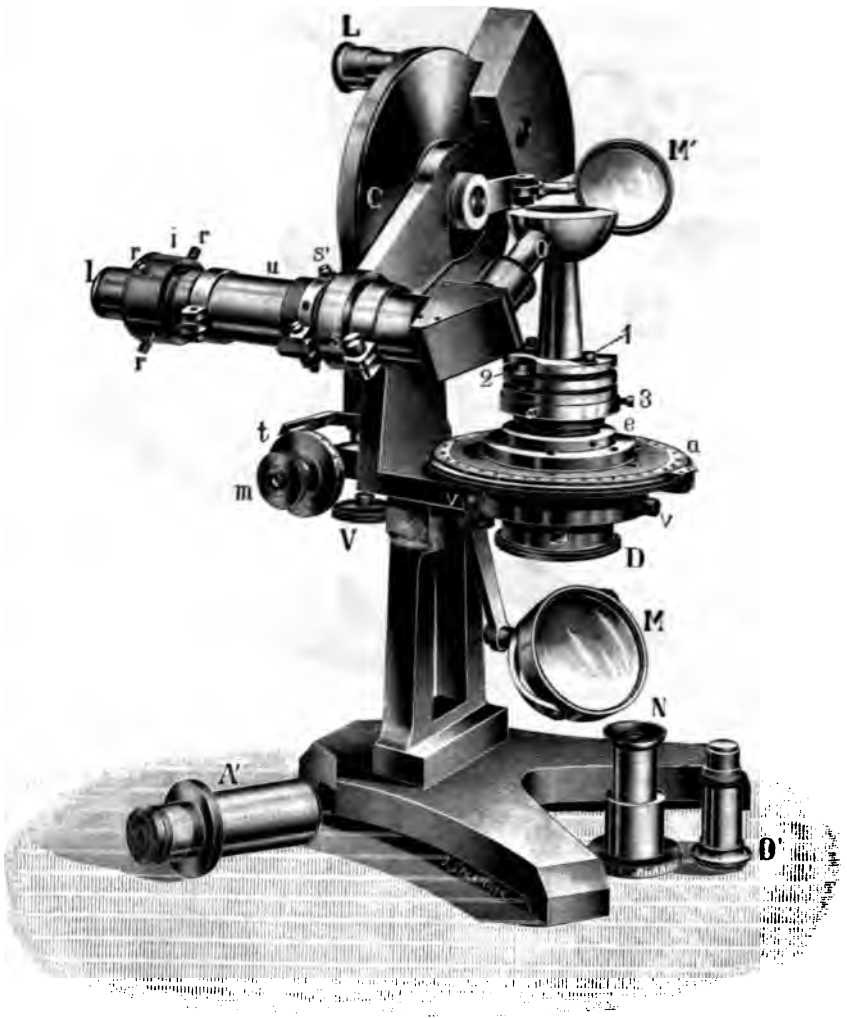



Fig. 459. Réfractomètre à réflexion totale pour gros et petits fragments de M. F. Pearce. Modèle de la Société genevoise pour la construction des instruments de physique à Genève.

permet pas d'en modifier la sensibilité. La (fig. 458) montre la disposition de la lunette de cet instrument.

**329. Réfractomètre de M. F. Pearce.** Cet appareil établi récemment par la Société genevoise pour la construction des instruments de

PHYSIQUE, est une variante des précédents. Il possède comme celui de M. KLEIN, une demi-boule montée sur un axe transparent, celle-ci est centrable par un dispositif nouveau, permettant de faire chacun des réglages séparément (fig. 459). Les vis 1 et 2 servent à amener la face plane de la demi-boule perpendiculairement sur l'axe de rotation, les vis 3 sont destinées à faire coïncider ce dernier avec le centre de la demi-boule, enfin les écrous *e* servent à l'exhaussement ou l'abaissement de celle-ci de façon à en amener le centre sur le prolongement de l'axe de rotation de la lunette. La demi-boule tourne comme d'habitude autour d'un axe vertical muni d'un cercle gradué *a*. Sous le cylindre transparent qui la supporte, se trouve un polariseur enfermé dans une douille *D*, le miroir *M* sert à éclairer l'appareil. La lunette d'observation est coudée, et tourne avec le cercle gradué *C* autour d'un axe perpendiculaire à celui de la demi-boule. Les rotations se lisent sur le vernier à l'aide de la loupe *L*. Le cercle est couvert pour en éviter la détérioration, la lunette est arrêtée par la vis *v*, et le mouvement lent obtenu par une vis micrométrique *m* munie d'un tambour gradué *t*.

Cet appareil possède plusieurs combinaison optiques à savoir:

1° *Une lunette agrandissante*, comprenant un objectif *O'* et un oculaire *A'*; elle sert uniquement pour l'étude des gros fragments, et lorsqu'il s'agit de mesures de grande précision. Sur l'objectif, on peut adapter comme dans l'appareil d'ABBE, une lentille de correction plan-convexe, faite du même verre que celui de la demi-boule, et de même courbure que la frontale de l'objectif qui épouse elle-même celle de la demi-boule. La lunette munie de cette lentille de correction permet la vision d'objets très éloignés; on s'en sert pour le réglage de l'appareil, ou pour voir les objets placés sur la face plane de la demi-boule; il faudra en outre employer dans ce dernier cas une loupe et viser sur l'anneau oculaire.

2° *Une lunette pour l'étude des sections minces.* Celle-ci permet de réaliser deux grossissements, $1\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ selon la grandeur et la qualité de la surface réfléchissante. L'objectif achromatique *O*, est placé en arrière de la lentille plan-concave qui corrige l'effet de la surface sphérique de la demi-boule. L'oculaire se compose d'un tube s'engageant à frottement dans celui *u* fixé au cercle gradué.

Il possède une première lentille convergente du côté de l'objectif, suivie d'un diaphragme iris décentrable *i*, devant lequel s'adapte soit une loupe *l*, soit une lentille divergente. La loupe transforme la combinaison en microscope permettant de voir les objets placés sur la demi-boule, quelle que soit la position de la lunette. La lentille divergente en fait au contraire une lunette à vision sur l'infini,

permettant l'observation du phénomène de réflexion totale. Un analyseur *N* peut s'adapter sur l'oculaire et tourner autour de l'axe de la lunette. Enfin la lentille de l'oculaire qui est tournée contre l'objectif, peut être dévissée, et remplacée par une autre qui réalise avec l'objectif *O* une lunette d'un grossissement différent, et avec la loupe *l* un microscope.

Le décentrage du diaphragme obtenu en agissant sur les vis *r*, est destiné à faciliter la limitation des rayons, et à circonscrire la plus grande surface utilisable possible, dans le cas où la face plane de la demi-boule ne passe pas exactement en son centre.

**330. Réglage de l'instrument.** Pour les mesures exactes celui-ci, comme ses congénères d'ailleurs, doit satisfaire aux conditions suivantes:

1° Le plan de la demi-boule doit être rigoureusement perpendiculaire sur l'axe de rotation vertical.

2° La demi-boule doit être centrée, c'est-à-dire tourner rond sur son axe.

3° Le centre de la demi-boule doit se trouver sur le prolongement de l'axe autour duquel tourne la lunette.

4° L'axe optique de la lunette et celui de rotation de la demi-boule doivent être normaux à l'axe autour duquel tourne la lunette.

5° L'axe optique de la lunette doit passer par le centre de la demi-boule.

La condition n° 1 s'obtient en agissant sur les vis 1 et 2 qui impriment à la demi-sphère une rotation autour de son centre. On prend la lunette agrandissante munie de la lentille de correction, et en inclinant convenablement la lunette au-dessus de la face plane de la demi-boule, on observe l'image réfléchie par celle-ci d'un objet assez éloigné pour être considéré comme placé à l'infini. On amène ensuite un des points de l'image au croisement des fils du réticule de la lunette, et l'on fait tourner la demi-boule. Si la face n'est pas absolument perpendiculaire à l'axe de rotation, l'image se déplace, et on corrigera le défaut de réglage en agissant sur les vis 1 et 2.

Pour réaliser la condition n° 2, c'est-à-dire centrer la demi-boule sur son axe de rotation, on peut procéder de deux façons différentes. En premier lieu, on peut adapter sur l'appareil à la place de l'objectif un petit accessoire, consistant en un levier coudé dont les deux bras ont des longueurs très inégales. Le plus court terminé par une pointe d'ivoire, touche le bord de la demi-boule; le second, le plus long, se déplace devant un arc de cercle qui porte quelques traits de graduation. On imprime alors une rotation lente à la demi-boule, si elle est centrée l'aiguille indicatrice doit rester absolument immobile; dans le cas

contraire, on agit sur les vis 3 qui communiquent à la demi-boule un déplacement transversal permettant d'obtenir le résultat cherché.

On peut aussi utiliser la lunette diminuante, transformée en microscope par adjonction de l'oculaire convergent; on la dispose de façon à viser le bord de la demi-boule dont on verra l'image dans le plan de l'iris. On ferme alors un peu celui-ci de manière à amener l'un de ses bords intérieurs tangents à la demi-boule, que l'on fait tourner autour de l'axe; la tangence doit persister pendant toute la rotation. Si tel n'est pas le cas, on procède comme précédemment. Pour pouvoir viser le bord de la demi-boule, il faut tourner pour cela la lunette dans sa gaîne, après avoir desserré les vis *s* et *s'*.

Le troisième réglage comporte deux opérations successives; il faut d'abord amener l'axe de rotation de la demi-boule à croiser celui de la lunette. Ce résultat peut être aisément obtenu en déplaçant dans le plan horizontal, tout l'appareil dans lequel s'engage cet axe, ceci au moyen des vis *V*. On pourra s'assurer que la condition est réalisée, au moyen de l'aiguille indicatrice déjà utilisée précédemment. Celle-ci doit se trouver à la même division de son cadran, dans les deux positions que peut occuper la lunette lorsque son axe optique est parallèle au plan de la demi-boule. Si l'on ne possède pas le petit appareil nécessaire pour faire cette vérification, on fixe avec un peu de cire, une tige de bois a pointie, dont la pointe doit se trouver tangente au bord de la demi-boule dans ces deux positions. Ce réglage effectué, il reste à amener le centre de la demi-boule sur le prolongement de l'axe de rotation de la lunette en agissant pour cela sur les écrous *e* qui permettent d'exhausser ou d'abaisser celle-ci à volonté. On se sert encore du petit indicateur de centrage; l'aiguille doit indiquer la même division sur le cadran dans toutes les positions que peut occuper la lunette lorsque la pointe d'ivoire est en contact avec la demi-boule.

On peut également faire une autre vérification, qui consiste dans la mesure de l'indice de réfraction de la demi-boule elle-même, avec l'air comme milieu en contact avec la face plane de celle-ci. Si la condition n'est pas remplie, on trouve alors une valeur plus grande ou plus petite que celle indiquée; on peut également grosso-modo s'assurer de ce centrage, en fixant avec un peu de cire sur la lunette une pointe d'ivoire, qui doit rester tangente à la demi-boule dans toutes les positions de la lunette.

Si la demi-sphère n'est pas complètement réglée, il est prudent de ne pas incliner la lunette munie de son objectif au-dessous du plan horizontal, car la lentille de correction rasant pour ainsi dire la surface de la demi-sphère, on risquerait de la détériorer gravement.

La quatrième condition est réalisée avec une approximation suffisante dans la construction de l'appareil.

Quant à la condition n° 5, elle s'obtient en dernier lieu. Pour ceci on utilise la lunette diminuante transformée en microscope, et on vise un point d'un objet placé sur la demi-boule; il doit rester constamment au centre du champ pendant une rotation complète de celle-ci. Si tel n'était pas le cas, on centrerait l'objectif comme s'il s'agissait d'un microscope du premier type; pour cela on desserre les vis *s* et *s'*, et déplace la lunette d'avant en arrière ou on la fait tourner dans la douille qui la contient, jusqu'au moment où le centrage parfait est obtenu, ce qui est aisé, les objectifs étant faiblement grossissants.

**331. Marche d'une mesure.** Le fonctionnement de cet appareil est fort simple. Avec les gros fragments, on place le corps sur la demi-boule, en interposant une goutte de liquide très réfringent[1]. Il est bien évident que la face en contact doit être parfaitement plane, et rigoureusement polie. Puis éclairant la demi-boule par dessous au moyen du miroir *M'*, on relève les positions maxima et minima des limites de réflexion totale, en se servant de la lunette agrandissante si l'état de la surface réfléchissante le permet. Si tel n'est pas le cas, les limites sont floues et il vaut mieux alors employer l'une ou l'autre des deux combinaisons optiques précédemment indiquées. Pour les petits fragments comme les minéraux engagés dans les coupes minces, on choisit l'une des combinaisons de la lunette diminuante que l'on transforme en microscope, ce qui permet, lorsqu'on place cette lunette de façon à ce que son axe soit normal au plan de la demi-boule, de voir directement la section que l'on veut étudier et de la placer au centre du champ de l'instrument. On renverse ensuite la lunette; la section reste toujours visible à travers la demi-boule en l'éclairant par dessous au moyen du miroir *M'*, cependant comme elle se trouve alors inclinée sur l'axe du microscope, tous les points de l'image ne sont pas également nets. On saura qu'elle occupe à peu près la position de réflexion totale, lorsque en inclinant plus ou moins la lunette et en éclairant avec de la lumière blanche, la section prend la teinte vert bleuâtre déjà indiquée. A ce moment on la diaphragme de façon à l'isoler complètement, et après avoir transformé le microscope en lunette, on éclaire l'appareil avec de la lumière monochromatique et on cherche la limite de réflexion totale. Le grossissement à adopter dépend de l'image obtenue. En tournant alors la demi-boule on peut aisément rechercher les maxima et minima des limites de réflexion totale. On fait une première série

[1] Voir note page 387.

d'observations en éclairant la demi-boule de gauche à droite, puis on répète les mêmes mesures en éclairant en sens inverse. La rotation imprimée à la lunette retranchée de 360°, est le double de l'angle limite cherché.

## CHAPITRE XVIII.

## ABSORPTION ET PLÉOCHROÏSME.

**§ 1. Origine de la couleur des corps. § 2. Absorption dans les cristaux, pléochroïsme. § 3. Procédés d'observation des phénomènes.**

### § 1. ORIGINE DE LA COULEUR DES CORPS.

**332. Définition de l'absorption.** Lorsqu'un corps transparent est traversé par de la lumière blanche, il absorbe toujours plus ou moins énergiquement certaines radiations, soit dans la partie visible, soit dans celle invisible du spectre. Si cette absorption se fait sensiblement d'une manière égale pour les différentes radiations visibles, de sorte que leurs proportions relatives dans la lumière transmise restent les mêmes, le corps est dit transparent et incolore. Si au contraire l'absorption se fait d'une manière inégale, entraînant une modification dans les proportions des intensités lumineuses des diverses radiations composantes, la lumière transmise n'est plus blanche, et le corps est alors coloré.

Il peut arriver que certaines radiations soient complètement arrêtées et d'autres simplement atténuées; la lumière colorée transmise sera dans ce cas le résultat d'un mélange de teintes différentes, et l'on pourra se faire une idée qualitative du phénomène en plaçant le corps coloré devant la fente d'un spectroscope. On verra alors un spectre lumineux affaibli ou éteint dans certaines régions, qui renseignera sur la variation de l'absorption avec la longueur d'onde.

Si cette absorption est enfin si énergique qu'elle arrête pour ainsi dire toutes les radiations, le corps est alors dit opaque.

Il convient de remarquer qu'il n'existe pas de corps absolument opaques ou transparents, ces deux propriétés sont en effet relatives. Ainsi les métaux qui sont opaques sous les épaisseurs habituelles, deviennent transparents lorsqu'ils sont obtenus en feuilles excessivement minces. L'eau qui au contraire paraît parfaitement transparente, devient opaque sous une certaine épaisseur.

On peut démontrer que l'intensité lumineuse $I$ que possède au sortir d'une lame d'épaisseur $x$, une radiation de longueur d'onde $\lambda$ déterminée, est représentée par la formule

$$I = I_0 e^{-ax}$$

dans laquelle $I_0$ représente l'intensité initiale, $e$ la base des logarithmes naturels, et $a$ un coefficient qui varie, et dépend de la nature du corps et de la lumière employée.

Cette équation peut encore s'écrire

$$I = I_0 \alpha^x$$

en posant

$$e^{-a} = \alpha .$$

$\alpha$ est appelé coefficient de transmission

La démonstration de cette proposition se fait comme suit: L'intensité lumineuse variant d'une quantité $- ai$ proportionnelle à l'intensité reçue $I$ et à l'épaisseur $dx$, nous aurons:

$$dI = - aIdx ,$$

expression qui donne en intégrant entre les limites $o$ et $x$:

$$I = I_0 e^{-ax} .$$

**333. Origine de la coloration.** La coloration que présentent les minéraux lorsqu'on les examine par transparence, peut tenir à deux causes différentes. Elle peut tout d'abord être due à une propriété du corps inhérente à sa composition chimique, ou à sa structure moléculaire. On sait en effet que la présence de certains éléments entraîne celle de certaines couleurs dans une combinaison déterminée; celles-ci peuvent être différentes dans une seconde combinaison chimiquement identique, mais ayant un autre groupement moléculaire. La couleur que l'on observe dans ce cas est celle propre du minéral.

La coloration peut aussi provenir de la présence de substances étrangères non combinées, et jouant alors le rôle de pigments. Celles-ci peuvent se trouver en particules très fines telles que grains, aiguilles etc. à l'intérieur des corps, ou encore être dissoutes dans le bain générateur du minéral et fixées alors au moment de la cristallisation de celui-ci. On est encore très peu renseigné sur la nature de ces pigments, on sait seulement qu'en quantité assez faible pour ne point modifier les propriétés des corps, ils peuvent cependant leur communiquer une coloration très intense.

## § 2. ABSORPTION DANS LES CRISTAUX. PLÉOCHROÏSME.

**334. Absorption chez les cristaux du système cubique.** Chez les corps isotropes ou appartenant au système cubique, les propriétés optiques générales ne varient pas avec la direction. Il en sera de même pour la coloration. A égale épaisseur, l'absorption sera la même dans toutes les directions, quelle que soit l'orientation du plan de polarisation de la lumière incidente.

**335. Absorption chez les corps biréfringents.** Chez les cristaux biréfringents, un rayon incident donne en général deux rayons réfractés qui jouissent de propriétés différentes. L'absorption ne sera en conséquence pas nécessairement la même pour chacun d'eux, car leur vitesse et leur polarisation ne sont pas identiques. Comme ces deux facteurs changent avec la direction de propagation, on peut s'attendre à ce qu'il en soit de même pour l'absorption. Le cristal est alors pléochroïque, car la couleur qu'il présente par transparence et qui est due à l'absorption de la lumière, varie selon la direction considérée; on pourra s'en convaincre en taillant dans ces cristaux des plaques de même épaisseur, mais d'orientations diverses, que l'on examinera par transparence.

Les minéraux biréfringents qui ont une couleur propre, sont presque toujours polychroïques; ceux qui possèdent une couleur accidentelle ne présentent ce phénomène que lorsqu'il y a association intime de la molécule cristalline avec le colorant. La preuve en est donnée par le fait que l'on peut reproduire artificiellement le pléochroïsme chez des corps naturellement incolores, comme le nitrate de strontium par exemple, en les faisant cristalliser au sein d'une solution colorée de bois de campêche ou de fuchsine[1].

**336. Pléochroïsme chez les cristaux uniaxes.** Les propriétés optiques générales étant disposées symétriquement autour de l'axe principal du cristal qui coïncide avec l'axe de révolution de l'ellipsoïde optique, on peut s'attendre d'après ce qui a été dit, à ce que l'absorption suive une loi analogue. Parmi toutes les directions de propagation possibles suivant lesquelles l'absorption se fera d'une manière différente, il en existe deux particulièrement remarquables, qui se distinguent par l'intensité du phénomène, ce sont celles parallèle ou perpendiculaire à l'axe optique. Une lame taillée normalement à l'axe optique, présente une certaine coloration due à l'absorption qu'éprouve le rayon ordinaire seul; c'est celle nommée par Haïdinger couleur de base. Par contre, une lame taillée parallèlement à l'axe optique, présente en général une autre couleur, due au mélange des teintes que prennent, à la suite de l'absorption, les rayons ordinaire et extraordinaire. Pour distinguer les teintes afférentes à chacun de ces rayons, on peut se servir d'un nicol, qui permet d'écarter à volonté le rayon ordinaire ou extraordinaire transmis. Les plaques taillées obliquement sur l'axe optique, montrent des couleurs intermédiaires en-

[1] de Sénarmont, Compt. rend. acad. scienc. Paris 38. 1854 et Ann. d. chim. et phys. 41. 1854, 319. H. Rosenbusch, Physiographie. 1e édit. 1873, 106. v. Sehherr-Thoss, Wied. Ann. 6. 1879, 270. O. Lehmann, Wied. Ann. 51. 1894, 47. P. Gaubert, Bull. soc. minér. d. Fr. 17. 1894, 121—124.

tre celles obtenues avec les deux lames orientées comme il a été indiqué; au moyen du nicol, il est aisé de constater que le rayon ordinaire garde la même coloration, tandis que celle de l'extraordinaire varie avec l'orientation de la lame. Il y a donc en somme dans un cristal uniaxe, deux *couleurs principales* dues à l'absorption, selon que la lumière qui le traverse a ses vibrations parallèles ou perpendiculaires aux axes principaux $n_g$ et $n_p$ de l'ellipsoïde. Ce phénomène s'appelle dichroïsme; nous aurons toujours deux cas possibles, selon que l'absorption de l'onde ordinaire est plus ou moins énergique que celle de l'onde extraordinaire. La tourmaline est un minéral de la première catégorie, elle absorbe presque totalement la vibration ordinaire pour toutes les radiations, et transmet seulement l'extraordinaire avec une absorption partielle. Cette propriété permet d'employer la tourmaline à l'instar d'un nicol pour obtenir de la lumière polarisée.

**337. Pléochroïsme chez les cristaux biaxes.** Le phénomène de l'absorption présente ici toute sa généralité. Dans le système orthorhombique par exemple, les axes de symétrie du cristal se confondant avec ceux de l'ellipsoïde, il y aura trois directions principales d'absorption parallèles à $n_g$, $n_m$ et $n_p$ et nous aurons ici trichroïsme. Si l'on examine des plaques de même épaisseur, taillées perpendiculairement à l'un ou l'autre des trois indices principaux, elles présenteront en général trois colorations différentes, dues au mélange des teintes que possèdent, après leur absorption, les rayons lumineux transmis dont les vibrations s'effectuent parallèlement aux axes principaux contenus dans le plan de la lame. Dans les sections principales, nous aurons toujours une onde ordinaire se propageant selon les cas avec une vitesse $\frac{1}{n_p}$, $\frac{1}{n_m}$ et $\frac{1}{n_g}$, et une onde extraordinaire marchant avec une vitesse variable. L'onde ordinaire subira une absorption indépendante de sa direction de propagation dans le plan de la section principale, ce n'est plus le cas pour l'onde extraordinaire pour laquelle la coloration évolue entre deux teintes, qui sont celles des ondes ordinaires pour les deux autres sections principales.

Dans le système monoclinique[1], un des axes principaux d'absorption coïncide avec celui de symétrie, les deux autres sont contenus dans le plan normal. L'absorption ne se fait plus symétriquement par rapport à trois axes perpendiculaires entre eux comme dans le système orthorhombique, la dispersion cristalline venant sans doute compliquer le phénomène. Dans le système triclinique on peut s'at-

[1] H. Laspeyres, Zeitsch. f. Kryst. 4. 1886, 440—467. W. Ramsay, id. 13. 1888, 97.

tendre à une complication encore plus grande par suite de l'absence d'axes de symétrie, toutefois pour la pétrographie où l'observation du pléochroïsme n'entre qu'au point de vue qualitatif, on se contente, pour les deux derniers systèmes, de noter la coloration de la lumière transmise lorsque les vibrations incidentes sont parallèles à l'un des trois axes principaux $n_g$, $n_m$ ou $n_p$.

**338. Phénomène des houppes.** Ce phénomène curieux que présentent certains cristaux fortement polychroïques uniaxes ou biaxes lorsqu'ils sont taillés perpendiculairement à l'axe optique, consiste en deux houppes colorées, que l'on observe en plaçant la lame près de l'œil, ou en l'examinent à l'aide d'un système fortement convergent. Le platinocyanure de magnésium qui cristallise dans le système du prisme droit à base carrée, et possède un clivage basique $p = (001)$, se prête particulièrement bien à l'observation des houppes. Ce corps laisse passer les vibrations rouges pour les rayons ordinaires et extraordinaires, tandis que les bleues ne sont transmises qu'en partie pour le rayon ordinaire seulement.

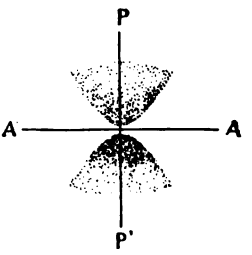


Fig. 460.

Les rayons qui traverseront la lame dans la direction de l'axe optique seront donc colorés en rouge pourpre, le rayon ordinaire étant seul transmis, puis à mesure que ces rayons sont plus inclinés sur cette direction, la proportion du bleu transmis diminue, celle du rouge restant sensiblement constante, la coloration observée est alors la résultante de celle que prennent les rayons ordinaire et extraordinaire. En lumière naturelle, la lame présentera un espace circulaire pourpre entouré de rouge. En lumière polarisée dont les vibrations s'effectuent par exemple parallèlement à $AA'$ (fig. 460), tous les rayons obliques contenus dans le plan $AA'$ traversent la lame en qualité d'extraordinaires et ne contiennent pas de bleu, tandis que ceux contenus dans $PP'$ sont les ordinaires et contiennent à la fois du rouge et du bleu. On verra donc sur le fond pourpre du champ deux houppes rouges, dont les sommets sont placés sur la trace de la section principale du polariseur.

**339. Auréoles polychroïques.** Chez certains minéraux polychroïques, on observe fréquemment des taches de forme arrondie, qui sont généralement de couleur plus foncée que celle du milieu environnant et toujours plus fortement polychroïques; ces taches entourent d'habitude une inclusion microscopique, l'orientation optique y est celle du minéral englobant. Ces auréoles polychroïques se

développent de préférence autour de certains minéraux, et ont été observées pour la première fois par H. ROSENBUSCH[1] dans la cordiérite, l'andalousite, le mica et le diopside. D'autres auteurs notamment M. MICHEL-LÉVY[2], puis MM. TRAUBE, COHEN, etc. les ont également trouvées dans la biotite, la tourmaline, l'augite, etc. La liaison de ces auréoles avec certaines inclusions spéciales a été mise en évidence par M. MICHEL-LÉVY, qui a montré que divers minéraux inclus dans d'autres y développaient constamment ce genre de phénomène. Tel est le cas par exemple pour le zircon et l'allanite dans la biotite, ou encore pour la dumortiérite dans la cordiérite. L'apatite, le rutile et la cassitérite à l'état de microlithes, paraissent produire également des auréoles de même nature.

L'origine première des auréoles polychroïques est encore assez problématique. Certains auteurs les attribuent à la concentration locale d'un pigment organique, et basent leur opinion sur le fait qu'elles disparaissent avec la chaleur; ceci n'est cependant pas général, car M. MICHEL-LÉVY a démontré que tel n'est point le cas pour la biotite; seul un traitement prolongé par l'acide chlorhydrique concentré qui désagrège à peu près le mica, les fait disparaître. L'auteur en question pense que les auréoles ne proviennent point d'une concentration pigmentaire, mais qu'elles sont sans doute le résultat d'un enrichissement local du minéral englobant en certains éléments chimiques chromogènes, notamment en molécules de combinaisons riches en fer. Il est à remarquer que les propriétés optiques du minéral englobant sont légèrement modifiées sur la portion qui forme l'auréole; la biréfringence notamment y est tantôt plus forte, tantôt plus faible. Sur les auréoles de la cordiérite de Bodenmais, M. WÜLFING a trouvé que la biréfringence mesurée au compensateur était de $\frac{1}{10}$ plus faible que celle obtenue sur le minéral lui-même; des observations analogues ont été faites par M. MICHEL-LÉVY.

## § 3. PROCÉDÉS D'OBSERVATION DES PHÉNOMÈNES.

**340. Utilisation de la loupe dichroscopique, ou du microscope polarisant.** Lorsqu'il s'agit de constater le polychroïsme, ou de déterminer la couleur de la lumière transmise par la lame en vibrant parallèlement à l'une ou l'autre des sections principales de celle-ci, on peut se servir de la loupe dichroscopique de HAIDINGER[3] (fig. 461).

[1] H. ROSENBUSCH, Die Steiger-Schiefer. Strassburg. 1877, 221. Physiographie. 2e édit. 1885, 191.

[2] A. MICHEL-LÉVY, Compt. rend. acad. scienc. Paris 94. 1882, 1196; 109. 1889. 975. Voir aussi H. TRAUBE, N. Jahrb. f. Min. 1. 1890, 186—188. COHEN, id. 1. 1888, 166.

[3] HAIDINGER, Pogg. Ann. 65. 1845, 1.

Celle-ci se compose d'un tube métallique contenant un spath; l'une de ses extrémités est occupée par un diaphragme, l'autre par une loupe. En regardant au travers de l'appareil, on voit, par suite de la double réfraction du spath, deux images contiguës de l'ouverture du diaphragme; les vibrations qui leur correspondent sont polarisées à angle droit, parallèlement et perpendiculairement à la section principale du spath. Si la lame est placée contre l'ouverture de façon à ce que le plan de polarisation des rayons que transmet le spath contiennent ses directions d'extinction, les deux images juxtaposées sont différemment colorées, car elles sont formées par des rayons dont les vibrations sont parallèles à l'une ou l'autre de ces directions. La juxtaposition des images permet d'observer de très petites différences dans les nuances.

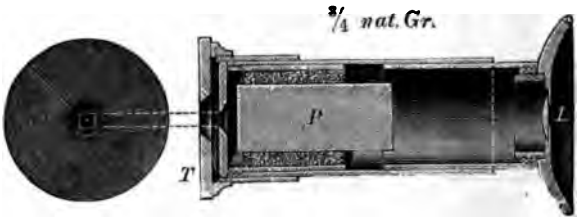


Fig. 461. Loupe dichroscopique d'Haidinger. Modèle de la maison Fuess à Berlin.

Si l'on tourne la lame dans son propre plan, les deux images changent de teinte; à 45° elles sont de même coloration.

On peut aussi, pour déterminer les couleurs d'absorption, faire usage du microscope polarisant; c'est le procédé usuel en pétrographie. Pour cela, on place la lame sur la platine, puis on dispose l'un de ses axes $n_g'$ ou $n_p'$ parallèlement à la section principale du polariseur dont l'orientation doit être connue. On enlève l'analyseur, et on examine la couleur transmise par transparence; on tourne ensuite la lame de 90° pour pouvoir observer la coloration suivant la direction perpendiculaire. Il est évident que pour obtenir les couleurs d'absorption parallèlement aux axes $n_g$, $n_m$ ou $n_p$, il faut opérer avec des plaques orientées, sur lesquelles on détermine préalablement par le procédé connu (a. 180, p. 196), la direction des indices principaux. Pour les cristaux uniaxes une seule plaque suffit, c'est celle parallèle à l'axe optique puisqu'elle contient les deux indices principaux $n_g$ et $n_p$. Pour les cristaux biaxes, deux plaques parallèles à deux des plans principaux $n_g\, n_p$, $n_m\, n_g$, $n_m\, n_p$ seront nécessaires pour obtenir les trois teintes d'absorption parallèlement à $n_g$, $n_m$ et $n_p$.

On peut également combiner, comme l'a proposé M. Rosenbusch[1], la loupe dichroscopique avec le microscope polarisant; pour ceci on

[1] H. Rosenbusch, Mikroskopische Physiographie. 1e édit. 1873, 105.

introduit dans un oculaire négatif (fig. 462), un prisme de spath taillé de façon à ce que sa base soit normale à l'axe optique de l'instrument; un diaphragme est placé dans une position convenable au-dessous de ce prisme. Si après avoir écarté le polariseur on examine la lame placée sous l'objectif, son image qui se forme dans le plan du diaphragme, paraîtra double, et permettra une comparaison immédiate des deux teintes d'absorption parallèlement aux lignes d'extinction de la lame.

Fig. 462. Oculaire dichroscopique d'après M. Rosenbusch. Modèle de la maison R. Fuess à Berlin.

**341. Analyse de la couleur produite.** Si maintenent on veut analyser la lumière transmise, on se servira d'un spectroscope, sur la fente duquel on dirige la lumière polarisée traversant le cristal parallèlement à une direction déterminée. On peut aussi employer l'oculaire spectroscopique d'Abbe (fig. 463 et 464) décrit (a. 173, p. 183) que l'on adapte au microscope polarisant à l'instar d'un oculaire ordinaire. Le corps à étudier est placé sur la platine, et la direction d'extinction suivant laquelle on veut observer l'absorption, est disposée parallèlement à la section principale du polariseur. Il est aisé d'observer alors les radiations qui sont absorbées, et d'en re-

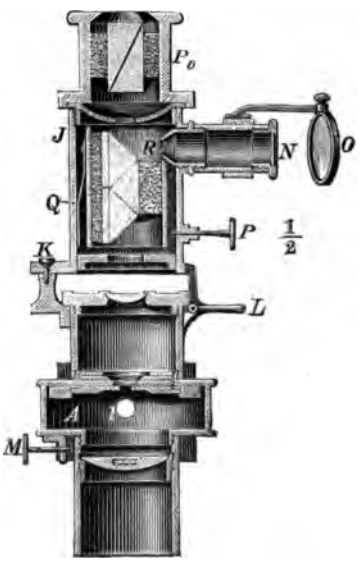



Fig. 463.

Fig. 464. Oculaire spectroscopique d'Abbe (C. Zeiss à Jena).

pérer la longueur d'onde au moyen de l'échelle d'Angström. Avec cet appareil, on peut nettement voir dans la monazite en coupe

mince, les bandes d'absorption caractéristiques du néodyme et du praséodyme; on peut aussi observer les bandes de l'erbium dans le xénotime.[1] Enfin lorsqu'on se propose de mesurer quantitativement les intensités lumineuses des radiations transmises dans les différentes régions du spectre, on se sert alors des spectrophotomètres. Il en existe différentes espèces, l'un des mieux appropriés à ce genre de travaux est le spectrophotomètre de GLAN.

**342. Spectrophotomètre de Glan**[2] (fig. 465). Cet appareil peut être monté sur un spectromètre quelconque. Pour cela on adapte sur

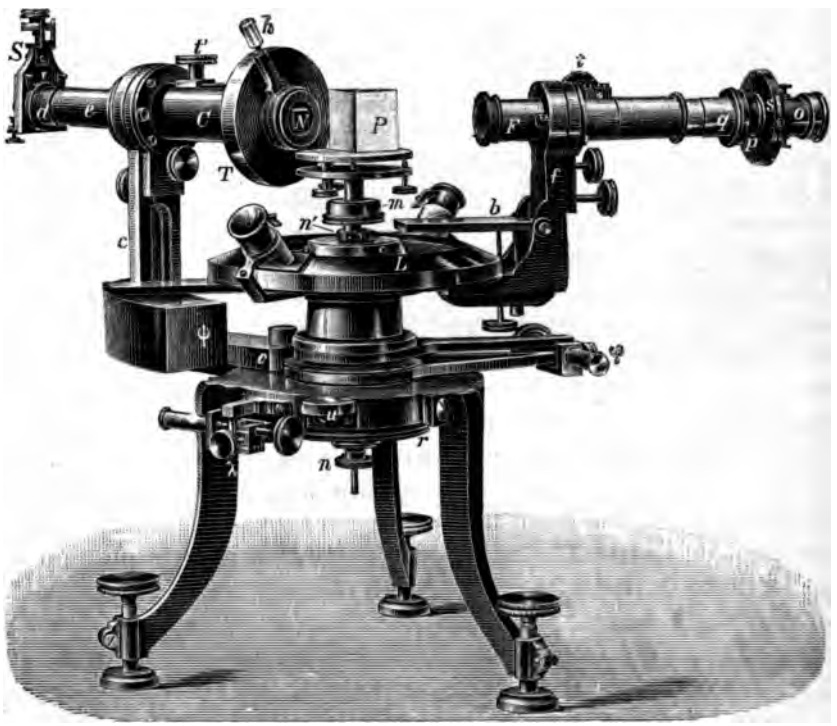



Fig. 465. Spectrophotomètre de GLAN, monté sur un goniomètre de la maison R. FUESS à Berlin.

le collimateur et en avant de l'objectif, un prisme de ROCHON ou de WOLLASTON $R$, (fig. 466) suivi immédiatement d'un nicol $N$ monté sur un cercle gradué $G$. La fente $f$ du collimateur est partagée en deux

[1] ALLEN DICK and O. DERBY, Proceed. Rochester Acad. 1. 1891, 204. H. RÖSSLER, N. Jahrb. f. Min. Beil.-Bd. 15. 1902, 269.

[2] P. GLAN, Ann. d. Phys. N. F. 1. 1877, 351. TH. LIEBISCH, Phys. Krystallogr. 1891, 520.

mince, les bandes d'absorption caractéristiques du néodyme et [illegible] séodyme; on peut aussi observer les bandes de l'erbium [illegible] notime.[1] Enfin lorsqu'on se propose de mesurer quantitativement [illegible] intensités lumineuses des radiations transmises dans les différentes régions du spectre, on se sert alors des spectrophotomètres [illegible] existe différentes espèces, l'un des mieux appropriés à [illegible] travaux est le spectrophotomètre de Glan.

**342. Spectrophotomètre de Glan**[2] **(fig. 465).** Cet appareil [illegible] monté sur un spectromètre quelconque. Pour [illegible]

Fig. 465. Spec[illegible]

[illegible] au
[illegible] ait
[illegible] de

[illegible] nt, on
[illegible] demi-
[illegible] lui soit
[illegible] orientation
[illegible] $n_p$ ont été

[illegible] ur s'est pro-
[illegible] ande précision
[illegible] on sur de très
[illegible] ource lumineuse
[illegible] es rectangulaires,
[illegible] nne quatre images,
[illegible] l'une est en partie
[illegible] d'observation vise
[illegible] façon à écarter les
[illegible] que celles superposées.
[illegible] centimètres de foyer,
[illegible] mobile (fig. 468); elle est
[illegible] mouvoir pour la placer

parties par une bande de métal d'une certaine largeur. Les rayons lumineux émanant de chaque partie de la fente se dédoublent, en traversant le rochon, en deux faisceaux polarisés perpendiculairement; l'on voit ainsi deux images de chaque partie de la fente; soit *Es*

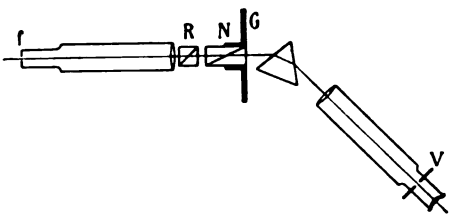



Fig. 466.

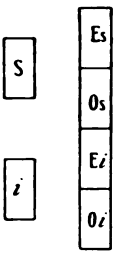



Fig. 467.

et *Os*, *Ei* et *Oi* (fig. 467) celles qui correspondent respectivement à chaque moitié, supérieure *i* et inférieure *s*. La largeur de la bande de métal a de plus été choisie de façon à ce que les deux images *Os* et *Ei* se trouvent immédiatement en contact. Si l'on examine ces images avec la lunette du spectroscope, après que les rayons qui leur correspondent ont traversé le prisme, on voit quatre spectres lumineux juxtaposés, dont on élimine les deux extrêmes par un diaphragme placé dans l'oculaire de la lunette. Pour faciliter les mesures, il est avantageux de munir celle-ci d'une fente de Vierordt *V* (fig. 465), qui sert à limiter l'étendue du spectre aux parties que l'on veut examiner. C'est une fente de largeur réglable, qui se place dans le plan focal de l'objectif. On détermine préalablement la position que doit occuper le nicol pour que l'un des spectres dont les vibrations sont polarisées parallèlement à la fente soit complètement éteint, *Os* par exemple, ce qui détermine le zéro de l'appareil. Puis on tourne ce nicol d'un angle variable $\alpha$, qui est voisin de 45°, de façon à trouver une position pour laquelle l'intensité lumineuse des deux spectres est la même; les deux moitiés de la fente sont alors également éclairées. En désignant par $a_s$ et $a_i$ les coefficients d'affaiblissement des images qui ne sont pas nécessairement les mêmes, nous aurons:

$$a_s \sin^2 \alpha = a_i \cos^2 \alpha. \tag{1}$$

Pour établir maintenant l'absorption à travers une lame quelconque monoréfringente, on la place de façon à ce quelle recouvre une des moitiés de la fente, celle inférieure par exemple, et on éclaire les deux demi-fentes par une même lumière. Pour ramener l'égale

intensité lumineuse pour la partie correspondante des deux spectres juxtaposés, il faudra tourner le nicol d'un angle $\beta$ à partir de sa position zéro. Si l'on désigne par $I_i$ et $I_s$ les intensités lumineuses des rayons traversant l'appareil, nous aurons dans les mêmes portions des spectres $Ei$ et $Os$ l'égalité:

$$I_s\, a_s \sin^2\beta = I_i\, a_i \cos^2\beta$$

d'où

$$\frac{I_s}{I_i} = \frac{a_i}{a_s} \operatorname{cotg}^2\beta,$$

qui donne enfin, si l'on tient compte de (1):

$$\frac{I_s}{I_i} = \operatorname{tang}^2\alpha \operatorname{cotg}^2\beta. \tag{2}$$

Pour l'exactitude des mesures, il est nécessaire que les spectres à comparer soient immédiatement en contact; il faut de plus limiter l'étendue des spectres à la portion que l'on veut examiner, ce qu'on réalise à l'aide de la fente de Vierordt logée dans l'oculaire de la lunette.

Pour éliminer l'erreur qui pourrait résulter du fait que le faisceau émergent ne coïncide pas avec l'axe de rotation du nicol, on fait deux observations pour deux positions de celui-ci à 180° l'une de l'autre, et on prend la moyenne.

S'il s'agit de déterminer l'absorption d'un corps biréfringent, on procède de même, mais en plaçant la lame devant l'une des demi-fentes de façon à ce que chacune de ses lignes d'extinction lui soit successivement parallèle. Il faut avoir des plaques d'orientation connue, sur lesquelles les positions des lignes $n_g$, $n_m$ et $n_p$ ont été repérées préalablement.

**343. Microphotomètre de M. Königsberger.**[1] L'auteur s'est proposé en construisant cet appareil, d'atteindre une grande précision dans les mesures, et de pouvoir évaluer l'absorption sur de très petites surfaces ($\frac{1}{2}$ à 1 m.m.$^2$) tout en utilisant une source lumineuse quelconque. Un diaphragme muni de deux ouvertures rectangulaires, est placé derrière un prisme de calcite qui en donne quatre images, disposées de telle façon que l'extraordinaire de l'une est en partie superposée à l'ordinaire de l'autre. Une lunette d'observation vise l'orifice, elle est munie d'un diaphragme de façon à écarter les images extrêmes et à ne laisser visibles que celles superposées. Cette lunette est formée d'un objectif de 9 centimètres de foyer, d'un oculaire $F$, et d'un analyseur $N$ immobile (fig. 468); elle est montée sur un support qui permet de la mouvoir pour la placer

[1] Königsberger, Zeitsch. f. Instrum. 21. 1901, 129.

normalement sur la face terminale du prisme de calcite. En avant ou en arrière de l'objectif se trouve une double lame de SAVART, qui donne, en lumière polarisée faiblement convergente, des franges d'interférence parallèles; celles-ci disparaissent lorsque les intensités lumineuses des rayons extraordinaire et ordinaire de l'image de recouvrement sont les mêmes. Si donc les deux orifices du diaphragme reçoivent la même quantité de lumière, les franges de SAVART sont invisibles; elles apparaissent au contraire immédiatement si l'on recouvre l'un des orifices avec le corps à examiner. On évaluera l'absorption par l'atténuation qu'il faut apporter à la lumière transmise

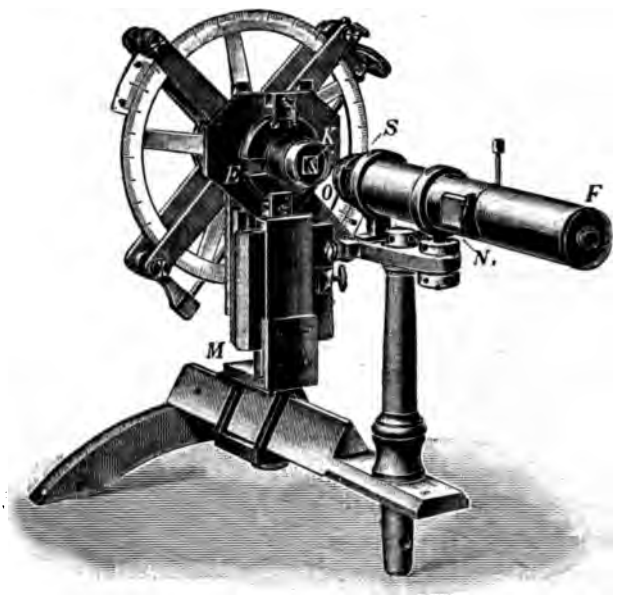



Fig. 468.

par l'autre orifice pour amener la disparition des franges, et on se servira pour cela d'un coin de verre enfumé qu'on introduit en *E*, après l'avoir préalablement taré. On pourrait également dans le même but, se servir d'un polariseur mobile monté sur un cercle gradué, en opérant alors suivant le procédé indiqué à propos de l'appareil de GLAN. Les coins de verre enfumé sont recouverts par des coins semblables de verre incolore et de même indice, de façon à former une lame à faces parallèles, ce qui supprime la différence de réfraction produite sur le trajet des rayons lumineux par l'introduction de biseaux dont l'épaisseur varie à chaque instant. Ils portent sur leur monture métallique une graduation en millimètres. Pour tarer ces

coins, on procède comme suit: On fixe d'abord dans les quatre quadrants la position du polariseur qui amène la disparition des franges de SAVART dans l'appareil, on obtient quatre valeurs que nous appellerons I, II, III, IV, on prend la moyenne entre les observations I et III, puis entre II et IV soit $a$ et $b$ les valeurs obtenues on divise par 2 la différence $b - a$; on obtient ainsi un angle $\alpha$ peu différent de 45°. On introduit ensuite le coin à tarer jusqu'à un certain point de sa graduation de façon à faire apparaître les franges de SAVART, puis on les fait disparaître par une rotation $\varphi$ du polariseur, mesurée comme précédemment dans les quatre quadrants. Le rapport $d$ des intensités lumineuses entre la lumière transmise et celle incidente sera:

$$d = \frac{\operatorname{tang}^2 \varphi}{\operatorname{tang}^2 \alpha}.$$

On répète l'opération pour un certain nombre de points de la graduation, et on construit une courbe qui doit être faite pour chaque radiation particulière.

La détermination de l'absorption se fera exactement de la même façon; la valeur de celle-ci se déduira immédiatement de la graduation que l'on relèvera sur le coin taré. Pour les corps biréfringents, il faudra, comme précédemment, opérer sur des plaques orientées, et placer successivement les lignes d'extinction parallèlement aux côtés de l'une des ouvertures rectangulaires.

## CHAPITRE XIX.

## POLARISATION ROTATOIRE.

§ 1. Faits expérimentaux. § 2. Mesure des rotations. § 3. Cristaux doués de polarisation rotatoire examinés en lumière convergente. § 4. Théorie de la polarisation rotatoire. § 5. Énoncé sommaire des corps cristallisés qui possèdent la polarisation rotatoire.

### § 1. FAITS EXPÉRIMENTAUX.

**344. Définition du phénomène. Lois de Biot.** Nous avons vu que les cristaux isotropes ou les lames taillées normalement à l'axe optique de certains cristaux uniaxes, ne rétablissent pas la lumière entre les nicols croisés. Certains corps cependant font exception à cette règle, tel est le cas par exemple pour le chlorate de soude cubique, ou le quartz rhomboédrique; les cristaux taillés en lames suffisamment épaisses, rétablissent la lumière entre les nicols croisés, l'appareil étant éclairé avec une source de lumière monochromatique. Ce phénomène est d'ailleurs absolument distinct de celui de la double réfraction, car une rotation de la lame dans son propre plan ne produit pas de change-

ment dans l'intensité lumineuse. Par contre, une rotation convenable de l'analyseur ou du polariseur, ramène l'obscurité dans le champ de l'appareil.

Ce phénomène particulier s'explique en admettant que la vibration incidente *a* (fig. 469) éprouve en traversant la lame, une certaine rotation, de sorte qu'au sortir de celle-ci elle s'effectue suivant une autre direction *b* faisant avec *a* un angle $\alpha$. Elle n'est dès lors plus perpendiculaire à la section principale de l'analyseur; en pénétrant dans celui-ci, elle s'y décomposera forcément en rétablissant la lumière. L'extinction ne pourra être obtenue alors qu'en tournant l'analyseur d'un même angle, dans le sens de la rotation imprimée, de façon à placer sa section principale perpendiculairement sur la vibration émergente *b*.

La normale à la lame étant, comme l'on sait, un axe de symétrie optique, la rotation de la plaque dans son propre plan ne pourra produire aucune modification du phénomène. Il est évident d'ailleurs que si la vibration éprouve une rotation mesurée par l'angle $\alpha$, le plan de polarisation tourne autour du rayon du même angle.

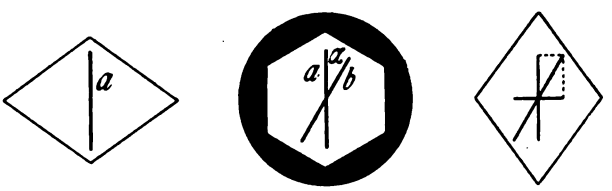



Fig. 469.

Les lois du phénomène ont été données par Biot[1], et se résument comme suit:

1° L'angle de rotation est proportionnel à l'épaisseur de la lame.

2° Le sens et la grandeur de l'angle ne changent pas lorsque l'on retourne la lame face pour face, l'observateur regardant dans la direction d'où vient le rayon.

3° A épaisseur égale, la rotation est la même pour tous les cristaux d'un même corps, mais son sens est variable. Il existe deux espèces de cristaux; dans les uns appelés dextrogyres, la rotation se fait dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, dans les autres appelés lévogyres, elle se fait en sens inverse.

4° La rotation, pour une épaisseur donnée, varie à peu près en raison inverse du carré de la longueur d'onde de la lumière employée.

[1] F. Arago, Œuvres complètes 10. 36. J. B. Biot, Mém. de la Cl. des scienc. math. et phys. de l'inst. impér. de France 13. 1812, 218 et Mém. de l'acad. roy. d. scienc. de l'Institut de France 2. 1817, 41; 1815.

**345. Observation en lumière blanche.** Dans ce cas, la lumière rétablie par un cristal doué de polarisation rotatoire est colorée. En effet, chaque vibration subissant, en vertu de la quatrième loi de Biot, une rotation différente, sera transmise avec une intensité différente également, exprimée par la relation:

$$I'' = I \cos^2 \alpha$$

dans laquelle $\alpha$ mesure l'angle compris entre la vibration émanant de la lame et la section principale de l'analyseur; cet angle est complémentaire de celui de rotation. Celles d'entre ces vibrations qui sont perpendiculaires à la section principale de l'analyseur et pour lesquelles par conséquent $\alpha = 90°$, sont complètement arrêtées, et font défaut dans la lumière transmise; les autres passent partiellement. La couleur observée ne sera pas modifiée par rotation de la lame dans son plan; elle change au contraire si l'on tourne l'analyseur, car suivant les différentes positions qu'occupe la section principale de celui-ci, d'autres radiations se trouveront éliminées. Si la rotation de l'analyseur s'effectue dans le sens de celle imprimée aux vibrations par la lame, les couleurs se succèdent dans un ordre qu'il est facile de prévoir, et qui fournit un moyen délicat pour reconnaître le sens de la rotation.

Prenons par exemple un cristal dextrogyre; en tournant l'analyseur, placé primitivement à l'extinction, dans le sens de la rotation des aiguilles d'une montre, on éteindra successivement les différentes radiations du spectre dans l'ordre de leurs longueurs d'onde décroissantes, et la teinte complémentaire apparaîtra dans chaque cas. La lumière transmise sera donc successivement verte, bleue, violette, rouge, orangé et enfin jaune. De cette observation se dégage la règle importante qui suit: *Le sens de la rotation de la lame est indiqué par celui de la rotation que l'on doit imprimer à l'analyseur, pour passer directement du violet au rouge.*

Quant à la nature de la lumière transmise, elle pourra être reconnue au moyen de l'oculaire spectroscopique (a. 193, p. 183); les radiations éliminées détermineront dans le spectre de celle-ci des bandes obscures, dont la position sera aisée à repèrer.

L'épaisseur de la lame active joue un grand rôle dans le phénomène de coloration; si elle est faible, les rotations étant très petites pour chacune des radiations composant la lumière blanche, leurs plans de vibration seront peu écartés les uns des autres, et l'analyseur éteint sensiblement toutes les radiations simultanément. Si l'épaisseur est telle, que les plans de vibration se répartissent pour les différentes couleurs sur une demi-circonférence, dans chacune de ses positions l'analyseur n'éteindra qu'une seule radiation, et les teintes de la

lumière transmise seront vives, et disposées dans l'ordre indiqué. Si enfin les rotations s'échelonnent sur 2, 3... $n$ demi-circonférences, l'analyseur éliminera successivement 2, 3 . . . $n$ radiations simultanément; les colorations s'atténuent alors et la lumière transmise se rapproche sensiblement du blanc au fur et à mesure de l'accroissement de l'épaisseur; elle y passe complètement, lorsque les radiations qui traversent sont en proportion voulue pour former le blanc d'ordre supérieur.

**346. Teinte sensible.** Avec une plaque d'épaisseur convenable pour donner de vives colorations, et lorsque l'analyseur est placé dans la position pour laquelle les rayons jaunes sont arrêtés, on obtient une teinte violacée dite *teinte sensible*, qui vire très rapidement au rouge ou au bleu pour le plus faible déplacement de l'analyseur. Aux nicols croisés, cette coloration est obtenue avec une lame de quartz d'épaisseur 7.5 mm; aux nicols parallèles, la même teinte est donnée par une plaque de 3.75. Les fig. 470 et 471 montrent les rotations des différentes radiations du spectre avec ces deux lames. Les teintes sensibles peuvent être employées pour reconnaître de faibles rotations; on en augmente la sensibilité en juxtaposant deux lames de même épaisseur, l'une lévogyre, l'autre dextrogyre; la plus faible rotation introduite par un corps placé sur le trajet des rayons, fait virer l'une des teintes au bleu et l'autre au rouge. Cette disposition est utilisée dans l'oculaire de Bertrand (a. 60, p. 165).

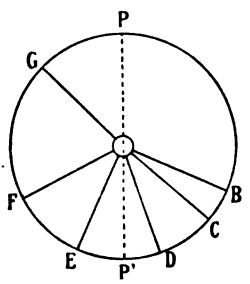


Fig. 470.

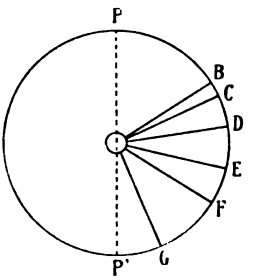


Fig. 471.

## § 2. MESURE DES ROTATIONS.

**347. Généralités.** Pour mesurer la rotation produite pour une plaque d'épaisseur connue sur une lumière de longueur d'onde déterminée, on peut utiliser un microscope polarisant à lumière parallèle, éclairé par une source de lumière monochromatique quelconque, mais un analyseur mobile muni d'un cercle gradué est alors nécessaire. L'angle de rotation est celui dont il faut tourner cet analyseur pour ramener l'obscurité dans l'appareil, dont les nicols ont été préalablement croisés. Comme selon l'épaisseur, les rotations peuvent passer par $\pi$, $2\pi$ etc. sans qu'on en soit averti, il est nécessaire d'expérimenter sur plusieurs lames d'épaisseurs différentes et de comparer ensuite les résultats. On exprime les rotations par millimètre d'épaisseur.

Ce procédé comme tous ceux basés sur l'extinction de la lumière par un nicol, est peu sensible; aussi lui a-t-on substitué d'autres méthodes en vue d'obtenir plus d'exactitude. Dans la plupart des appareils utilisés, on intercale sur le trajet des rayons, des systèmes sensibles pour permettre d'apprécier avec plus d'exactitude le moment où la section principale de l'analyseur arrête la vibration transmise. Ces dispositifs sont utilisés dans des appareils spéciaux les polarimètres, permettant d'étudier aussi bien les cristaux actifs que les solutions ou les liquides possédant le pouvoir rotatoire.

**348. Polarimètre de Wild.** Le corps actif à examiner se place dans cet appareil en *M*, à la suite d'un nicol polariseur *P* (fig. 472). Les rayons qui l'ont traversé sont examinés après leur passage dans un polariscope de Savart *S* à l'aide d'une petite lunette de Galilée. Ce polariscope se compose d'un analyseur *A* et de deux lames de quartz *S* inclinées de 45° sur l'axe optique du minéral, et superposées après croisement préalable de leurs sections principales.

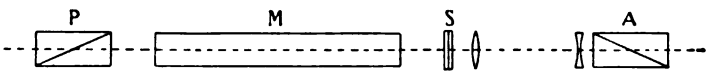



Fig. 472.

Lorsqu'on reçoit sur cette lame un faisceau de rayons polarisés faiblement convergents, on aperçoit un système de franges d'interférence parallèles, qui disparaissent lorsque le plan de polarisation des rayons incidents est parallèle à l'une des sections principales des lames.

Pour les mesures, il faut d'abord fixer la position du zéro du cercle gradué lié au polariseur, en se basant pour cela sur ce qui vient d'être dit; puis on interpose le corps actif, et l'on cherche la rotation qu'il faut imprimer au dit polariseur qui est mobile, pour faire disparaître les franges de Savart.

**349. Polarimètre de Laurent.** Dans cet appareil, la partie sensible est une lame *m* de quartz, de gypse ou de mica, donnant un retard de $\frac{\lambda}{2}$ pour le jaune moyen. Elle recouvre à moitié l'orifice d'un diaphragme *D* (fig. 473) placé entre le polariseur *P* et l'analyseur *A*. L'observation se fait au moyen d'une petite lunette placée derrière l'analyseur, et mise au point sur le diaphragme. Dans ces conditions, si l'on éclaire l'appareil avec de la lumière monochromatique jaune, le champ paraîtra divisé en deux parties d'inégale intensité lumineuse pour une position quelconque de l'analyseur, lorsque les lignes d'extinction de

la lame de quartz font un certain angle avec la section principale du polariseur. Si les nicols sont croisés, le champ est obscur seulement dans la partie qui n'est pas recouverte par la lamelle cristalline, et par une rotation convenable de l'analyseur, on pourra toujours

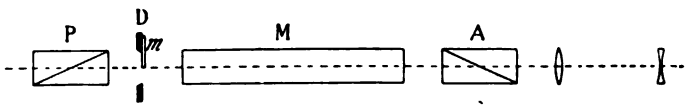



Fig. 473.

trouver une position de celui-ci pour laquelle l'intensité lumineuse est la même dans les deux parties du champ. L'introduction d'un corps actif aura pour effet de détruire cette égalité et la rotation de celui-ci se déduira de celle communiquée à l'analyseur pour rétablir l'égal éclairement.

**350. Polarimètre de Lippich.** Cet appareil comme le précédent, est à pénombre, mais la lame sensible est ici remplacée par un nicol *N* placé (fig. 474) derrière le polariseur de façon à ce que sa section principale fasse avec celle de ce dernier un petit angle. En *A* se

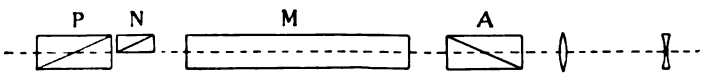



Fig. 474.

trouve l'analyseur suivi de la lunette d'observation. En éclairant l'appareil par de la lumière monochromatique, le champ paraîtra uniformément éclairé si la section principale de l'analyseur est perpendiculaire sur la bissectrice de l'angle compris entre celles du nicol *N* et du polariseur *P*.

**351. Polarimètre de Soleil.** Cet appareil, contrairement aux précédents, s'emploie avec de la lumière blanche; il mesure les rotations pour le jaune moyen, radiation qui est éliminée lorsqu'il y a

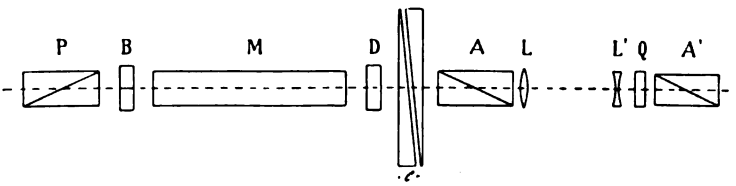



Fig. 475.

formation de la teinte sensible. Il se compose d'un polariseur *P* (fig. 475), suivi d'une lame sensible *B* de 7.5 mm. formée par une lame de quartz dextrogyre et une autre lévogyre d'épaisseur égale. Le

corps actif $M$ se place derrière ce biquartz; il est suivi d'un compensateur de SOLEIL et d'un analyseur. Le compensateur consiste en une lame de quartz dextrogyre $D$, d'une certaine épaisseur, surmontée d'une lame lévogyre, formée elle-même par deux coins pouvant glisser l'un sur l'autre, ce qui permet de réaliser une épaisseur du quartz lévogyre pouvant varier entre zéro et $2e$ (fig. 475). Ces deux coins se meuvent en sens contraire l'un de l'autre sous l'action d'une crémaillère; l'un porte une graduation, l'autre un vernier. Ce compensateur permet, comme on le comprend, de produire à volonté une rotation dextrogyre ou lévogyre, en diminuant ou augmentant l'épaisseur de la plaque gauche; lorsque les épaisseurs des deux lames sont les mêmes, leurs rotations sont égales et de signe contraire; elles s'annulent par conséquent et le champ de l'instrument éclairé par une source de lumière blanche, paraîtra uniformément coloré en violet par l'action de la teinte sensible. L'introduction d'un corps actif détruit cette uniformité, car sa rotation s'ajoute et se retranche à l'une et à l'autre des lames du biquartz, et le champ de l'appareil devient bicolore.

On peut alors déduire la rotation du déplacement que l'on doit communiquer aux biseaux de quartz pour compenser celle-ci, et ramener la teinte violette uniforme. Comme la couleur la plus sensible, c'est-à-dire celle qui permet d'évaluer de très faibles différences de coloration, n'est pas la même pour tous les yeux, SOLEIL place, à la suite de l'analyseur $A$, une lame de quartz $Q$ normale à l'axe, suivie d'un nouveau nicol $A'$. $A$ fait l'office d'un polariseur vis-à-vis de la lame $Q$ qui donne alors une teinte dépendant de l'orientation de $A'$. Une petite lunette de GALILÉE composée des lentilles $L$ et $L'$, est mise au point pour l'observation sur le biquartz.

**352. Observations relatives aux polarimètres.** Les divers appareils dont il vient d'être question, permettent de mesurer les rotations avec une grande précision. Celui de WILD serait très exact, mais fatigue la vue; de plus la persistance des images sur la rétine permet difficilement d'apprécier le moment de la disparition des franges. L'appareil de LAURENT se prête très bien aux mesures, à condition que le retard de la lame de quartz soit égal à un $\frac{1}{2}\lambda$ de la lumière employée; une même lame ne peut donc être utilisée pour toutes les radiations. Pour régler sa sensibilité, la lame de quartz est généralement montée sur un tambour permettant de la faire tourner dans son plan.

L'appareil de LIPPICH est d'un usage plus général, sa sensibilité est indépendante de la longueur d'onde et peut être modifiée à volonté par la rotation du nicol $N$. Quant à l'appareil de SOLEIL, il n'est applicable avec avantage qu'aux corps dont la dispersion rotatoire est la même

que celle du quartz, comme le sucre de canne par exemple. De plus, dans cet appareil, les rotations sont mesurées pour la radiation du jaune qui est éliminée dans la production de la teinte sensible, et dont on ne peut pas déterminer avec précision la longueur d'onde.

**353. Méthode de Broch.**[1] Ce procédé consiste à étudier, à l'aide d'un spectroscope, la teinte de la lumière transmise par l'analyseur placé devant la fente du collimateur (fig. 476). L'appareil se compose donc d'un polariseur *P*, du corps actif *C*, de l'analyseur *A* muni d'un cercle gradué *G*, et d'un spectroscope; le collimateur de ce dernier a sa fente en *f*, le prisme se trouve en *p* et la lunette d'observation en *l*. En éclairant l'appareil avec de la lumière blanche, l'on voit dans le spectre produit des bandes obscures, qui occupent la position qu'ont les radiations éliminées. Si on tourne alors l'analyseur, on arrête successivement des radiations de longueurs d'onde différentes, et l'on voit

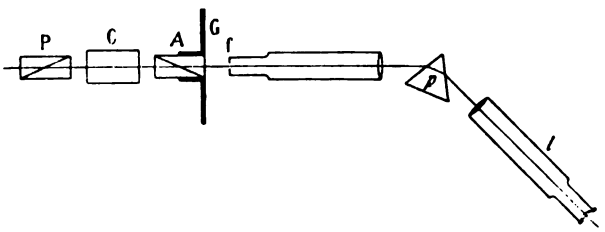



Fig. 476.

ces bandes se déplacer du rouge vers le violet. La rotation éprouvée pour une radiation de longueur d'onde quelconque correspondant à celle d'une raie de Fraunhofer, se déduit de l'angle dont il faut tourner l'analyseur pour amener la bande obscure en coïncidence avec cette raie. Cette rotation devra, selon les cas, être additionnée d'un nombre entier de demi-circonférences qui se déduira de l'observation du nombre des bandes obscures visibles dans le spectre. Le tableau suivant donne l'angle de rotation $\alpha$ du quartz par millimètre d'épaisseur.

| Ligne de Fraunhofer | Broch | Stephan | von Lang ($t = 21°$) |
|---|---|---|---|
| *B* | 15°30′ | 15°55′ | — |
| *C* | 17 24 | 17 22 | 17°299 |
| *D* | 21 67 | 21 67 | 21 727 |
| *E* | 27 46 | 27 46 | — |
| *F* | 32 50 | 32 69 | 32 722 |
| *G* | 42 20 | 42 37 | — |
| *H* | - | 50 98 | — |

[1] Broch, Doves Rep. d. Phys. 7. 1846, 91, 113. Ann. d. chim. et phys. (3) 34. 1852, 119.

## § 3. CRISTAUX DOUÉS DE POLARISATION ROTATOIRE, EXAMINÉS EN LUMIÈRE CONVERGENTE.

**354. Forme des figures d'interférence.** Si l'on examine en lumière convergente monochromatique une plaque taillée normalement à l'axe optique d'un cristal uniaxe, la figure qu'on obtient ordinairement est modifiée. Aux nicols croisés, les bras de la croix noire n'arrivent pas jusqu'au centre, qui est éclairé si la rotation n'est pas un multiple de $\pi$. Si la section principale de l'analyseur n'est pas parallèle ou perpendiculaire à celle du polariseur, les anneaux ne sont plus circulaires, mais prennent la forme de carrés à angles arrondis, qui se dilatent ou se contractent par la rotation de l'analyseur, selon que celle-ci se produit dans le même sens ou en sens contraire de celle

Fig. 477. Double spirale d'Airy. Quartz droit surmonté d'une lame de mica $\frac{1}{4}\lambda$.

Fig. 478. Quadruple spirale d'Airy. Quartz gauche surmonté d'un quartz droit.

de la plaque. Avec des plaques relativement minces, les isogyres, dans le voisinage du centre de la figure d'interférence, sont simplement moins nettes qu'en temps normal; avec des lames très minces elles se produisent comme d'habitude. En lumière blanche, les anneaux sont colorés, ainsi que le centre de figure qui montre la même teinte que celle que donnerait la plaque en lumière parallèle; cette teinte change par la rotation de l'analyseur, en même temps que les anneaux subissent les modifications que nous avons indiquées à propos de la lumière monochromatique. L'introduction d'une lame de mica $\frac{1}{4}\lambda$, à 45° de la section principale du polariseur et directement au-dessus de lui, produit une figure d'interférence composée de deux spirales qui partent du centre, et se développent en sens contraire de celui de la rotation de la lame (fig. 477). Si au contraire on place cette lame au-dessous de l'analyseur, les spirales se développent alors

dans le sens même de la rotation. Enfin lorsqu'on superpose deux plaques de quartz de même épaisseur mais de pouvoir rotatoire inverse, on observe quatre spirales, nommées spirales d'Airy[1] (fig. 478), ayant même origine, mais dont le sens de rotation correspond toujours à celui du quartz inférieur par lequel pénètre la lumière polarisée. Ces spirales sont obscures en lumière monochromatique et colorées en lumière blanche; dans ce dernier cas leurs parties concaves sont frangées de rouge et leurs parties convexes de bleu.

## § 4. THÉORIE DE LA POLARISATION ROTATOIRE.

**355. Explication de Fresnel.** Fresnel attribuait la polarisation rotatoire à une sorte de double réfraction particulière, distincte de celle dont il a été question jusqu'ici. Nous avons dit (a. 11, p. 8) que deux vibrations rectilignes de même période, présentant une différence de phase de $\frac{\tau}{4}$, et dont les trajectoires sont à angle droit, se composent pour donner une vibration circulaire. Comme nous venons de voir qu'une vibration lumineuse polarisée tourne du même angle, quel que soit son azimut, en traversant une lame de quartz, on peut en conclure que deux vibrations à angle droit qui pénétreraient dans une telle lame, en sortiraient à angle droit l'une de l'autre également, et que par conséquent une vibration circulaire pourra être transmise sans altération suivant l'axe optique du quartz, qu'elle soit dextrogyre ou lévogyre.

D'autre part, une vibration rectiligne peut toujours, comme nous allons le démontrer, être considérée comme résultant de la superposition de deux vibrations circulaires, tournant en sens inverse l'une de l'autre, et de phase différente.

Soit en effet deux vibrations circulaires, l'une dextrogyre représentée par les deux vibrations rectilignes composantes:

$$x_1 = a \sin \frac{2\pi t}{\tau}$$

$$y_1 = a \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t + \frac{\tau}{4}\right) = a \cos \frac{2\pi t}{\tau}$$

et l'autre lévogyre représentée également par:

$$x_2 = a \sin \frac{2\pi t}{\tau}(t - \varphi)$$

$$y_2 = a \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \varphi - \frac{\tau}{4}\right) = -a \cos \frac{2\pi}{\tau}(t - \varphi)$$

où $\varphi$ représente la différence de phase des deux mouvements.

[1] G. B. Airy, Cambr. Phil. Trans. 4. 1831, 79, 198. Pogg. Ann. 23. 1831, 204.

Le mouvement résultant sera:

$$X = x_1 + x_2 = a\left[\sin\frac{2\pi t}{\tau} + \sin\frac{2\pi}{\tau}(t-\varphi)\right]$$
$$Y = y_1 + y_2 = a\left[\cos\frac{2\pi t}{\tau} - \cos\frac{2\pi}{\tau}(t-\varphi)\right]$$

ces équations développées donnent:

$$X = a\left[\sin\frac{2\pi t}{\tau}\left(1+\cos\frac{2\pi\varphi}{\tau}\right) - \cos\frac{2\pi t}{\tau}\sin\frac{2\pi\varphi}{\tau}\right]$$
$$Y = a\left[\cos\frac{2\pi t}{\tau}\left(1-\cos\frac{2\pi\varphi}{\tau}\right) - \sin\frac{2\pi t}{\tau}\sin\frac{2\pi\varphi}{\tau}\right].$$

En remarquant que

$$1+\cos\frac{2\pi\varphi}{\tau} = 2\cos^2\frac{\pi\varphi}{\tau}, \qquad 1-\cos\frac{2\pi\varphi}{\tau} = 2\sin^2\frac{\pi\varphi}{\tau}$$

et

$$\sin\frac{2\pi\varphi}{\tau} = 2\sin\frac{\pi\varphi}{\tau}\cos\frac{\pi\varphi}{\tau},$$

il vient:

$$X = \quad 2a\cos\frac{\pi\varphi}{\tau}\left(\sin\frac{2\pi t}{\tau}\cos\frac{\pi\varphi}{\tau} - \cos\frac{2\pi t}{\tau}\sin\frac{2\pi\varphi}{\tau}\right)$$
$$Y = -2a\sin\frac{\pi\varphi}{\tau}\left(\sin\frac{2\pi t}{\tau}\cos\frac{\pi\varphi}{\tau} - \cos\frac{2\pi t}{\tau}\sin\frac{2\pi\varphi}{\tau}\right),$$

divisant ces deux équations l'une par l'autre il vient enfin:

$$\frac{Y}{X} = -\operatorname{tang}\frac{\pi\varphi}{\tau}.$$

Cette équation représente une droite; elle montre que la vibration est rectiligne et que sa trajectoire fait avec l'axe des $X$ un angle $-\frac{\pi\varphi}{\tau}$.

Si nous supposons maintenant que la lame reçoit une vibration rectiligne incidente parallèle à l'axe des $X$, on peut concevoir que celle-ci se décompose en deux vibrations circulaires, l'une dextrogyre et l'autre lévogyre, pouvant se propager séparément. Fresnel admet qu'en traversant la lame de quartz, elles prennent des temps $T_1$ et $T_2$ différents; à leur sortie elles auront donc une différence de phase $\varphi = T_2 - T_1$, et leur superposition donnera une vibration rectiligne, formant avec l'axe des $X$, c'est-à-dire avec la direction de la vibration rectiligne incidente, un angle:

$$-\frac{\pi\varphi}{\tau} = \pi\left(\frac{T_2 - T_1}{\tau}\right).$$

La rotation aura lieu de gauche à droite si $T_2 > T_1$, c'est-à-dire si la vibration dextrogyre se propage plus rapidement, et de droite à gauche dans le cas contraire où $T_1 > T_2$. Comme $T_1$ et $T_2$ sont proportionnels à l'épaisseur $e$ de la lame, il en sera de même pour leur différence et par conséquent pour l'angle de rotation.

**356. Vérification expérimentale.** On peut vérifier cette double réfraction circulaire à l'aide de deux prismes de quartz $ABC$ et $AB'C$ (fig. 478), ayant tous deux leurs axes optiques parallèles à $SO$; l'un $ABC$ est dextrogyre, l'autre $AB'C$ est lévogyre. La vibration dextrogyre passe, à la surface de séparation des deux prismes, d'un milieu moins réfringent dans un autre qui l'est davantage, et le rayon correspondant se rapproche de la normale. La vibration lévogyre passe au contraire d'un milieu plus réfringent dans un autre qui l'est moins, et le phénomène inverse a lieu. Les rayons sortent donc en des points différents $a$ et $a'$ avec un faible écart il est vrai, mais qui est cependant observable.

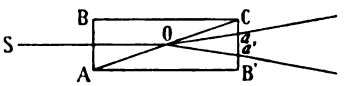


Fig. 479.

**357. Conditions qui entraînent la polarisation rotatoire.** Le phénomène que nous venons d'étudier est lié à un genre particulier de symétrie du milieu qui le produit, et implique chez celui-ci l'absence d'un centre et d'un plan de symétrie. La démonstration en a été exposée d'une façon si succinte et si claire par Ch. Soret[1] que nous ne saurions mieux faire que de reproduire ici à peu près textuellement son raisonnement.

Pour que le phénomène de polarisation rotatoire puisse se produire dans un certain milieu avec les caractères indiqués, il faut nécessairement que celui-ci possède une symétrie particulière. La rotation étant la même quel que soit l'azimut de la vibration incidente, le phénomène de rétablissement de la lumière reste distinct d'une biréfringence proprement dite. La décomposition d'une vibration rectiligne en deux circulaires, exige, de la part du milieu qui la produit, une symétrie optique complète autour du rayon; il s'ensuit que la polarisation rotatoire ne pourra en général se produire que dans les milieux isotropes, ou selon les directions monoréfringentes des corps biréfringents, car tous les plans que, dans les deux cas, l'on peut mener par le rayon, sont optiquement équivalents.

Or dans aucun corps connu naturellement actif, le signe du pouvoir rotatoire ne change avec la direction du rayon, ce signe étant défini par rapport à un observateur qui regarde du côté où vient celui-ci;

[1] Ch. Soret, Éléments de cristallographie physique, p. 409—417.

il en résulte que la polarisation rotatoire ne peut se rencontrer que dans les milieux énantiomorphes; c'est-à dire qui n'ont ni centre ni plan de symétrie et ne sont pas superposables.

Soit en effet (fig. 480) un milieu $A$ quelconque, faisant tourner à gauche par exemple le plan de polarisation d'un rayon supposé normal au plan de figure. Si l'on construit un second milieu $B$ symétrique du premier par rapport au plan $MM$, celui-ci par raison de symétrie, fera nécessairement tourner le plan de polarisation de la même quantité, mais vers la droite et les deux structures conjuguées auront des pouvoirs rotatoires égaux mais de signe contraire.

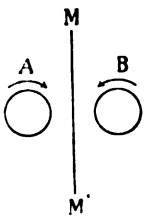


Fig. 480.

Si à la suite d'un déplacement quelconque on pouvait superposer exactement le milieu $B$ sur $A$, rien ne le distinguerait de celui-ci, et le pouvoir rotatoire de $B$ ne pourrait différer de celui de $A$. Il faudrait donc que $B$ fut lévogyre ou dextrogyre, suivant qu'il recevrait dans l'une ou l'autre des deux positions le rayon lumineux perpendiculaire au plan de figure. Or cela est impossible en vertu même de la loi énoncée; il faut donc ou bien que $A$ et $B$ soient inactifs, ou bien qu'ils ne soient pas superposables l'un à l'autre, ce qui est le caractère de l'énantiomorphie.

On peut d'ailleurs vérifier qu'un milieu actif ne peut posséder ni plan ni centre de symétrie par le raisonnement suivant:

«Si le milieu actif avait un plan de symétrie tel que $AA'$ par exemple, l'action devrait s'exercer symétriquement sur deux rayons inclinés de part et d'autre de ce plan; les plans de polarisation de ces deux rayons tourneraient également, mais en sens inverse, ce qui n'a pas lieu dans les corps connus.

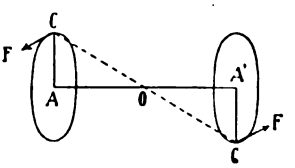


Fig. 481.

Si le milieu actif possédait un centre de symétrie, deux molécules $A$ et $A'$ symétriques l'une de l'autre par rapport à $O$ pris comme centre (fig. 481) de symétrie, ébranlées par deux rayons lumineux cheminant symétriquement par rapport à $O$, c'est-à-dire en sens inverse, et déplacées en $CC'$ symétriquement par rapport au centre, devraient être soumises à des forces également symétriques par rapport à $O$. Celles-ci représentées sur la figure par des flèches, entraîneraient les deux molécules dans des rotations de même sens, ce qui est contraire aux faits.»

## § 5. ÉNONCÉ SOMMAIRE DES CORPS CRISTALLISÉS QUI POSSÈDENT LA POLARISATION ROTATOIRE.

**358. Cristaux cubiques.** La suppression du centre et des plans de symétrie ne créant pas nécessairement la polarisation rotatoire, on peut s'attendre à ne rencontrer celle-ci que chez un petit nombre de corps. En effet, les chlorures alcalins $KCl$ et $NH_4Cl$, le chlorure cuivreux $Cu_2Cl_2$, qui sont des polyèdres holoaxes de symétrie générale $3A^4$, $4A^3$, $6A^2$, ne présentent pas d'activité sur la lumière polarisée; il en est de même pour les nitrates de baryum, de strontium et de plomb, ainsi que pour certains arséniates doubles, qui ont des symétries tétartoédriques et de symbole $3A^2$, $4A^3$. Le seul corps cubique pour lequel la polarisation rotatoire ait été bien étudiée, est le chlorate de soude $NaClO_3$. Les cristaux de ce sel présentent les faces du cube, du dodécaèdre rhomboïdal, du dodécaèdre pentagonal et du tétraèdre. Le sens de la rotation est indiqué par la position du tétraèdre, relativement aux faces du dodécaèdre pentagonal. Les fig. 482 et 483 montrent l'aspect que présentent les cristaux dextrogyres et lévogyres.

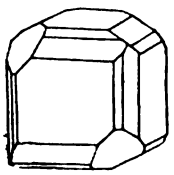


Fig. 482.

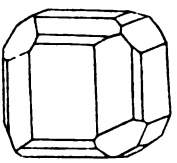


Fig. 483.

**359. Cristaux uniaxes.** Presque tous ceux qui sont actifs, appartiennent au système hexagonal ou rhomboédrique. Parmi les corps inorganiques seulement, le cinabre, le quartz, les hyposulfates de plomb, de chaux, de strontium et de rubidium, qui sont rhomboédriques tétartoédriques de symbole $A^3$, $3A^2$, ainsi que le périodate de sodium qui est rhomboédrique ogdoédrique de symbole $A^3$, présentent la polarisation rotatoire; le quartz est la substance pour laquelle le phénomène a été le mieux étudié. Ce minéral est connu sous forme de cristaux droits et gauches, qui présentent la combinaison de deux rhomboèdres inégalement développés $p$ et $z$, avec les faces de la pyramide trigonale $s$ et du trapézoèdre trigonal $xx$ (fig. 484 et 485). C'est la position de ces deux dernières faces par rapport à celles du rhomboèdre $p$, qui définit le sens de la rotation des cristaux. Chez ceux qui sont dextrogyres, ces faces sont à droite de celles du rhom-

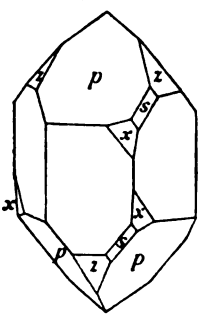



Fig. 484.

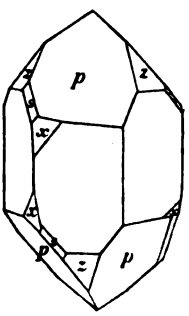



Fig. 485.

boèdre *p* (fig. 484), chez les cristaux lévogyres elles sont à gauche (fig. 485).

Parfois les deux systèmes de faces se trouvent sur un même cristal, qui forme alors une macle; on en connaît des types très variés, ainsi certains cristaux droits ou gauches, présentent des plages inactives qui, en lumière convergente, se comportent comme un minéral uniaxe ordinaire, la croix noire y étant absolument normale. D'autrefois, comme dans l'améthyste par exemple, il existe sur le même cristal des régions dextrogyres et d'autres qui sont lévogyres. En certains endroits il y a recouvrement partiel des deux variétés, avec compensation complète; l'examen en lumière convergente montre les spirales d'Airy sur les points où se fait cette compensation.

**360. Reproduction expérimentale de la polarisation rotatoire.** On peut reproduire artificiellement la rotation du plan de polarisation par les piles de E. Reusch[1], obtenues en superposant des lamelles de mica de telle façon que chacune ait ses axes d'élasticité à 60° de la précédente, et en tournant toujours dans le même sens. On obtient de la sorte un groupement en escalier tournant, dont la spire est dextrorsum ou sinistrorsum; celui-ci se comporte comme un corps actif, aussi bien en lumière parallèle qu'en lumière convergente. M. Mallard est parti de cette expérience pour établir une théorie de la structure des corps actifs.

## CHAPITRE XX.

## DÉTERMINATION DES MINÉRAUX EN COUPES MINCES.

§ 1. Préparation des coupes microscopiques de roches et de minéraux. § 2. Détermination des divers minéraux contenus dans une coupe mince.

### § 1. PRÉPARATION DES COUPES MICROSCOPIQUES DE ROCHES ET DE MINÉRAUX.

**361. Procédés applicables pour obtenir des coupes minces.** Le procédé le plus simple et aussi le plus primitif pour obtenir une coupe mince de roche, consiste à en détacher un éclat que l'on use et polit d'un côté, de façon à obtenir une face plane. Celle-ci est fixée sur une lamelle de verre au moyen de baume de Canada, puis le fragment est usé à nouveau sur la partie rugueuse, pour y développer une seconde face plane parallèle à la première; l'usure est poussée

[1] E. v. Reusch, Monatsberichte d. Berlin. Akad. 1869, 530. Pogg. Ann. 138. 1869, 628.

jusqu'à ce que l'épaisseur convenable ait été obtenue et la préparation est ensuite montée au baume comme à l'ordinaire.

Cette méthode d'opération est longue, aussi préfère-t-on beaucoup scier directement dans la roche une lame aussi mince que possible, que l'on fixe par l'une de ses faces sur un porte-objet; on l'use ensuite au moyen d'un dispositif approprié. Dans ce but, ou pourrait utiliser un fil de fer tendu sous un archet, dont on se sert en guise de scie, après l'avoir préalablement enduit d'égrisée ou d'émeri délayé dans un peu d'huile. Actuellement on fait usage de machines à scier et à polir, qui permettent de découper dans les roches les plus dures des lames assez minces, que l'on amène ensuite à l'épaisseur habituelle par usure progressive. Ces appareils, dont il existe des types variés, se composent d'un bâtis de fonte qui supporte, comme c'est le cas dans la machine construite par Fuess à Berlin (fig. 486), deux pièces distinctes. L'une est un disque vertical de cuivre ou de tôle galvanisée, auquel on peut imprimer un mouvement de rotation rapide au moyen d'une poulie servant de transmission; l'autre est un tour de lapidaire horizontal en fonte dégrossie, qui tourne au centre d'une vasque servant à récolter les poudres que l'on dépose sur le plateau pour produire l'usure.

La roche à scier est fixée, soit au moyen de gomme laque, soit par une pince à vis, à une pièce métallique, qui peut se déplacer horizontalement devant la scie au moyen d'une vis munie d'un ressort antagoniste. Le fragment à scier, appuye directement contre le disque de la scie avec une pression plus ou moins forte, que l'on communique à volonté en chargeant par des poids l'extrémité d'un levier calé sur la pince qui supporte la roche. Le déplacement de celle-ci devant le disque permet d'obtenir plusieurs coupes parallèles, dont on règle l'épaisseur d'après la friabilité plus ou moins grande du matérial à scier. Les disques métalliques sont de dimensions variables; comme ils doivent toujours rester parfaitement plans, il faut, pour éviter de les gauchir, ne pas communiquer une pression trop forte au fragment qui appuye sur la scie. Si l'on veut se servir d'émeri, on mêle celui-ci avec un peu d'huile, et on applique graduellement la pâte ainsi obtenue contre le disque en mouvement au moyen d'une spatule; une petite cuvette placée au-dessous du disque, permet de récolter l'émeri qui n'aurait pas été fixé par la scie. On préfère beaucoup utiliser pour scier des plaques dans des fragments de roches dures, des disques de cuivre dans lesquels on a incrusté de la poudre de diamant. Dans ce but on effectue au moyen d'une échoppe une série de petites morsures dans le métal, et on frotte par-dessus au moyen de l'index, un peu de poudre de bort délayée dans une goutte d'huile; la pénétration et la

fixation de l'égrisée dans le métal se fait dès la première coupe, par suite du resserrement consécutif des bavures, qui produit en quelque sorte le sertissage des petits fragments de diamant emprisonnés dans les cavités. Avec les disques imprégnés de diamant, il faut soig-

Fig. 486. Machine à préparer les coupes minces, construction de la maison R. Fuess à Berlin.

neusement éviter une pression trop forte de la roche contre la scie, ainsi qu'une élévation de température due au frottement du métal contre le fragment à scier, ce que l'on empêche en laissant tomber un mince filet d'eau sur le disque en mouvement.

Les lames sciées par le procédé indiqué, sont toujours beaucoup trop épaisses pour se prêter à une étude, il faut les user ensuite après les avoir fixées sur un solide porte-objet. On dresse tout d'abord une face aussi bien que possible, en la frottant sur un plateau de verre sur lequel on met un peu de poudre d'émeri obtenue par lévigation, mêlée à un peu d'eau ou à de l'huile; on emploie d'autres substances pour ce polissage, telles que le poudre de rubis, le colcothar etc. etc.

La (fig. 487) montre un appareil à polir dont l'usage est assez commode; il se compose d'un plateau *e* soulevé par les vis *d*, sur lequel on peut tendre fortement des étoffes ou une peau, sur lesquels on répand les substances servant à effectuer le polissage.

Le degré de poli voulu ayant été obtenu, on lave la surface tout d'abord avec un pinceau rude et de l'alcool, puis avec de l'eau pure; on la laisse ensuite sécher en l'essuyant avec un linge de flanelle, puis

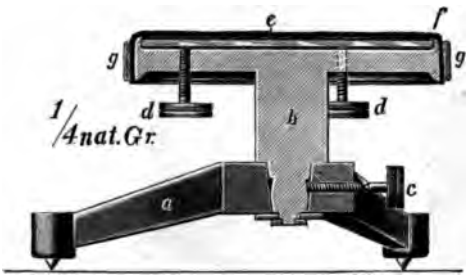



Fig. 487. Plateau à polir les préparations. Maison R. Fuess à Berlin.

Fig. 488.

on la nettoie encore une fois avec un pinceau et de l'alcool pour enlever les parcelles de laine qui pourraient y rester adhérentes. Pour user la seconde face et amener la lamelle à l'épaisseur voulue, ou la transporte sur un autre support. On choisit alors une forte lamelle de verre parfaitement plane, ou mieux encore un bloc parallélépipédique de verre de quelques centimètres d'épaisseur, et l'on dépose à leur surface un peu de baume de Canada dissous, ou à l'état solide. On peut également employer un autre moyen de fixation, pour cela on fond ensemble dans une capsule de porcelaine 200 gr de gomme laque avec 40 gr de baume de Canada, en chauffant sur le bain-marie, et en remuant la masse jusqu'à dissolution complète de la gomme laque. On laisse en contact une heure ou deux, on coule le mélange et on en fabrique des petits cylindres de 1 c.c. de diamètre environ. La plaque ou le bloc préalablement enduits du corps qui doit servir à fixer la lame, sont placés sur un plateau de fonte chauffé par-dessous au moyen d'une lampe à alcool (fig. 488), puis la face polie de la préparation ayant été préalablement chauffée à la flamme pour en éloigner toute trace d'humi-

dité, on l'applique avec une légère pression contre le porte-objet et on laisse refroidir. Si l'opération a bien réussi, il ne doit y avoir aucune bulle d'air entre la surface du porte-objet et celle de la lame ainsi fixée, car cela entraînerait inévitablement l'émiettement de la préparation pendant l'usure subséquente qui doit en être faite. Si tel n'est pas le cas, il faut chauffer à nouveau pour obtenir le résultat voulu. Lorsque la plaque est bien adhérente, on commence à l'user progressivement jusqu'à ce qu'elle soit à peu près transparente, on utilise pour cela le tour de lapidaire, sur le plateau duquel on répand de l'émeri; on peut également se servir avec avantage d'une meule horizontale de carborundum. La face que l'on use doit être parfaitement plane, c'est la raison pour laquelle il faut avoir soin de planer le porte-objet avant chaque opération, et de le choisir assez épais pour éviter toute flexion. L'usure finale est obtenue à la main, en frottant la plaque sur un verre dépoli sur lequel on met de l'émeri très fin mouillé d'un peu d'eau. Il est bien évident que ce verre dépoli doit être parfaitement plan, et qu'il faut également le planer de temps en temps pour assurer ce résultat. Quant à l'épaisseur à obtenir, elle varie entre 0,02 et 0,04 m.m.; celle qui est la plus favorable pour les études pétrographiques, notamment pour l'utilisation du caractère de la biréfringence, est de 0,03. Il est bon pour être renseigné sur l'épaisseur obtenue, d'examiner de temps en temps la préparation sous le microscope polarisant, en se basant alors sur les teintes de polarisation que présentent, entre les nicols croisés, telle ou telle section d'un minéral connu, comme le quartz ou les feldspaths par exemple; ces minéraux, dans des bonnes préparations, ne doivent généralement pas polariser au-dessus du blanc jaunâtre de premier ordre. Lorsque les roches sont grenues et friables, il est parfois difficile d'obtenir l'épaisseur de 0,03 sans émietter la préparation; avec certaines roches porphyriques au contraire, on peut aisément arriver à 0,02, il faut en tout cas éviter d'aller au-dessous de cette valeur, les coupes trop minces étant aussi peu utilisables que celles qui sont trop épaisses.

Lorsque l'épaisseur voulue a été obtenue, il faut alors transporter la plaque mince sur une lamelle microscopique ordinaire. Certains auteurs recommandent de polir préalablement la face qui vient d'être usée; cette opération n'est nécessaire que si l'on veut mesurer les indices de réfraction de certains minéraux par la réflexion totale, le polissage doit être fait alors avec le plus grand soin. Pour les déterminations pétrographiques ordinaires, ce polissage est plutôt nuisible, car il diminue l'aspect chagriné de certains minéraux. Pour le transport, après avoir fait sauter avec la pointe d'un canif les parcelles de baume qui débordent le contour de la plaque, on lave la face libre

au pinceau et à l'alcool, puis à l'eau comme précédemment. On place ensuite sur une bonne lamelle de verre une goutte de baume que l'on maintient liquide par une douce chaleur, puis on chauffe également le porte-objet sur lequel se trouve la coupe, en utilisant pour cela le bloc de fonte précédemment décrit. Lorsque le baume est devenu liquide, on approche la lamelle microscopique et au moyen d'une aiguille on pousse la coupe mince, qui passe ainsi du porte-objet sur la lamelle. Il faut opérer délicatement, car souvent la préparation se brise pendant l'opération. Lorsque la coupe mince se trouve sur la lamelle, on continue à chauffer légèrement, on y met encore une goutte de baume, et on recouvre la préparation avec un couvre-objet de dimension convenable, sur lequel ou appuye au moyen d'une pince à ressort. Cette opération a pour but d'éliminer toute bulle d'air qui pourrait rester entre la coupe et les lamelles; si tel n'est pas le cas, il faut la recommencer en chauffant à nouveau la préparation. Il n'est pas toujours avantageux de recouvrir les préparations microscopiques; si par exemple on veut mesurer les indices de réfraction des minéraux constitutifs en appliquant les différentes méthodes par immersion ou autres, la préparation doit absolument rester décoiffée. M. Michel-Lévy a proposé de ne recouvrir que partiellement la surface de la section mince avec une lamelle de verre, de façon à laisser à nu une certaine portion du contour. On peut de la sorte conserver la préparation sans danger, et lui appliquer sur les bords seulement, toutes les méthodes qui exigent qu'elle soit décoiffée. M. Michel-Lévy a également préconisé d'user en même temps que la roche un petit cristal de quartz, assis sur une face prismatique, dans le but de mesurer exactement l'épaisseur de la préparation, comme nous l'avons vu (a. 186, p. 200); nous avons antérieurement déjà montré que le procédé n'est point exempt de critiques.

Il existe actuellement plusieurs maisons qui exécutent fort bien les coupes minces de roches ou de minéraux; en France M. Ivan Verlein, l'opticien émérite à qui l'on doit tant de préparations remarquables, ainsi que la maison Marchand, livrent d'excellentes préparations; en Allemagne également la maison Voigt & Hochgesang à Göttingen est connue du monde entier pour les coupes de roches. Il est donc aisé de faire exécuter à peu de frais, et dans des conditions excellentes, les sections minces des roches les plus dures, toutefois il est bon de savoir faire soi-même une coupe et dans certains cas particuliers cela est indispensable. Le polissage notamment est une opération à laquelle on ne peut échapper dès que l'on veut mesurer un indice par la réflexion totale; il est rare en effet que

les coupes que l'on se procure dans le commerce, soient assez bien polies pour se prêter à cette opération.

Souvent le matériel dont on veut obtenir une coupe mince est trop friable pour supporter les différentes opérations successives que nous venons d'énumérer. On peut alors, si la roche est poreuse, la plonger dans un corps fondu, qui pénètre dans ses pores et durcit après refroidissement, en augmentant considérablement sa compacité. S'il s'agit également d'un matériel inconsistant tel que la poudre d'un minéral par exemple, ou encore un sable volcanique, on peut utiliser le procédé préconisé par M. Thoulet.[1] La poudre est mélangée avec dix fois son volume d'oxyde de zinc, puis additionnée d'une solution concentrée de silicate de potasse, de façon à obtenir une pâte épaisse dont on fait des cylindres. Après deux à trois jours, la masse est desséchée, et assez dure pour pouvoir en obtenir des coupes minces. On peut également, comme l'indique P. Mann[2], employer l'acide phosphorique en lieu et place du silicate de potasse.

**362. Taille des sections orientées.** Pour certaines déterminations optiques, il faut se procurer, comme nous l'avons vu, des sections rigoureusement parallèles aux axes d'élasticité. Lorsque les minéraux sont engagés dans une roche, on peut, pour obtenir ces sections, faire une ou plusieurs coupes microscopiques de la roche à l'épaisseur convenable; par l'examen en lumière convergente, on cherche parmi les différentes sections d'un même minéral celles qui présentent l'orientation exigée, on les repère ensuite, et le cas échéant on les dégage des minéraux avoisinants à l'aide d'une pointe d'acier. S'il s'agit au contraire de minéraux isolés, possédant des faces cristallines ou des clivages, on pourra tailler dans ces cristaux des sections d'orientation déterminée, dont la position sera fixée par rapport aux faces existantes. Plusieurs appareils ont été construits dans ce but; l'un des plus pratiques est celui de M. Tutton[3], construit principalement en vue de scier des cristaux tendres. Il se compose en principe d'un tour à scier et à polir, auquel est adjoint un certain appareil d'orientation permettant de placer le cristal dans la position voulue par rapport au plan de la scie.

M. E. A. Wülfing[4] a également imaginé un autre appareil, basé sur un principe tout différent. Il se compose (fig. 489) d'une plaque triangulaire de laiton ou d'aluminium, reposant sur 3 points; deux d'entre eux sont formés par les vis $T$ et $R$ à $7\frac{1}{2}$ centimètres l'une

[1] Thoulet, Bull. soc. minér. d. Fr. 2. 1879, 188. 189.
[2] P. Mann, N. Jahrb. f. Min. II. 1884, 187.
[3] Tutton, Zeitsch. f. Kryst. 24. 1895, 433.
[4] E. A. Wülfing, N. Jahrb. f. Min. 1901, II. 1—22.

de l'autre, le troisième par le cristal lui-même, collé sur un support $K_1$ fixé sur la plaque par un écrou $M$. Il existe avec chaque appareil, quatre de ces supports $K_2$, $K_3$ et $K_4$, sur lesquels les faces terminales font des angles de 10°, 20°, 30° etc. avec la verticale. Sur ce trépied, on peut en placer un second, reposant sur des vis calantes et muni d'un niveau à bulle d'air $l$. Une poignée $B$ permet de le saisir aisément. Les vis $R$ et $T$ (fig. 489) sont disposées de façon que, pour une rotation d'un tour complet imprimée à chacune d'elles dans le même sens, l'appareil s'incline de 1° autour d'un axe parallèle à la droite joignant les points de contact des vis $R$ et $T$ avec le plan horizontal. Une même rotation imprimée à ces deux vis mais en sens contraire l'une de l'autre, produit une inclinaison de 1° autour d'un axe perpendiculaire au précédent.

Fig. 489. Appareil de M. E. A. Wülfing pour la préparation de sections orientées. Maison R. Fuess à Berlin.

Pour se servir de cet instrument, on fixe tout d'abord le cristal sur l'un des supports appropriés au moyen de gomme laque, et on use une face dont l'orientation est à peu près celle que l'on désire. Puis au moyen du support $H$, on saisit tout l'appareil qu'on porte sur un goniomètre, et on mesure l'angle que fait cette face avec celles naturelles qui servent à fixer l'orientation, ce qui détermine ainsi la correction à apporter. L'appareil avec son niveau est alors placé sur la plaque $g$ parfaitement horizontale, sur laquelle se fait le polissage. On amène la bulle d'air au centre du niveau, et l'on agit alors sur les vis $r$ et $t$ de façon à incliner le trépied porte-niveau d'un angle égal à celui de la correction à apporter, mais en sens contraire. Il suffira alors d'agir sur les vis $R$ et $T$ à fin de ramener la bulle d'air du niveau dans sa position initiale, pour donner au cristal à user l'orientation convenable; pendant toute la durée de l'usure, l'appareil doit rester horizontal, ce qu'on vérifie par le niveau.

On peut aussi obtenir des lames à faces parallèles avec cet appareil, pour cela on choisit comme support celui qui est terminé par une face normale, et sans encore y adapter le cristal, on pose le trépied sur une glace et règle les vis $RT$ jusqu'à ce que leur extrémité se trouve dans le plan de la face terminant le support. On porte alors le trépied sur la table à user, on règle le niveau au moyen des vis $R$ et $T$, puis on colle le cristal, et l'on agit sur les vis $RT$ comme précédemment, de façon à ramener la bulle d'air du niveau entre les points de repère; on procède ensuite à l'usure.

La figure 490 montre un autre appareil de la maison Fuess servant également à tailler des plaques parallèles. Les extrémités inférieures des vis $S_1$, $S_2$ et $S_3$ doivent pour cela se trouver dans un plan parallèle à l'extrémité inférieure du cylindre $C$ sur laquelle on colle le cristal $p$. Ce cylindre glisse dans une douille $h$. Pour

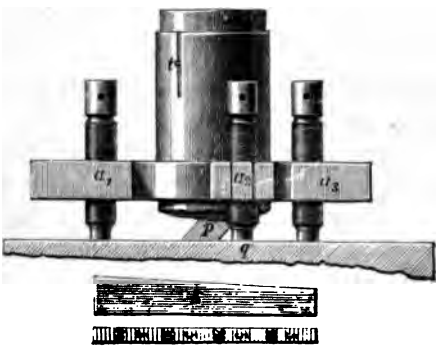


Fig. 490. Appareil pour la préparation et le polissage de lames à faces parallèles. R. Fuess à Berlin.

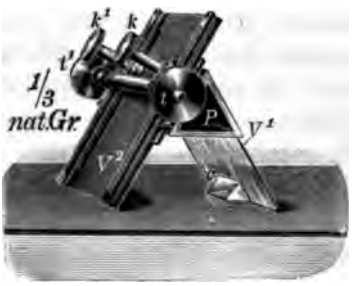



Fig. 491. Appareil de M. F. Stöber pour la taille des prismes. R. Fuess à Berlin.

réaliser le parallèlisme, on agit sur les vis $S_1$, $S_2$ et $S_3$, et pour le vérifier on glisse entre la base du cylindre et le plan sur lequel repose l'appareil, une jauge graduée en forme de coin $k$, qui doit s'enfoncer de la même quantité, quelle que soit sa position.

**363. Taille des prismes.** On peut, pour tailler les prismes, utiliser l'appareil de M. Wülfing, ou encore celui de M. Stöber[1] qui est représenté (fig. 491). Le prisme se colle avec du baume de Canada contre la lame de verre $V^1$ dont on règle l'angle avec le plan horizontal par le déplacement de la plaque $V_2$, obtenu par les boutons $t$ qui commandent une crémaillère. Les vis $k$ et $k'$ servent à fixer cette plaque dans une position déterminée.

[1] F. Stöber, Bull. de l'acad. royal. de Belgique. 3e série A. 33. 1897, 843—858.

## § 2. DÉTERMINATION DES DIVERS MINÉRAUX CONTENUS DANS UNE COUPE MINCE.

**364. Nature du problème à résoudre.** Une roche étant formée par l'association d'un nombre $n$ de minéraux constitutifs d'espèces différentes, il s'agit de fixer l'identité minéralogique de chacun d'entre eux. Remarquons tout d'abord que ces minéraux peuvent être transparents ou opaques; dans ce qui suivra, il ne sera pour le moment question que des minéraux transparents. Ceux-ci gisent pêle-mêle dans la roche, et sauf dans les cas où cette dernière est schisteuse, leurs ellipsoïdes optiques sont par conséquent orientés d'une manière quelconque les uns par rapport aux autres.

Si dans une telle association on fait une coupe mince, que nous supposerons d'épaisseur uniforme (ce qui n'est pas toujours le cas), l'ellipsoïde de chaque cristal sera coupé par le plan de la section suivant une ellipse d'orientation quelconque, et pour les divers cristaux qui appartiennent au même minéral, ces ellipses pourront avoir toutes les orientations possibles, puisque le plan de la coupe rencontre des individus différemment orientés. La longueur des deux axes de ces ellipses dépend évidemment de cette orientation, et leur différence mesure précisément la biréfringence de la section. Comme le retard $R = e(n_g' - n_p')$ et l'épaisseur $e$ sont constants ou à peu près, il en résulte que la variation dans l'orientation des différentes sections elliptiques découpées dans un même minéral se traduira par celle des couleurs de polarisation qu'elles présentent. Le problème qui se pose au pétrographe est alors le suivant: Discerner parmi les multiples sections d'un minéral, celles dont l'orientation est connue, et utiliser celles-ci pour déterminer un ensemble de caractères qui permettront de reconstituer son signalement optique complet, c'est-à-dire la forme, la dimension et l'orientation de son ellipsoïde, ainsi que les conséquences qui en découlent.

Malheureusement le problème n'est pas toujours susceptible d'être résolu d'une manière aussi complète, par suite de l'insuffisance des sections ou de leur défaut d'orientation appropriée. Il s'en suit qu'un certain nombre de caractères de l'ellipsoïde seulement peuvent être mis en évidence, et si ceux-ci sont insuffisants, il faudra recourir à d'autres procédés, ce qui d'ailleurs est fort rare.

**365. Méthodes utilisées pour fixer le nombre des minéraux différents contenus dans une préparation.** La première opération qu'il s'agit d'effectuer est la détermination préalable du nombre de minéraux différents qui sont contenus dans une préparation microscopique, de façon à pouvoir reconnaître les sections qui appartiennent à

un même minéral pour les soumettre à une étude plus approfondie. Dans la majorité des cas, cette première séparation est facile, les divers minéraux associés ayant des caractères suffisamment tranchés, qui sautent pour ainsi dire aux yeux du premier coup. Dans d'autres cependant il n'en est plus ainsi et ce triage préliminaire exige un assez long travail.

On examine tout d'abord la plaque mince en lumière naturelle en enlevant le nicol analyseur, ce qui permet de classer les minéraux en opaques, colorés ou incolores, et d'effectuer ainsi une première reconnaissance dans chacune de ces différentes catégories, en se basant sur l'habitus particulier que présente tel ou tel de ces minéraux. Certains d'entre eux ont en effet un allongement ou un aplatissement caractéristique, d'autres possèdent un ou plusieurs clivages, qui apparaissent comme des lignes plus ou moins fines sur les sections, d'autres encore sont informes et absolument lisses. Cette distinction sera d'ailleurs facilitée par le relief que prennent les contours de ces divers minéraux, lorsqu'on a soin de diminuer l'ouverture du faisceau incident au moyen de l'iris qui surmonte le polariseur; avec un peu d'habitude, il est aisé de classer ce relief dans l'une des catégories que nous avons indiquées précédemment (a. 321, p. 393). Ce même relief permet également de grouper les sections qui appartiennent à un même minéral, lorsque celles-ci se présentent sous des aspects très différents. Ainsi par exemple, certaines sections seront allongées et pourront avoir des clivages rectilignes parallèles, tandis que d'autres au contraire seront raccourcies et montreront deux clivages qui se coupent sous des angles déterminés; à première vue on pourrait être tenté de croire qu'il s'agit là de deux minéraux différents, alors qu'en réalité il n'en est rien, comme on peut s'en assurer par l'égalité parfaite du relief de ces deux catégories de sections.

Lorsqu'enfin le minéral est coloré, on vérifie s'il est polychroïque ou non par une rotation de la platine du microscope, sa coloration changeant pendant cette rotation dans la première alternative.

Il peut cependant arriver que ce premier examen en lumière naturelle soit absolument insuffisant pour reconnaître le nombre des minéraux qui sont réunis; c'est tout particulièrement ce qui se présente lorsqu'on trouve associés plusieurs minéraux de même habitus, de relief identique, qui tous sont incolores, et dont les différentes sections semblent appartenir au même minéral. On procédera alors comme suit: On introduit l'analyseur et examine la plaque entre les nicols croisés. Si on remarque la présence *d'un certain nombre de sections obscures* parmi d'autres qui sont biréfringentes, on doit soupçonner la présence

d'un minéral cubique mêlé à d'autres minéraux uniaxes, biaxes, ou peut-être aux deux à la fois. On fera une vérification rapide en examinant en lumière convergente quelques-unes de ces sections obscures; l'absence de figures d'interférence confirmera l'existence d'un minéral cubique. Quant aux sections biréfringentes, on en examinera le plus grand nombre possible en lumière convergente, en observant soigneusement la nature des figures d'interférence. S'il existe un minéral uniaxe et un biaxe réunis, on en sera immédiatement averti par la forme de ces figures; si par contre nous n'avons que des minéraux biaxes, on trouverait sans doute plusieurs sections perpendiculaires aux bissectrices ou à $n_m$, qui nous montreraient un écartement des axes optiques ou des biréfringences différents, ce qui mettrait en éveil et permettrait de conclure à la présence de plusieurs minéraux biaxes associés. Il est bon, pendant ce premier examen sommaire en lumière convergente, de déterminer le signe optique chaque fois que la figure d'interférence fournie par la section le permet. Si nous constatons par exemple dans une même coupe mince, la présence de bissectrices aiguës positives et d'autres qui sont négatives, nous avons la preuve évidente de l'existence de deux minéraux biaxes différents; un raisonnement analogue s'applique évidemment aux uniaxes. Il convient d'ailleurs de remarquer que s'il existe un écart sensible entre les biréfringences principales des divers minéraux qui sont en présence, on peut déjà tirer des indications précieuses de l'examen en lumière parallèle. Supposons par exemple le cas de deux minéraux quelconques réunis; nous observerons alors deux teintes de polarisation différentes, qui se répètent avec une fréquence beaucoup plus grande que les autres sur les différentes sections contenues dans la coupe mince, car nous avons vu (a. 203, p. 224), que les sections dont la biréfringence est égale à celle de la bissectrice obtuse, sont beaucoup plus nombreuses que les autres dans les préparations. Cette observation rapide permettra de soupçonner d'emblée la présence de ces deux minéraux, et en cherchant alors en lumière convergente parmi les sections qui présentent ces deux teintes prépondérantes, on en trouverait certaines qui, pour chaque teinte, seraient perpendiculaires à une bissectrice obtuse, ce qui établit sans ambiguïté la présence de deux minéraux différents.

Supposons maintenant qu'on se soit rendu compte du nombre des minéraux qui sont associés, ainsi que des sections qui sont attribuables à un seul et même minéral; il faut alors procéder à la détermination des caractères de chaque minéral et tout d'abord savoir s'il est cubique, uniaxe ou biaxe, si toutefois cette détermination n'a pas été faite au cours des opérations préliminaires, ce qui évidemment serait

le cas si les caractères des minéraux associés sont de prime abord si différents, que l'emploi de la lumière polarisée parallèle et convergente devient inutile pour le premier triage.

Dans ce but, on cherchera pour chaque minéral les sections qui restent obscures entre les nicols croisés, ou à défaut. celles dont la biréfringence est très faible, et on les examinera en lumière convergente, avec un fort objectif sec ou mieux avec une immersion. Il y a trois cas possibles:

1° La section obscure ne donne pas de figure en lumière convergente: Le minéral est cubique, et il existe sans doute plusieurs sections analogues dans la coupe.

2° La section donne une croix noire avec ou sans anneaux; cette croix n'est pas disloquée par rotation de la platine du microscope. Le minéral est uniaxe.

3° La section donne l'image d'une branche noire pivotant sur elle-même par rotation de la platine, et s'incurvant parfois plus ou moins pendant la rotation. Le minéral est biaxe et la figure est celle obtenue pour les sections normales à l'un des axes optiques.

Il faut ici faire quelques remarques importantes; si le minéral uniaxe est très peu biréfringent (la néphéline par exemple, parfois l'apatite également ou la mélilite), la croix noire est si peu nette, qu'on pourrait attribuer la section à un minéral cubique. Il est bon d'examiner alors celle-ci avec une immersion à huile à grand angle, qui permettra souvent de lever le doute, ou encore d'opérer sur des préparations plus épaisses. D'autrefois le système optique lui-même[1] donne déjà tout seul une espèce de croix noire, due à la polarisation par réfraction dans les lentilles du condensateur, qui pourrait induire en erreur le commençant, mais que l'on reconnaît bien vite avec un peu d'habitude.

Il pourrait arriver aussi que les sections obscures fassent défaut; on y remédiera toutefois aisément, en examinant le plus grand nombre de sections du même minéral; on en trouvera toujours une qui, en lumière convergente, donnera une figure caractéristique permettant de fixer l'uniaxie ou la biaxie du minéral. Un seul cas reste douteux, c'est celui d'un cristal biaxe pour lequel l'angle des axes est très petit, et où de plus il n'est pas possible de trouver une section normale sur la bissectrice aiguë. Les figures obtenues en lumière convergente peuvent alors aisément être confondues avec celles données par les minéraux uniaxes.

**366. Détermination d'un minéral cubique.** Elle se fait en s'aidant de tous les caractères que fournira l'observation directe tels que:

[1] La théorie de la formation de cette figure n'est à notre connaissance point encore faite.

Contour géométrique permettant de savoir quelles sont les combinaisons cristallographiques réalisées, clivages, couleur, relief et enfin particularités dans la structure microscopique. Le meilleur caractère de diagnostic est évidemment celui de l'indice de réfraction, que l'on pourra déterminer sur la coupe décoiffée au moyen de la méthode par immersion, ou mieux en portant la plaque mince avec la section repérée sur un réfractomètre, et en effectuant la mesure directe.

**367. Détermination d'un minéral uniaxe.** Celui-ci ayant été reconnu comme tel, on cherche en lumière parallèle une section obscure qui soit normale sur l'axe optique, ou à défaut une section aussi peu biréfringente que possible, et on l'examine en lumière convergente, en prenant de préférence une immersion dans le cas où le minéral est faiblement biréfringent ou bien la plaque oblique sur l'axe optique. Au moyen du mica $\frac{1}{4}\lambda$, ou de la teinte sensible si la biréfringence du minéral est faible, on déterminera le signe optique comme cela a été indiqué (a. 285, p. 338). Puis on observe soigneusement la section en lumière naturelle, en diminuant l'ouverture de l'iris; si elle possède un contour géométrique, on mesure les angles plans compris entre les côtés d'après le procédé indiqué (a. 130, p. 125), si elle possède des clivages qui se coupent, on mesurera également l'angle que font ces clivages et on fera toujours un croquis aussi fidèle que possible de la section, en y reportant toutes les données relevées.

On cherche ensuite la section de biréfringence maximum, c'est-à-dire celle qui polarise le plus haut parmi toutes celles du minéral, et on vérifie ensuite son orientation au moyen de la figure caractéristique en lumière convergente (a. 269, p. 315). Sur cette plaque on mesure l'épaisseur d'après la méthode qui a été indiquée (a. 187, p. 201), puis la biréfringence au compensateur (a. 191, p. 210). Si on veut se contenter d'une précision moins grande, on pourra déterminer la biréfringence au moyen du tableau qui sert à cet usage, mais avec un peu d'habitude, la détermination de $n_g - n_p$ au compensateur se fait si aisément et avec une telle rapidité, que nous ne procédons jamais autrement dans la pratique. Pour calculer l'épaisseur, on attribue au minéral un indice approximatif, compatible avec son relief, puis on calcule une valeur approchée de la biréfringence au moyen de cette épaisseur. Plus tard, lorsque tous les caractères du minéral ont été réunis et que sa détermination a été faite, on substitue à cet indice arbitraire l'indice réel du minéral, et on calcule la valeur exacte de $n_g - n_p$.

Si la section de biréfringence maximum est allongée, on déterminera le signe de cet allongement en lumière parallèle (a. 181, p. 196 et a. 182, p. 197), si elle possède un clivage visible, on déterminera également le signe de ce clivage, et on tirera les conclusions suivantes de ces

différentes observations: Si l'allongement est de même signe que le cristal, celui-ci est allongé parallèlement à l'axe optique; si l'allongement est de signe contraire à celui du cristal, il y a un aplatissement perpendiculairement à l'axe principal, simulant un faux allongement. On pourra d'ailleurs toujours vérifier la position de l'axe optique sur la section de biréfringence maximum de même que le signe optique par le procédé indiqué (a. 286, p. 341).

Quant au clivage, il est prismatique s'il coïncide avec l'allongement, basal s'il est perpendiculaire et pyramidal s'il est oblique etc.

Si enfin le minéral est polychroïque, après avoir déterminé sur la section $n_g n_p$ la position de $n_g$ et de $n_p$ (a. 181, p. 196 et 182, p. 197), on place successivement ces deux lignes d'extinction parallèlement à la section du polariseur, et on examine sans l'analyseur la couleur transmise.

Si l'on veut aller plus loin dans la détermination, on repérera la section $n_g - n_p$, et après avoir décoiffé la préparation (et presque toujours repoli la coupe) on déterminera au réfractomètre les indices $n_g$ et $n_p$.

On fera également un croquis de la section $n_g n_p$ donnant aussi fidèlement que possible les caractères qui ont été relevés.

La détermination d'un minéral uniaxe comporte rarement celle du système; il faut en effet pour cela que la section perpendiculaire à l'axe optique possède un contour géométrique rattachable à la symétrie $A^6$, $A^4$ ou $A^3$, ce qui n'est pas toujours le cas; ou encore des clivages prismatiques, qui se couperont sous des angles de 90° dans le cas du prisme droit à base carrée, et de 120° dans celui du prisme hexagonal.

Les caractères qui auront été réunis par suite de ces déterminations successives sont en résumé: 1° L'uniaxie du minéral; 2° son signe optique; 3° éventuellement son système, ses clivages, sa direction d'allongement ou d'aplatissement; 4° la valeur de la biréfringence principale $n_g - n_p$; 5° si le minéral est polychroïque, la couleur d'absorption parallèlement à $n_g$ et à $n_p$; 6° la valeur de la réfringence évaluée par le relief, et mieux encore celle des deux indices $n_g$ et $n_p$.

**368. Détermination d'un minéral biaxe.** Lorsqu' on sait qu'un minéral est biaxe, on peut tout d'abord procéder à quelques vérifications préliminaires, qui sont les suivantes:

a) Si le minéral est allongé ou possède des clivages, on examinera comment se comportent ses extinctions sur les différentes sections par rapport à ces lignes directrices. Si les extinctions sont toujours droites, il est probable que le minéral étudié est orthorhombique. Cependant dans le cas où il y a un allongement, il pourrait être mono-

clinique et allongé alors selon l'arête $ph^1 = (001)\ (100)$ voire même quelque fois selon les arêtes $pg^1 = (001)\ (010)$ et $h^1g^1 = (100)\ (010)$, si l'orientation optique est telle, que l'un des axes $n_g$, $n_p$ ou $n_m$ de l'ellipsoïde coïncide avec l'arête en question ou à peu près. Si les extinctions sont toujours obliques par rapport aux différentes lignes directrices, le minéral selon toute vraisemblance est triclinique; s'il existe deux catégories de sections dont les unes, plus nombreuses, s'éteignent obliquement, les autres, plus rares, s'éteignent à zéro, le minéral est probablement monoclinique.

b) Dans le cas où toutes les extinctions sont obliques, on mesurera sur chaque section allongée, l'angle d'extinction que fait une même vibration ($n_g'$ ou $n_p'$) avec la direction d'allongement, et on inscrira soigneusement les différentes valeurs obtenues.

c) Si le minéral est allongé, on déterminera sur chaque section le signe de cet allongement, en éteignant chaque fois celle-ci, puis en plaçant à 45° des nicols la ligne d'extinction qui fait avec l'allongement un angle plus petit que 45° et en lui superposant le mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou la teinte sensible. Si pour toutes les sections allongées la teinte de polarisation monte, l'allongement est positif; si elle descend, il est négatif; si elle monte ou descend selon la section observée, l'allongement est de signe variable.

Ces premières vérifications étant achevées, on opérera comme suit:

1° *On cherchera la section de biréfringence maximum* par la méthode habituelle, en vérifiant toujours son orientation par la figure obtenue en lumière convergente (a. 275, p. 324). Deux cas sont alors possibles:

a) La section $n_g n_p$ possède un contour géométrique, des clivages nets ou un allongement déterminé. Après avoir mesuré les angles compris entre les côtés ou ceux formés par l'intersection des clivages s'il y a lieu, on examine comment se comportent les extinctions par rapport à ces lignes directrices. Si celles-ci sont droites, la section peut appartenir aux systèmes orthorhombique ou monoclinique; dans ce dernier cas le plan des axes optiques sera perpendiculaire à $g^1 = (010)$. Si elles sont obliques, la section appartient au système monoclinique avec le plan des axes parallèles à $g^1 = (010)$, ou au système triclinique. De toute façon, au moyen du mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou de la teinte sensible, on fixera celle des deux lignes d'extinction qui correspond à $n_g$ ou à $n_p$, puis on mesurera l'angle que fait l'une de ces deux extinctions avec la ligne directrice choisie, en utilisant pour cela les procédés indiqués (a. 206 et suiv. p. 232). On déterminera ensuite la valeur de $n_g - n_p$ au compensateur, en se servant pour calculer l'épaisseur d'un indice arbitraire fixé d'après le relief; puis si le minéral est polychroïque, on examinera les couleurs transmises lorsque $n_g$ et $n_p$ de-

viennent successivement parallèles à la section principale du polariseur, l'analyseur ayant été écarté.

Si l'on voulait mesurer exactement $n_g$, $n_p$ et $n_m$, on repérerait la section pour l'examiner ensuite au réfractomètre, après l'avoir décoiffée. On fera comme d'habitude un croquis de la section étudiée, sur lequel on inscrira les données relevées.

b) La section $n_g - n_p$ ne possède ni contour, ni clivages, ni allongement. Il est alors impossible de préciser si les extinctions sont droites ou obliques, et on se bornera à mesurer $n_g - n_p$, éventuellement les deux indices $n_g$ et $n_p$, et si le minéral est polychroïque, la couleur transmise parallèlement aux deux lignes d'extinction.

2° *On cherchera la section perpendiculaire à la bissectrice aiguë.* Pour cela, dans le but d'éviter de trop longs tâtonnements, on expérimentera en lumière convergente toutes les sections qui polarisent au-dessus de la biréfringence moyenne. Nous avons vu en effet (a. 203, p. 224) que si l'angle des axes optiques était de 90°, il n'y aurait plus ni bissectrice aiguë ni bissectrice obtuse et que la section perpendiculaire à une bissectrice posséderait la biréfringence moyenne $\frac{n_g - n_p}{2}$. De ceci résulte que si $2V$ est $<$ que 90°, la section perpendiculaire à la bissectrice aiguë polarise au-dessous de la teinte qui correspond à cette biréfringence moyenne, et la section normale à la bissectrice obtuse polarise au-dessus. On divisera donc par 2 le chiffre qui correspond à la biréfringence maximum du minéral étudié, cherchera sur le tableau des biréfringences une valeur de $n_g - n_p$ qui corresponde au chiffre obtenu, et suivra la ligne oblique qui aboutit à ce chiffre, jusqu'à son intersection avec la droite horizontale qui intercepte sur l'ordonnée une longueur égale à l'épaisseur de la préparation. La couleur donnée par le tableau au point d'intersection de ces deux droites, est celle qu'aurait la section de biréfringence moyenne $\frac{n_g - n_p}{2}$, sous l'épaisseur considérée. On cherchera donc en lumière convergente la bissectrice aiguë parmi les sections qui polarisent au-dessous de cette teinte; plus l'angle $2V$ est petit, plus les teintes parmi lesquelles il faudra chercher la bissectrice se rapprocheront du gris. On est d'ailleurs bien vite fixé par la nature même des figures d'interférence et par l'examen de la biréfringence de quelques-unes de ces sections, sur celles d'entre elles qui fourniront le plus vraisemblablement la bissectrice cherchée. Il y a également lieu comme précédemment, de distinguer deux cas:

a) La plaque a des clivages ou un allongement. On fixera tout d'abord la position du plan des axes optiques relativement à la ligne directrice choisie, par rapport à laquelle il peut être parallèle, perpendi-

culaire ou oblique; dans les deux premiers cas les extinctions de la plaque seront droites, dans le troisième, elles seront obliques. Pour cela, après avoir disposé la section en lumière convergente de façon à obtenir la croix noire, on disloque légèrement celle-ci par une faible rotation de la platine du Nord vers l'Est, et selon que les hyperboles apparaissent dans les quadrants $N \cdot E - S \cdot O$ ou $N \cdot O - S \cdot E$, le plan des axes optiques coïncide avec la barre obscure de la croix qui se confondait avec le fil $N.S$ ou $E.O$ du réticule. On rétablit alors la croix, introduit l'oculaire dans le tube du microscope, la plaque doit être alors obscure en lumière parallèle. On retire ensuite l'analyseur et examine si le fil du réticule qui jalonne la trace du plan des axes, coïncide avec la ligne directrice ou lui est perpendiculaire, les extinctions seraient alors droites dans ce cas. S'il n'en est pas ainsi, les extinctions sont obliques et il faut alors tourner la platine jusqu'à ce que cette ligne directrice coïncide à son tour avec le fil du réticule qui jalonnait la trace du plan des axes, en mesurant, bien entendu, la rotation imprimée sur le cercle gradué.

On déterminera ensuite le signe optique; pour cela, si le minéral est peu biréfringent et son angle des axes optiques petit, on peut se servir du mica $\frac{1}{4}\lambda$ ou de la teinte sensible, en procédant de la même façon qu'avec les cristaux uniaxes (a. 289, p. 343). Si l'angle des axes est plus grand, on opère alors en lumière parallèle d'après la méthode indiquée (a. 289. c.) qui consiste à superposer en lumière parallèle un mica ou une teinte sensible sur la trace du plan des axes mise à 45° de son extinction, et à examiner si la teinte de polarisation de la section monte ou descend; la bissectrice est alors négative dans le premier cas et positive dans le second. Lorsque le minéral polarise très haut, on peut employer la même méthode mais en remplaçant le mica $\frac{1}{4}\lambda$ par un biseau de quartz.

Après avoir déterminé le signe optique, on mesurera la biréfringence de la section perpendiculaire à la bissectrice aiguë; cette biréfringence sera $n_g - n_m$ si cette bissectrice est négative, et $n_m - n_p$ si elle est positive. Enfin si le minéral est polychroïque, on placera, successivement $n_m$ et $n_g$ ou $n_m$ et $n_p$ parallèlement à la section du polariseur par rotation de la platine, en examinant la couleur transmise après avoir enlevé l'analyseur.

Il reste à mesurer la grandeur de l'angle des axes optiques $2V$ ou $2E$. Très souvent on se borne à indiquer s'il est grand ou petit, ce qui se voit immédiatement par la façon dont les hyperboles se comportent dans le champ; si l'on veut en effectuer la mesure, on se servira de la méthode de Mallard (a. 303, p. 359), mais les résultats obtenus avec celle-ci sur les plaques minces sont peu encourageants

vu la largeur des hyperboles, qui diminue énormément l'exactitude des pointés. En pratique il vaut mieux procéder comme suit: En se reportant à ce qui a été dit (a. 84, p. 78), on voit que l'angle $V$ autour de la bissectrice aiguë est donné par l'une ou par l'autre des formules suivantes, dans lesquelles pour éviter la confusion, nous désignerons par $Ba$ et $Bo$ les biréfringences des sections perpendiculaires aux bissectrices aiguë ($Ba$) et obtuse ($Bo$)

$$\sin V = \sqrt{\frac{Ba}{n_g - n_p}}, \qquad \cos V = \sqrt{\frac{Bo}{n_g - n_p}}$$

$$\operatorname{tang} V = \sqrt{\frac{Ba}{Bo}}.$$

Si donc on a mesuré au compensateur les biréfringences principales $Ba$ et $n_g - n_p$, on pourra aisément calculer la valeur de $V$. Les méthodes de M. F. Becke (a. 304, p. 363) peuvent être aussi avantageusement employées.

On pourra aussi utiliser la section perpendiculaire à la bissectrice aiguë pour déterminer la dispersion si la figure d'interférence comporte des anneaux colorés, ce qui n'arrive que rarement.

Si enfin il n'avait pas été possible de déterminer les indices sur la section $n_g\, n_p$, on pourrait alors utiliser dans le même but celle perpendiculaire à la bissectrice aiguë, qu'on repérerait à cet usage. Comme précédemment, il est évident que l'on fera un croquis de la section résumant l'ensemble des propriétés observées.

b) La section est sans contour et ne présente aucune ligne directrice. A défaut de celles-ci, la signification de la position des lignes d'extinction ainsi que celle de l'orientation du plan des axes optiques est nulle. On déterminera simplement dans ce cas: 1) le signe de la bissectrice aiguë, 2) la valeur de $n_g - n_m$ ou $n_m - n_p$, selon que celle-ci est négative ou positive; 3) la couleur d'absorption parallèlement à $n_m$ si le minéral est polychroïque, et éventuellement la grandeur de l'angle $2V$ des axes optiques.

3° *On cherche enfin la section perpendiculaire à la bissectrice obtuse*, en examinant pour cela en lumière convergente les sections qui polarisent au-dessus de la biréfringence moyenne, et tout particulièrement celles dont la teinte de polarisation est plus fréquente, jusqu'à ce qu'on observe la figure caractéristique donnée par les sections normales aux bissectrices. Il y a également, comme précédemment, les cas $a$ et $b$ qui sont possibles, l'examen se fera exactement comme pour la bissectrice aiguë, et l'on déterminera s'il y a lieu: 1) la position de la trace du plan des axes optiques sur la section, 2) le signe de la bissectrice obtuse, qui servira de contrôle,

3) la valeur de $n_g - n_m$ ou de $n_m - n_p$ selon le signe optique, 4) enfin la teinte d'absorption parallèlement à $n_m$. Un troisième croquis résumera les observations qui ont été relevées.

Il s'agit maintenant de tirer de ces différentes déterminations les conclusions qui s'en dégagent:

I. La section $n_g - n_p$, ainsi que celles perpendiculaires aux deux bissectrices, ont des extinctions droites: Le minéral est alors orthorhombique, et la disposition de ses contours et de ses clivages sur les trois sections orientées, permettront de reconstituer la disposition générale du cristal relativement aux trois axes de l'ellipsoïde.

II. Deux parmi les sections $n_g\ n_p$ et celles normales aux bissectrices ont des extinctions droites, la troisième a des extinctions obliques. Le minéral est monoclinique et si la section $n_g - n_p$ est celle qui présente les extinctions obliques, le plan des axes optiques est parallèle à $g^1 = (010)$; dans le cas contraire il est perpendiculaire à $g^1 = (010)$.

III. La section $n_g\ n_p$ et celles perpendiculaires aux deux bissectrices ont des extinctions obliques. Le minéral est alors triclinique.

Les caractères que nous aurons alors accumulés pour chaque système seront les suivants:

*Pour le système orthorhombique.* 1) L'allongement ou l'aplatissement et leur signe, ainsi que la disposition des clivages par rapport à $n_g$, $n_m$ et $n_p$. 2) Le relief soit la réfringence. 3) L'orientation du plan des axes optiques par rapport aux lignes directrices. 4) Le signe optique. 5) La valeur des trois biréfringences $n_g - n_p$, $n_g - n_m$ et $n_m - n_p$. 6) La grandeur de l'angle des axes optiques et éventuellement la dispersion. 7) Si le minéral est polychroïque, la couleur transmise parallèlement à $n_g$, $n_m$ et $n_p$. 8) Dans certains cas, la valeur de $n_g$, $n_m$ et $n_p$.

*Pour le système monoclinique*, en sus des caractères qui précèdent: 9) l'orientation du plan des axes optiques par rapport au plan de symétrie, 10) L'angle d'extinction sur $g^1 = (010)$ rapporté à une ligne directrice déterminée, et à une vibration de signe connu ($n_g$, $n_p$ ou $n_m$) selon les cas.

*Pour le système triclinique:* en plus des caractères indiqués pour le système orthorhombique. 11) Les angles d'extinction que font les vibrations $n_g$, $n_p$ ou $n_m$ sur les trois sections normales aux bissectrices, et par rapport à une ligne directrice déterminée. 12) Si la section est allongée, l'angle d'extinction maximum que fait avec cet allongement une vibration de signe connu ($n_g'$ ou $n_p'$).

Il est bien évident que les conclusions qui viennent d'être exposées ne s'appliquent qu'au cas *a*; si l'on se trouve pour les trois sec-

tions orientées dans le cas *b*, il est impossible de se prononcer sur le système et l'on ne sait si les caractères qui ont été déterminés sont attribuables au rhomboïdal droit, au monoclinique ou au triclinique.

Souvent les cristaux qu'il s'agit de déterminer sont maclés, et ces macles peuvent dans certains systèmes, notamment dans le triclinique, devenir un auxiliaire précieux pour fixer l'identité du minéral. Nous n'entrerons pas ici dans de grands détails sur l'utilisation de ces macles, nous réservant de le faire dans un autre ouvrage consacré exclusivement à l'examen des méthodes employées pour la détermination des feldspaths; nous rappellerons seulement quelques opérations que l'on pourra faire lorsqu'on se trouvera en présence d'un minéral maclé.

1° On cherchera toutes les sections normales au plan de jonction, qui, comme nous l'avons vu (a. 235, p. 267) s'éteignent lors de l'hémitropie normale symétriquement de part et d'autre de la trace du plan de macle, et l'on mesurera tous les angles d'extinction de ces différentes sections par rapport à une vibration de même signe ($n_g'$ ou $n_p'$). Sur la section qui donnera la valeur maximum pour l'angle d'extinction, on examinera en lumière convergente les deux individus maclés 1 et 1', en notant la figure obtenue, si elle renseigne sur leur orientation.

2° On pourra chercher également une section maclée, dont l'un des individus est perpendiculaire à la bissectrice aiguë ou à la bissectrice obtuse; on déterminera l'angle que fait la trace du plan des axes optiques avec celle du plan de macle, puis la valeur de l'angle d'extinction d'une vibration de signe connu ($n_g'$ ou $n_p'$) sur le second individu, en vérifiant également la figure d'interférence qu'il donne en lumière convergente.

3° On pourra opérer aussi sur une section maclée dont l'un des deux individus est perpendiculaire à l'axe optique *A* ou *B*, et procéder exactement comme dans le cas précédant.

4° On cherchera enfin une section maclée dont l'un des individus est perpendiculaire à $n_m$, et on déterminera sur 1 et 1' l'angle d'extinction que fait la vibration $n_g$ ou $n_p$ avec la trace du plan de macle, en vérifiant également l'individu 1' en lumière convergente.

**369. Principe de la construction des tables servant aux déterminations.** Lorsqu'on a établi les caractères optiques d'un minéral, il s'agit ensuite de fixer son identité. Pour cela on utilise des tables systématiques, qui permettent d'arriver rapidement au résultat cherché. Il en existe un certain nombre, qui toutes sont basées sur des principes plus ou moins analogues; les plus usitées sont celles de MM. Michel-Lévy et Lacroix, ainsi que celles qui se trouvent dans l'ouvrage de

MM. Rosenbusch et Wülfing; nous décrirons les premières de ces deux tables, en exposant sommairement la manière de s'en servir.

Dans un premier tableau général MM. Michel-Lévy et Lacroix ont groupé les divers minéraux transparents connus dans les sept systèmes cristallographiques: à savoir: le système du cube, le système quadratique, le système du prisme hexagonal, le rhomboèdre, le système orthorhombique, le système monoclinique et le système triclinique. Chaque système à l'exception du cube, est divisé en deux colonnes, l'une réservée aux minéraux négatifs, l'autre aux positifs. Les divers minéraux afférents à chaque système, sont, pour chaque signe, groupés par ordre de biréfringence maximum croissante par 0,001, unités. Ces biréfringences sont écrites en colonnes, et séparées les unes des autres par des lignes horizontales divisant les colonnes afférentes à chaque système en cellules, qui restent inoccupées lorsque, pour un système et un signe déterminés, il n'existe pas de minéral qui correspond à la biréfringence inscrite. Souvent au contraire plusieurs minéraux de même signe et de système identique ont en outre la même biréfringence; ceux-ci sont alors inscrits dans la cellule par rang d'indice moyen croissant, qui est imprimé en regard.

Ce tableau permet d'être immédiatement fixé sur le ou les minéraux qui répondent à ces premiers caractères groupés du système, du signe optique et de la biréfringence maximum, il suffit alors de vérifier l'ensemble des autres caractères pour arriver à une identification plus complète. Dans ce but, MM. Michel-Lévy et Lacroix ont groupé en tables les divers minéraux arrangés par ordre alphabétique et réunis par familles naturelles. Il faut donc préalablement vérifier si le minéral dont on veut examiner les caractères est un individu isolé, ou s'il appartient à une famille naturelle, ce qui est de suite indiqué par un index approprié.

Quant aux tables proprement dites, elles comprennent un certain nombre de colonnes dans lesquelles sont inscrits, en allant de gauche à droite, les différents caractères suivants: Le nom du minéral, sa composition chimique, son système cristallin, les formes qui prédominent et les gisements habituels, les pointements et les angles les plus fréquents, l'arête qui sert de direction d'allongement ou la face d'aplatissement, le signe de la zone d'allongement, la valeur de l'angle d'extinction maximum rapportée à la direction d'allongement ou à la trace de l'aplatissement, la face d'association dans les macles les plus fréquentes, l'axe de rotation de ces macles, le signe en lumière parallèle des zones qui présentent des extinctions symétriques pour les individus maclés, l'angle d'extinction maximum entre deux lamelles hémitropes, la position des trois indices principaux, le signe optique,

la valeur de l'angle des axes optiques, celle de l'indice moyen $\frac{n_g + n_m + n_p}{3}$ ainsi que la couleur des sections en lumière naturelle, la valeur des trois indices principaux $n_g$, $n_p$ et $n_m$ avec les couleurs d'absorption transmises parallèlement à ces trois directions, les trois biréfringences principales $n_g - n_p$, $n_g - n_m$ et $n_m - n_p$, et enfin les principales réactions microchimiques. Pour identifier le minéral étudié, il suffit de vérifier si les caractères qui ont été observés correspondent à ceux indiqués par les tables pour le minéral ou l'un des minéraux qui, sur le premier tableau, ont le système, le signe optique et la biréfringence identiques à ceux qui ont été observés.

Comme le point de départ de toute identification est la fixation précise du système, du signe optique et de la biréfringence maximum, toute erreur qui porterait sur ces trois caractères entraînerait nécessairement la nullité du résultat. Or comme nous l'avons vu, il est parfois impossible de préciser le système d'un minéral en dehors de l'uniaxie ou de la biaxie. Dans ces conditions, si le minéral déterminé est uniaxe, on le supposera successivement hexagonal, rhomboèdrique ou quadratique, et on relèvera sur le premier tableau, le ou les minéraux de chacun de ces systèmes qui possèdent à la fois le signe optique et la biréfringence du minéral étudié. On comparera ensuite au moyen des tables, l'ensemble des caractères établis pour celui-ci avec ceux de chacun des minéraux des trois systèmes indiqués, qui ont même signe et même biréfringence maximum.

Pour un minéral biaxe, on opérerait de la même façon, en faisant successivement l'hypothèse que celui-ci est orthorhombique, monoclinique ou triclinique.

Une autre cause d'erreur réside dans l'inexactitude de la détermination de la biréfringence maximum. Comme on peut souvent commettre à cet égard une erreur de quelques unités de la troisième décimale, si après l'examen du premier tableau on s'en tenait strictement pour les vérifications plus complètes aux minéraux qui répondent à la biréfringence observée, on risquerait de se tromper dès le début. Il est bon en conséquence d'examiner non seulement les caractères du ou des minéraux dont le système, le signe et la biréfringence sont conformes à ceux qui ont été trouvés, mais encore éventuellement ceux des minéraux qui présentent une biréfringence maximum de quelques unités supérieure et inférieure à celle qui a été trouvée.

Pour faciliter le diagnostic des minéraux colorés, MM. Michel-Lévy et Lacroix ont groupé en un tableau spécial tous les minéraux qui présentent la même couleur, en indiquant de plus, si ceux-ci sont polychroïques, les couleurs d'absorption parallèlement à $n_g$, à $n_p$ et à $n_m$.

**370. Détermination des minéraux opaques.** Il nous faut encore pour terminer, examiner le cas de la détermination des minéraux opaques. En dehors des réactions microchimiques dont il ne saurait être question ici, il ne reste guère comme critère pour effectuer cette détermination que la forme des contours géométriques des sections, si toutefois ils existent, et la couleur de la lumière qu'elles réfléchissent. Pour juger de cette dernière, il est bon d'éclairer la préparation par des rayons verticaux qui coïncident avec l'axe du microscope. Les appareils qu'on utilise dans ce but sont analogues comme principe à l'oculaire de Gauss; le plus commode est l'illuminateur vertical d'Abbe (fig. 492). Les rayons lumineux provenant d'une source déterminée, pénètrent par une ouverture latérale placée au-dessus de l'objectif, et tombent sur un prisme à réflexion totale $p$ qui les renvoie sur la préparation. On peut à volonté, comme le fait J. Joly, polariser la lumière incidente, en introduisant un nicol dans un tube placé devant l'ouverture. Si l'on veut encore préciser la couleur de la lumière réfléchie par les minéraux opaques, on peut se servir de l'appareil imaginé par A. Inostranzeff.[1] Il se compose de deux prismes à réflexion totale $P$ et $P'$ (fig. 493), placés dans deux tubes jumeaux, que l'on peut substituer aux oculaires de deux microscopes voisins éclairés par la même lumière. Les rayons réfléchis qui ont traversé les prismes $P$ et $P'$, arrivent dans deux nouveaux prismes $p$ et $p'$ qui les renvoient dans un oculaire commun 0.

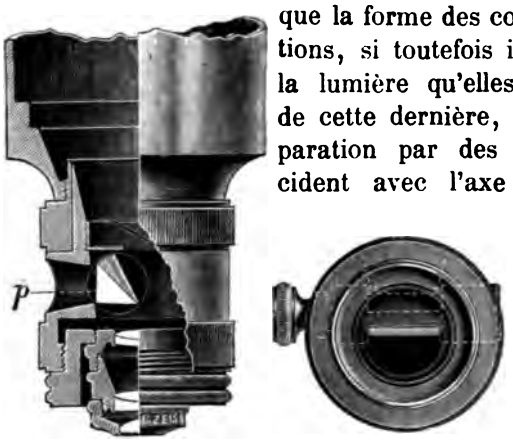



Fig. 492.
Illuminateur vertical de la maison Carl Zeiss à Iéna.

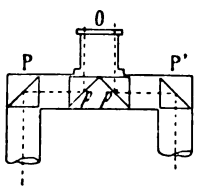



Fig. 493.

Le corps à examiner est placé sur la platine de l'un des microscopes; sur celle de l'autre on met un corps coloré servant de terme de comparaison, et l'on fait réfléchir de la lumière à la surface de ces deux corps. Dans ces conditions, on voit le champ de l'oculaire divisé en deux moitiés, diversement ou également colorées selon les cas. Comme terme de comparaison, M. Inostranzeff prend les poussières des minéraux opaques les plus répandus.

[1] A. Inostranzeff, N. Jahrb. f. Min. II. 1885, 94—96.

# CHAPITRE XXI.

# PHOTOGRAPHIE DES PRÉPARATIONS MICROSCOPIQUES.

§ 1. Appareils servant à la photographie. § 2. Méthodes d'opération.

## § 1. APPAREILS SERVANT A LA PHOTOGRAPHIE.

**371. Chambre noire et systèmes optiques.** Pour photographier des préparations microscopiques, on peut employer le microscope composé, en substituant une chambre noire à l'œil de l'observateur. La plaque sensible doit se trouver dans le plan de l'image conjuguée de l'objet à représenter, le système optique employé se compose d'habitude d'un objectif et d'un oculaire d'Huygens; la mise au point se fait par déplacement du tube du microscope.

On peut également pour projeter l'image, faire usage d'un objectif microscopique seul, ou encore d'un objectif photographique à court foyer, si les grossissements à obtenir ne sont pas considérables. Les microplanars de Zeiss sont particulièrement recommandables pour la reproduction des coupes pétrographiques, et donnent des images parfaites d'objets plans.

Si l'on photographie sans oculaire, la divergence du faisceau nécessite l'emploi de tubes de gros calibre pour le microscope, le nicol analyseur doit être placé aussi près que possible de l'objectif, il peut avec avantage être remplacé par une lame de tourmaline à faces parallèles, qui ne produira pas de perturbation sensible sur la marche des rayons.

Fig. 494. Chambre noire pour microphotographie. (R. Fuess à Berlin.)

Une chambre noire quelconque peut être utilisée, il suffit de la raccorder avec le microscope. Pour cela on se sert d'une pièce qui se fixe à l'extrémité du tube porte-oculaire, et qui consiste en deux tubes métalliques concentriques, noircis intérieurement et réunis par leur base. Un autre tube fixé à l'extrémité de la chambre noire, pénètre entre ceux-ci. Ce raccord est étanche à la lumière et a l'avantage de permettre le déplacement du tube du microscope pour la mise au point. Le microscope lui-même est placé horizontalement sur une table, qui supporte également la chambre noire fixée sur un support approprié. Cette disposition peut être utilisée avec un système

optique quelconque; elle permet des agrandissements variés, si la chambre noire possède un tirage étendu.

Si l'on veut photographier avec l'objectif et l'oculaire, on peut alors utiliser la chambre noire (fig. 494) que construit la maison Fuess. Elle consiste en un simple cône d'aluminium *T*, qui se raccorde par son sommet avec le microscope, tandis que sur la base on peut adapter dans une coulisse *R*, une glace dépolie ou un chassis *C* contenant la plaque sensible. Le petit accessoire représenté à gauche de la figure est un obturateur. Il consiste en une lame de métal *Sch*, munie d'un orifice; elle s'introduit au-dessus de l'objectif, dans la gaîne où l'on glisse d'habitude les lamelles optiques, et sert à régler la durée de l'exposition.

**372. Sources de lumière.** La lumière solaire que l'on peut diriger dans l'instrument à l'aide d'un héliostat et d'une lentille collectrice, convient fort bien pour tous les travaux de microphotographie. On peut lui substituer une lumière artificielle intense quelconque, telle que celle fournie par l'arc voltaïque, le chalumeau oxhydrique, le bec Auer etc. Entre la source lumineuse et l'appareil, on place toujours une lentille collectrice destinée à réunir en un faisceau étroit le maximum de lumière possible, puis une cuve à faces planes et parallèles renfermant une dissolution d'alun ou simplement de l'eau froide qu'on renouvelle par une circulation.

## § 2. MÉTHODES D'OPÉRATION.

**373. Mise au point.** Elle se fait en déplaçant le tube du microscope au moyen de la crémaillère, et en observant l'image de la préparation sur le verre dépoli de la chambre noire. On s'aide au besoin d'une loupe, et l'on cherche la position à donner à l'objectif pour obtenir le maximum de netteté de l'image. Avec la combinaison de l'objectif avec l'oculaire, suivant les appareils utilisés, l'image n'est point toujours nette dans toutes les parties du champ; il faut alors faire la mise au point sur un cercle de rayon égal à la moitié de celui qui limite le champ de la photographie. Quand le grossissement est fort et la source lumineuse peu intense, la mise au point sur le verre dépoli n'est parfois pas possible par suite du manque de lumière. On remplace alors le verre dépoli par une simple glace transparente, et on examine l'image projetée à l'aide d'une loupe de mise au point. Celle-ci se compose d'une lentille convergente, montée sur un tube qui coulisse dans un autre plus grand, que l'on applique contre le verre. En déplaçant plus ou moins la lentille, on met exactement au point la face de la glace tournée du côté des rayons incidents (qui correspond à celle enduite de gélatino-bromure

dans les plaques sensibles). On déplace ensuite le tube du microscope jusqu'à ce que l'image de l'objet apparaisse nettement dans le champ de la loupe.

**374. Plaques sensibles et temps de pose.** Comme plaque sensible, on peut prendre une marque quelconque; dans les cas où il s'agit de reproduire des coupes minces vues en lumière polarisée, on se sert d'habitude de plaques orthochromatiques sensibles au vert et au jaune, ou mieux encore de plaques panchromatiques sensibilisées pour le jaune, le vert et le rouge.

La durée d'exposition est très variable et dépend de nombreux facteurs, qui sont principalement la nature de la source lumineuse, le grossissement, la dimension de la photographie etc. Nous ne pouvons pas donner de règles précises, car ce temps de pose peut osciller entre quelques secondes et plusieurs minutes; il faut procéder par tâtonnements successifs et le déterminer expérimentalement. D'ailleurs avec un peu de pratique, on se rend aisément compte de la durée d'exposition qui est nécessaire dans chaque cas.

**375. Développement des négatifs.** Pour développer les négatifs obtenus, il existe de nombreuses formules, on donnera la préférence à celle qui possède le plus de souplesse et qui permet de conduire à volonté le développement, en variant les différentes proportions des corps qui sont en présence. On peut de la sorte atténuer dans une certaine mesure les écarts des temps de pose.

Dans ce but, on préparera les solutions suivantes, qui doivent être soigneusement filtrées.

A. { Eau 500 cent. cubes
Sulfite de soude anhydre 75 grammes.

B. { Solution A 100 cent. cubes
Acide pyrogallique 5 grammes.

C. { Eau 50 cent. cubes
Bromure de potassium 5 grammes.

D. { Eau 100 cent. cubes
Carbonate de potasse 15 grammes
Carbonate de soude cristallisé 31.5 grammes

Pour développer une plaque normalement exposée on fait un bain composé de:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Eau | 80 | cent. | cubes |
| Solution A | 14 | » | » |
| Solution B | 6 | » | » |
| Solution C | 1 | » | » |
| Solution D | 3 | » | » |

Pour l'usage de ce bain, il faut se souvenir que la solution A donne de la transparence aux noirs, tandis que celle B les accentue; la solution C ralentit le développement et celle D accélère la venue de l'image.

Lorsque le développement est achevé, la plaque est lavée à l'eau et fixée au moyen d'une solution contenant

Eau 1000 cent. cubes
Hyposulfite de soude 200 grammes.

Lorsque toute trace de bromure d'argent non impressionné a disparu, on lave la plaque à grande eau, et on la sèche.

Pour la pratique détaillée des manipulations on pourra consulter un des nombreux ouvrages spéciaux traitant de la photographie.

## CHAPITRE XXII.

## SOURCES LUMINEUSES.

**376. Généralités.** Dans un grand nombre d'opérations il est nécessaire de se procurer de la lumière monochromatique de longueur d'onde connue, on peut l'obtenir par divers procédés qui sont:

1° L'absorption de certaines radiations à l'aide de filtres à lumière.
2° L'incandescence de certains gaz raréfiés dans les tubes de Geissler.
3° L'incandescence des vapeurs de certains corps solides.
4° La décomposition de la lumière blanche, à l'aide d'appareils spéciaux, appelés monochromateurs, permettant d'en séparer la radiation voulue.

**377. Filtres à lumière.** On emploie dans le but d'obtenir une lumière à peu près monochromatique, des corps transparents colorés, tels que des verres ou des solutions, qui absorbent une grande quantité de radiations lumineuses du spectre. On ne peut obtenir par ce procédé une lumière parfaitement homogène, mais elle suffit pour certains emplois. Les verres rouges colorés à l'oxyde de cuivre sont d'un usage fréquent; ils ne laissent passer que des radiations comprises entre les raies *a* et *D* du spectre. M. H. Landolt a proposé pour la mesure des pouvoirs rotatoires, l'emploi de solutions diversement colorées, qu'il enferme dans des cuves en verre à faces parallèles de 15 à 20 m.m. d'épaisseur. Les solutions, l'épaisseur des cuves qui les contiennent, et la longueur d'onde approximative de la lumière transmise, sont indiquées dans le tableau suivant emprunté au travail de M. Landolt. Le violet cristallisé 5*BO* est le nom commercial de la Hexaméthylpararosaniline, on en dissout la quantité nécessaire dans un peu d'alcool et on étend d'eau. Le vert double *SF* est le nom commercial donné à une combinaison de vert de méthyle avec du chlorure de zinc.

**Tableau des solutions employées comme filtres à lumière.**

| Couleur | Épaisseur des cuves en millimètres | Solutions aqueuses de: | Concentration en grammes dans 100 cc. | $\lambda$ en $\mu\mu$ |
|---|---|---|---|---|
| Rouge | 20 | Violet cristallisé $5BO$ | 0,005 | — |
| | 20 | Chromate de potassium | 10 | 665.9 |
| Jaune | 20 | Sulfate de nickel ($NiSO_4 + 7H_2O$) | 30 | — |
| | 15 | Chromate de potassium | 10 | 591.9 |
| | 15 | Permanganate de potassium | 0.025 | — |
| Vert | 20 | Chlorure cuivrique $CuCl_2$ | 60 | — |
| | 20 | Chromate de potassium | 10 | 533.0 |
| Bleu clair | 20 | Vert double $SF$ | 0.002 | — |
| | 20 | Sulfate de cuivre | 15 | 488.5 |
| Bleu foncé | 20 | Violet cristallisé $5BO$ | 0.005 | — |
| | 20 | Sulfate de cuivre | 15 | 448.2 |

**378. Vapeurs métalliques incandescentes.** Les vapeurs métalliques incandescentes fournissent, comme on le sait, des lumières colorées dont les spectres sont à raies plus ou moins nombreuses. L'incandescence des vapeurs peut être obtenue par calcination d'un sel dans la flamme d'un bec de Bunsen ou d'un chalumeau. On emploie d'habitude un simple brûleur surmonté d'une cheminée. Le corps est introduit dans la flamme à l'aide d'une petite nacelle de platine, et la cheminée présente une ouverture antérieure pour laisser passer la lumière. Pour plus de commodité, il convient d'avoir le bec, la cheminée et la nacelle montés sur un même support, sur lequel ces appareils peuvent être déplacés et mis à la hauteur convenable.

Les métaux alcalins s'emploient sous forme de carbonates, sulfates, chlorures, ou bromures. Les carbonates sont moins volatils que les suivants et durent plus longtemps; les chlorures et bromures donnent des lumières plus vives.

Quand les corps employés donnent plusieurs raies, on écarte, si cela est nécessaire, celles qui sont inutiles à l'aide de filtres. Pour obtenir de la lumière rouge, on prend des sels de lithium qui donnent une raie rouge très vive avec $\lambda = 670.79\ \mu\mu$, et une autre orangé, avec $\lambda = 610.36\ \mu\mu$.

Les sels de sodium donnent une lumière jaune et une raie $D$ pour laquelle $\lambda = 589\ \mu\mu$. Cette raie est double en réalité, comme on peut le constater avec des appareils puissants, l'une $D_1$ avec $\lambda = 589.60\ \mu\mu$, l'autre $D_2$ avec $\lambda = 589\ \mu\mu$.

Les sels de thallium donnent de la lumière verte, mais les combinaisons de cet élément étant particulièrement volatiles, il faut prendre un bec à faible tirage, ou mieux employer une lampe à alcool. En

outre les vapeurs étant vénéneuses, il est prudent de placer la source lumineuse sous une chapelle munie d'une bonne ventilation.

On peut également obtenir des vapeurs métalliques incandescentes en introduisant, comme l'ont indiqué MM. Gouy[1] et Beckmann[2], des solutions pulvérisées dans la flamme d'un brûleur de Bunsen. M. Beckmann a même créé pour cet usage un appareil spécial qui se trouve dans le commerce.

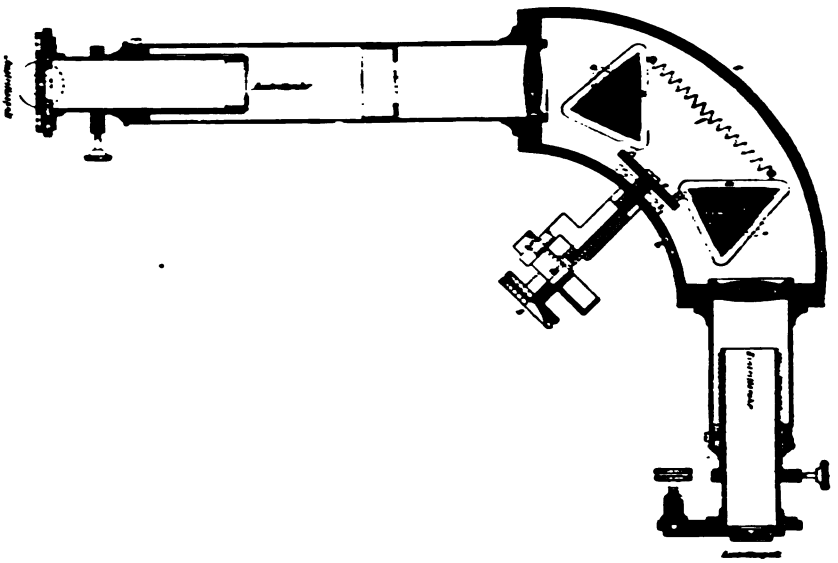


Fig. 495.

L'étincelle d'induction lorsqu'elle éclate entre deux pointes d'un métal convenablement choisi, fournit également un moyen d'obtenir des vapeurs métalliques incandescentes. Ce procédé s'emploie particulièrement pour produire des radiations violettes et ultraviolettes, l'on fait usage pour cela de pointes de zinc, de cadmium, ou de fer.

Pour rendre les gaz incandescents, on les emprisonne sous des pressions très faibles dans des tubes de Plücker, dont la forme habituelle est bien connue; on en trouve dans le commerce qui sont convenablement préparés, et contiennent de l'hydrogène ou de l'hélium. L'hydrogène donne les raies de Fraunhoefer *C*, *F*, une du groupe *G* et *h*.

**379. Monochromateurs.** On appelle ainsi des appareils contenant des prismes ou des réseaux servant à décomposer la lumière blanche, et disposés de façon à pouvoir isoler à volonté telle ou telle radiation.

[1] voir Kayser. Handbuch der Spektroskopie. p. 149.

[2] Beckmann. Zeitsch. f. phys. Chem. 34. 593; 36. 343 et 654; 60, 465 et Zeitsch. f. Instr. 1903. 188.

Ce sont en principe des spectroscopes dans lesquels l'oculaire de la lunette est remplacé par une fente analogue à celle du collimateur, et située au foyer de l'objectif; elle est destinée à servir de diaphragme et à ne laisser passer seulement que les rayons choisis. On place en outre à la suite de cette fente une lentille collectrice, qui permet de rendre les rayons émergents parallèles ou convergents à volonté.

Nous décrirons comme type de ces appareils celui de M. E. A. Wülfing, dans lequel la dispersion est produite par deux prismes *I* et *II* pouvant tourner simultanément autour des axes *Z* et *Z'* sous l'action de la vis *S*. C'est le déplacement des prismes qui permet d'amener sur la fente d'émergence la radiation voulue. Cette disposition a l'avantage de laisser tout l'appareil immobile pendant le réglage, et de ne pas nécessiter le mouvement des collimateurs. La fig 495 montre une coupe de cet appareil. et celle 496 une vue générale de l'instrument, tel que le construit la maison Fuess. En *E* se trouve la fente du collimateur, sur laquelle on dirige la lumière de la source (soleil, arc électrique etc.) en *V* son prisme de comparaison. Les prismes sont contenus dans la boîte *P*, et actionnés par la vis *S*. En *A* se trouve la fente d'émergence, réglée par la vis $s^1$; à sa suite vient un tube *h*, qui contient une lentille destinée à reprendre les rayons sortant de la fente, pour les diriger dans l'instrument où l'on veut les utiliser. Enfin en *M* est un microscope qui permet, à l'aide d'un prisme à réflexion totale, d'examiner les radiations sortant de la fente et de reconnaître leurs positions, soit à l'aide des raies de Fraunhofer, soit par comparaison avec une source connue.

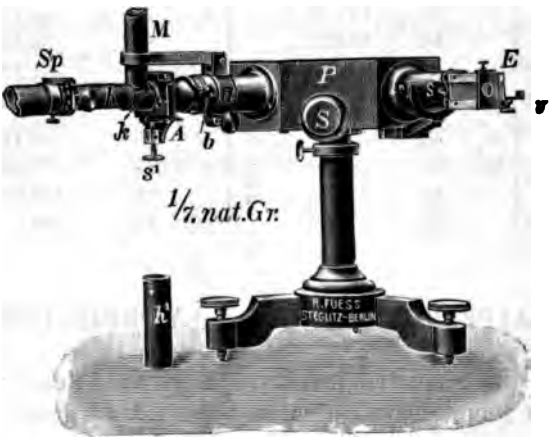



Fig. 496. Monochromateur de M. E. A. Wülfing. Modèle la maison R. Fuess à Berlin.

**380. Tableau des longueurs d'onde des principales radiations.** Le tableau suivant donne les longueurs d'onde dans les parties visibles du spectre, des sources lumineuses les plus employées, ainsi que celles des principales raies de Fraunhofer. Les premières sont désignées par les symboles chimiques des éléments dont les vapeurs incandescentes fournissent les lumières, les secondes par leur notation habituelle.

| | Raies de Fraunhofer | Raies chimiques $\mu\mu$ ($10^{-6}$ m.m.) | |
|---|---|---|---|
| Rouge | | *K* | 769,9 |
| | | *K* | 766,5 |
| | *A* | | 762,8 |
| | | | 762,1 |
| | | | 759,4 |
| | *a* | | 718,5 |
| | *B* | *O* | 687,0 |
| | | *Li* | 670,79 |
| Orangé | *C* | *H* | 656,29 |
| | | $Cd_1$ | 643,85 |
| | *α* | *O* | 627,81 |
| | | *Hg* | 615,21 |
| | | *Li* | 610,36 |
| Jaune | $D_1$ | *Na* | 589,6 |
| | $D_2$ | *Na* | 589,0 |
| | *D* | *He* | 587,58 |
| | | *Hg* | 579,05 |
| | | *Hg* | 576,94 |

| | Raies de Fraunhofer | Raies chimiques $\mu\mu$ ($10^{-6}$ m.m.) | |
|---|---|---|---|
| Vert | *A* | *Ag* | 546,54 |
| | | *Hg* | 546,08 |
| | | $Cd_2$ | 537,90 |
| | | *Tl* | 535,05 |
| | | $Cd_3$ | 533,81 |
| | *E* | *Fe, Ca* | 527,04 |
| | | *Fe* | 526,96 |
| | | *Ag* | 520,91 |
| | $b_1$ | *Mg* | 518,37 |
| | $b_2$ | *Mg* | 517,27 |
| | $b_3$ | *Fe* | 516,90 |
| | $b_4$ | *Mg, Fe* | 516,74 |
| | | $Cd_4$ | 508,59 |
| | | *He* | 501,57 |
| | (*e*) | *Fe* | 495,76 |
| Bleu | *F* | *H* | 486,14 |
| | | $Cd_5$ | 479,99 |
| | | $Cd_6$ | 467,82 |
| | (*d*) | *Fe* | 466,80 |

| | Raies de Fraunhofer | Raies chimiques $\mu\mu$ ($10^{-6}$ m.m.) | |
|---|---|---|---|
| Indigo | | *Sr* | 460,74 |
| | | *He* | 447,16 |
| | | $Cd_7$ | 441,30 |
| | (*e*) | *Fe* | 438,36 |
| | | *Hg* | 435,84 |
| | (*f*) | *H* | 434,05 |
| | (*G'*) | *Fe* | 432,58 |
| | *G* | *Fe, Ca* | 430,79 |
| Violet | (*g*) | *Ca* | 422,68 |
| | (*h*) | *H* | 410,18 |
| | | *Hg* | 407,80 |
| | | *Hg* | 404,70 |
| | | *K, Fe* | 404,6 |
| | | $Cd_8$ | 398,2 |
| | *H* | *H, Ca* | 396,8 |
| | | *Al* | 396,16 |
| | | *Al* | 394,40 |
| | *K* | *Ca* | 393,37 |

## APPENDICE RELATIF A LA PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE.

La projection stéréographique dont l'emploi dans l'étude de l'optique se généralise de plus en plus, est destinée à représenter sur un plan les figures tracées sur une sphère. Le plan de projection passe par le centre de celle-ci; ce mode de représentation n'est en somme qu'une perspective faisant intervenir un point de vue *V* situé dans l'hémisphère inférieur, au pôle même du plan de projection. Ce dernier est fréquemment appelé *plan fondamental*, et son intersection avec la sphère se nomme *cercle fondamental*, ou *cercle de base*.

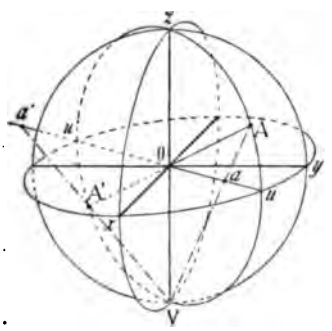


Fig. 497.

La perspective stéréographique d'un point *A* quelconque de la sphère, est l'intersection *a* avec le plan fondamental de la droite joignant *A* avec le point de vue *V* (fig. 497). Il est aisé de voir que si *A* est dans l'hémisphère supérieur, *a* se trouve à l'intérieur du cercle de base; il est à l'extérieur de celui-ci si *A* est situé dans

l'hémisphère inférieur (comme c'est le cas pour $A'$, le diamétralement opposé de $A$, qui a sa projection en $a'$ (fig. 497).

La projection d'une courbe quelconque tracée sur la sphère est l'intersection, avec le plan fondamental, de la surface décrite par les droites, passant par le point de vue, qui s'appuient sur la courbe en question.

La perspective stéréographique possède deux propriétés remarquables, que nous énoncerons sous forme de théorèmes.

**Théorème I:** *La projection stéréographique d'un cercle est un cercle.*

Soit $AB$ (fig. 498) un cercle quelconque, perpendiculaire au plan du tableau qui contient nécessairement la plus grande et la plus petite génératrice du cône circulaire ayant $AB$ comme base et $V$ pour sommet.

Menons $BB'$ parallèle à la trace $PP'$ du plan de projection, nous voyons que l'angle $abV$ a pour mesure $\frac{1}{2}B'V$, et l'angle $VAB = \frac{1}{2}BV$.

Comme $BV = B'V'$, il s'ensuit que $abV = BAV$. Nous trouverions par un raisonnement semblable que $ABV = baV$. Le plan fondamental est donc symétrique d'un plan parallèle à la base circulaire $AB$ du cône, et de ce fait détermine une section circulaire.

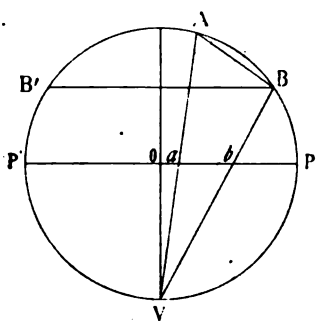


Fig. 498.

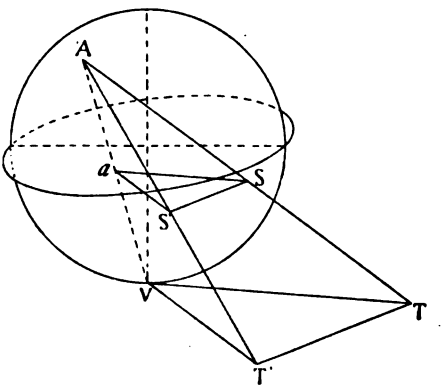


Fig. 499.

**Théorème II:** *L'angle de deux courbes se projette en vraie grandeur.*

Soit $A$ (fig. 499) le point d'intersection de deux courbes, menons par ce point les tangentes à celles-ci, que nous prolongerons en $T$ et $T'$, jusqu'à rencontre avec un plan parallèle à celui de projection et passant par le point de vue. D'après une propriété connue nous aurons $AT = VT$ et $AT' = VT'$, donc $TAT' = TVT'$.

Mais si $S$ et $S'$ sont les points de rencontre des tangentes $AT$ $AT'$ avec le plan de projection, les droites $aS$ et $aS'$ étant respectivement parallèles à $VT$ et $VT'$, on aura enfin

$$SaS' = TVT' = TAT'.$$

Nous examinerons maintenant quelques-uns des problèmes qui se présentent le plus fréquemment, et indiquerons les procédés permettant de les résoudre. Pour faciliter et abréger les constructions, nous recommandons l'emploi d'une table des cordes, ainsi qu'une table des tangentes. Celles-ci se trouvent dans certaines éditions des tables de logarithmes, ou dans les aide-mémoires à l'usage des ingénieurs, elles sont construites pour des arcs croissant de 10′ en 10′. Nous désignerons dans la suite par $R$ le rayon du cercle de base.

I. *Construire la projection d'un point distant d'un arc $\alpha$ du pôle du plan de projection* (fig. 500).

Le point donné $A$ est toujours contenu dans un certain plan diamétral, normal au plan de projection, rencontrant le cercle de base en deux points $u$ et $u'$, aux extrémités d'un diamètre, qui est en outre rencontré par la droite $AV$ (fig. 497). Si nous rabattons le grand cercle $uaou'$ sur le plan fondamental en tournant autour de l'axe $uu'$, le pôle $z$ de la normale au plan de projection arrive en $z'$, $A$ en $A'$ et le point de vue $V$ en $V'$ (fig. 500). La droite $A'V'$ rencontre le diamètre $uu'$ en un point $a$ qui n'est autre chose que la projection de $A$, puisque $A'V'$ est le rabattement de $AV$. La figure montre en outre que

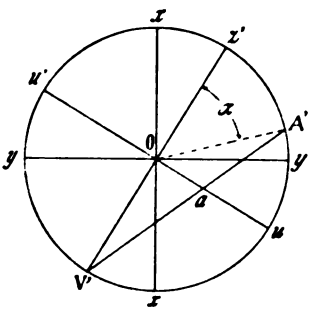


Fig. 500.

$$z'V'A' = \tfrac{1}{2}z'A' = \tfrac{1}{2}\alpha$$

par conséquent $oa = R \operatorname{tang} \frac{1}{2}\alpha$.

Il suffira de reporter sur la trace du plan méridien vertical contenant le point donné, une longueur $Oa = R \operatorname{tang} \frac{1}{2}\alpha$ que l'on trouve à l'aide de la table des tangentes, et l'on obtiendra ainsi directement la projection $a$ du point $A$. Si l'on voulait résoudre le problème graphiquement, il faudrait mener la normale $z'V'$ au diamètre $uou'$, porter à partir de $z'$ un arc $z'A'$ mesurant $\alpha$, et joindre enfin $A'$ à $V'$.

II. *Projeter un grand cercle dont l'orientation de la trace $uu'$ est donnée, et qui fait avec le plan de projection un angle $\alpha$.*

Sur la perpendiculaire $oz'$ à $uu'$ on construit la projection $a$ du point $A$ où le cercle à projeter rencontre le cercle méridien perpendiculaire à $uu'$ (fig. 501)

$$Oa = R \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(90 - \alpha) = R \operatorname{tang}\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Comme le cercle rencontre le plan fondamental en $u$ et $u'$, sa projection passera par ces deux points, et nous aurons ainsi avec $a$ les

trois points nécessaires pour la construction du cercle projeté, dont le centre $c$ se trouve au point de croisement des perpendiculaires élevées sur le milieu des droites $ua$ et $u'a$.

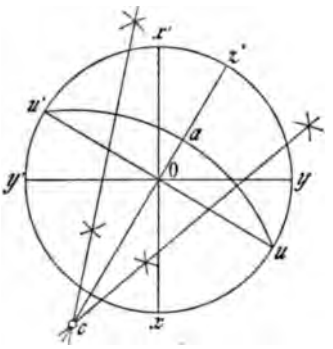



Fig. 501.

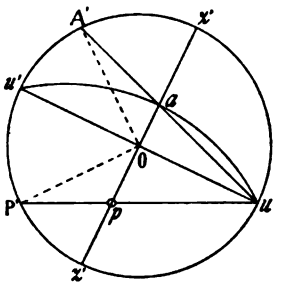



Fig. 502.

III. *Étant donné la projection d'un grand cercle, trouver celle de son pôle.*

Soit $uau'$ le cercle donné, son pôle se trouvera sur la normale à $uu'$, à une distance $Op$ du centre (fig. 502)

$$Op = R \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(90^\circ - \alpha) = R \operatorname{tang}(45^\circ - \tfrac{1}{2}\alpha).$$

$\alpha$ étant l'angle compris entre la normale au plan de projection et le cercle à projeter, dont la valeur se déduira de la distance relevée $Oa$, au moyen d'une table des tangentes

$$Oa = R \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\alpha.$$

On peut aussi obtenir graphiquement la projection $p$ du pôle du cercle; pour ceci on mène $ua$, et on obtient en $A'$, le rabattement autour de $xx'$ sur le plan de projection du point $A$ où le cercle $uau'$ rencontre le plan méridien perpendiculaire à $uu'$. En $P'$, à 90° de $A'$, nous aurons le rabattement du pôle du cercle, et joignant enfin $P'$ à $u$ nous aurons en $p$ le pôle cherché.

En appliquant la construction en sens inverse, on pourra construire la projection d'un grand cercle correspondant à un pôle $p$ donné sur la projection.

IV. *Par les projections stéréographiques a et b de deux points d'un grand cercle, construire la projection de ce cercle.*

Il suffit pour pouvoir construire le cercle, d'obtenir la projection d'un troisième point lui appartenant, comme par exemple celle de $a'$

ou $b'$ diamétralement opposé à $a$ ou $b$ (fig. 503). Le point $a'$ par exemple se trouve sur $Oa$ à une distance

$$Oa' = R \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = R \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$$

si nous désignons par $\alpha$ l'angle défini par la relation

$$Oa = R \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\alpha$$

qui fixe la position de $a$. On cherche donc dans les tables l'angle $\alpha$ correspondant à la valeur de $Oa$ relevée sur la projection, puis on portera sur $Oa$ prolongé et en sens inverse une longueur $Oa' = R \operatorname{cotg} \frac{1}{2}\alpha$.

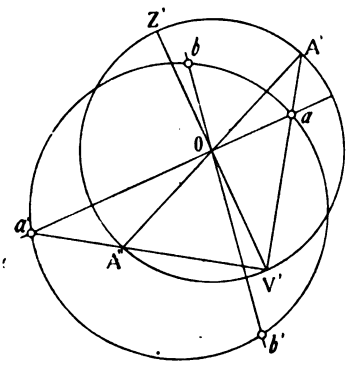


Fig. 503.

Par les trois points $a$, $b$, $a'$ il ne reste qu'à mener un cercle comme il a été dit précédemment.

Pour arriver au même résultat graphiquement, on construit pour cela, la droite $Oa$, puis on élève la perpendiculaire $Z'V'$, mène $V'a$ qu'on prolonge jusqu'en $A'$ à sa rencontre avec le cercle de base. L'arc $Z'A'$ mesure la distance angulaire $\alpha$ comprise entre le pôle du plan de projection et celui $A$ qui se projette en $a$. $A'$ étant en outre le rabattement de $A$, en menant le diamètre $A'A''$ nous aurons en $A''$ le rabattement du pôle qui est le diamétralement opposé de $A$. Joignant enfin $V'A''$ et prolongeant la droite jusqu'à sa rencontre avec $Oa$, nous aurons en $a'$ le point cherché.

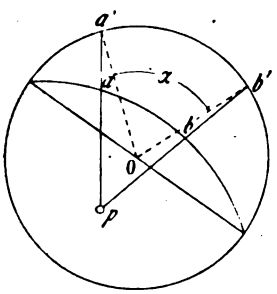


Fig. 504.

V. *Évaluer la distance angulaire de deux points donnés sur la projection.*

On construit d'abord la projection du grand cercle passant par les deux points donnés $a$ et $b$, ainsi que son pôle $p$; puis on mène les deux droites $pa$ et $pb$ qui prolongées interceptent sur le cercle de base un arc $a'b'$ mesurant en vraie grandeur la distance angulaire cherchée (fig. 504).

En effet, on peut considérer les droites $pa$ et $pb$ comme les projections de deux petits cercles $PAV$ et $PBV$ passant par le point de vue $V$ et par les points $A$ et $B$ dont $a$ et $b$ sont les projections, ainsi que par le pôle $P$ du cercle $AB$. Ces petits cercles passent par le pôle $V$ du plan de

projection et par celui $P$ du cercle $AB$, ils interceptent sur ce dernier et le cercle de base des arcs égaux; donc l'arc $a'b'$ est égal à l'arc projeté $ab$, et le mesure en vraie grandeur.

A cette construction se rattache la suivante:

VI. *Étant donné un point a sur la projection d'un grand cercle, construire un point b distant de a d'un angle α donné.*

On construira le pôle $p$ du cercle (fig. 504), on mène ensuite $ap$ qu'on prolonge jusqu'en $a'$. A partir de $a'$ sur le cercle de base on porte dans le sens convenable l'angle $\alpha$ donné, et joint le point $b$ obtenu avec $p$. A l'intersection, en $b$ avec la projection du cercle donné on trouvera le point $b$ cherché.

VII. *Étant donné les projections abc et a' b c' de deux grands cercles, trouver l'angle qu'ils forment.*

Le problème peut être résolu de différentes manières à savoir:

a) D'après le théorème n° II il suffit de construire les tangentes à ces cercles, à leur intersection en $b$; leur angle mesure celui cherché. Cette construction nécessite préalablement la recherche du centre de chacun des cercles, pour pouvoir mener leurs tangentes en $b$.

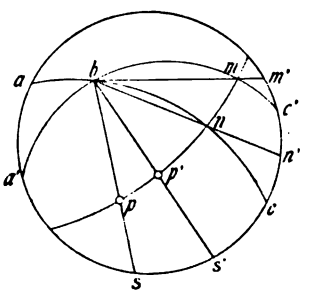


Fig. 505.

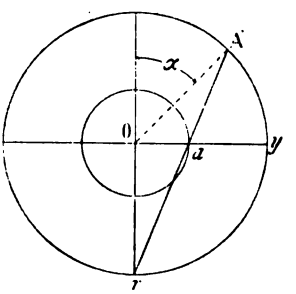


Fig. 506.

b) On peut construire le grand cercle dont le pôle se trouve en $b$ (fig. 505). Les deux cercles $abc$ et $a'bc'$ interceptent alors sur celui-ci un arc $nm$ mesurant l'angle $aba'$, et évalué en vraie grandeur par l'arc $n'm'$, intercepté sur le cercle de base par les droites $bn$ et $bm$ prolongées jusqu'en $bn'$ et $bm'$.

c) On construit les projections $p$ et $p'$ des pôles des cercles $abc$ et $a'bc'$, ceux-ci seront situés sur un cercle dont $b$ serait le pôle. On mène ensuite les droites $bp$ et $bp'$, et l'on obtient sur le cercle de base, la mesure de l'arc $ss'$ compris entre les pôles dont $p$ et $p'$ sont les projections, et par conséquent l'angle en $b$.

VIII. *Projeter un petit cercle d'ouverture α, parallèle au plan de projection.*

Chaque point du petit cercle étant placé de la même façon par rapport à la normale au plan de projection, le centre du cercle

projeté coïncidera avec celui $O$ du cercle de base. On obtiendra le rayon $Oa$ en projetant un point quelconque distant du pôle de la projection d'un angle $\alpha$ (fig. 506).

IX. *Projeter un petit cercle normal au plan de projection.*

Soit $yy'$ une direction quelconque normale au plan du cercle donné, dont l'ouverture est mesurée par la distance angulaire $\alpha$ d'un de ses points à l'un des pôles $y$ ou $y'$. En portant de part et d'autre de $y$, sur le cercle de base, un arc mesurant $\alpha$, nous avons déjà deux points $a$ et $c$ appartenant à la projection cherchée. Le troisième point nécessaire pour faire passer le cercle, est la projection de celui situé sur le méridien vertical passant par $yy'$ à son intersection avec le petit cercle; il est à une distance $\alpha$ de $y$, ou $90^\circ - \alpha$ de $z$.

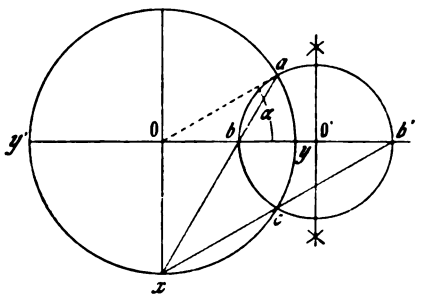


Fig. 507.

On l'obtiendra donc à l'intersection $b$ de $yy'$ avec la droite $ax$, ou en reportant à partir de $O$ une longueur

$$Ob = R \operatorname{tang}\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Le centre de $abc$ se trouve à l'intersection des perpendiculaires élevées sur les milieux de $ab$ et $bc$; on peut également le trouver en élevant une perpendiculaire sur le milieu de $bb'$, le point $b'$ étant la projection du symétrique par rapport au plan de projection du pôle projeté en $b$ (fig. 507).

X. *Par un point a connu de la projection, mener un petit cercle normal à une direction donnée yy' du plan.*

Soit $a$ le point donné, on obtiendra le nombre de points nécessaires pour construire le cercle, en cherchant la projection de points symétriques de celui $A$, dont $a$ est la projection par rapport au plan vertical $xy$ ou au plan de projection $xy$.

Construisons la droite $Oa$ et sa perpendiculaire $zz'$, joignons $a$ avec $z'$ (fig. 508). En $A'$ se trouvera le rabattement de $A$ sur le cercle de base, son symétrique $B$ par rapport au plan de projection se rabattra évidemment en $B'$, au point où la perpendiculaire abaissée de $A'$ sur $Oa$ rencontrera le cercle de base. La perspective $b$ de $B$ se trouvera sur $Oa$ prolongé jusqu'à son intersection avec $z'B'$. Le troisième point nécessaire se trouvera à la rencontre d'une perpen-

diculaire abaissée de $a$ ou de $b$ sur $yy'$, avec une droite $Ob'$ symétrique de $Oa$ par rapport à $yy'$. Avec une table de tangentes on obtient une solution très rapide. On mesure $Oa$, la distance angulaire $\alpha$ que représente cette ligne sera donnée par

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a = \frac{Oa}{R}.$$

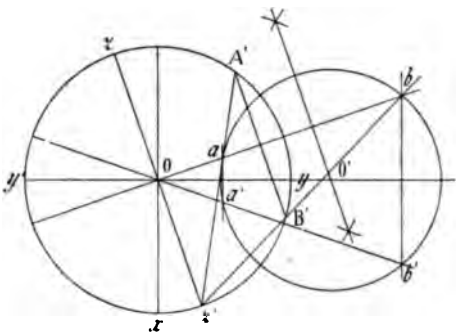


Fig. 508.

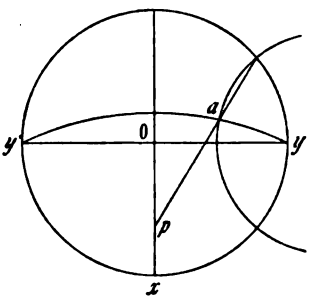


Fig. 509.

Le symétrique $B$ de $A$ par rapport au plan de projection se trouve à $180^\circ - \alpha$ du pôle de celui-ci; nous aurons donc pour $Ob$

$$Ob = R \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} \alpha .$$

On peut encore résoudre graphiquement le problème d'une autre manière (fig. 509). On construit le grand cercle $yay'$ et son pôle $p$ pour mesurer la distance angulaire $ay$, ce qui permet de construire le petit cercle.

XI. *Par un point donné $a$, mener un petit cercle perpendiculaire à une direction $OD$ quelconque, dont le pôle se projette en $d$.*

Il suffit de mesurer la distance angulaire $ad$ pour obtenir l'ouverture du cercle à construire (voir V).

XII. *Construire un petit cercle d'ouverture donnée $\alpha$, perpendiculaire à une direction $OD$ dont le pôle $D$ se projette en $d$.*

On mène $Od$ et sa perpendiculaire $zz'$ (fig. 510), puis on construit le rabattement $D'$ de $D$, et de part et d'autre de $D'$ on reporte, sur le cercle de base, un arc $D'A' = D'B'$ mesurant $\alpha$. Joignant les points obtenus $A'B'$ avec $z'$, on aura en $a$ et $b$ les projections des deux points où le petit cercle rencontre le méridien $Od$ perpendiculaire au plan du dessin. Le centre du cercle à tracer se trouve évidemment sur le milieu de $ab$.

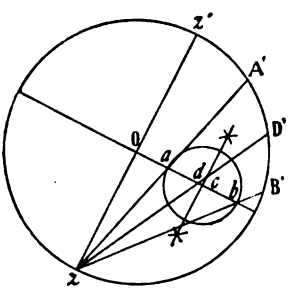


Fig. 510.

La construction renversée permet de construire la projection $d$ du pôle d'un petit cercle.

XIII. *Étant donné deux points a et b sur une projection, en construire un troisième c dont la position est donnée par rapport aux deux autres.*

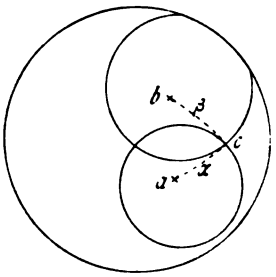


Fig. 511.

Soit $ABC$ les pôles qui correspondent aux projections $abc$, puis $\alpha$ et $\beta$ les angles compris entre $A$ et $C$ et $A$ et $B$. Le point cherché $C$ se trouve évidemment à l'intersection de la projection de deux petits cercles d'ouverture $\alpha$ et $\beta$, tracés autour de $A$ et $B$ (fig. 511). Comme il y a deux solutions possibles puisqu'il y a deux points d'intersection, il faudra examiner dans chaque cas celle qui doit être prise en considération.

XIV. *Évaluer la distance angulaire comprise entre deux points a et b, situés sur un petit cercle.*

Par le pôle $u$ du petit cercle, et les points donnés $a$ et $b$, on mène deux grands cercles; l'arc $ab$ sera mesuré par l'angle compris entre

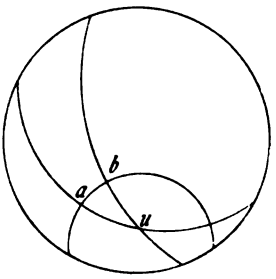


Fig. 512.

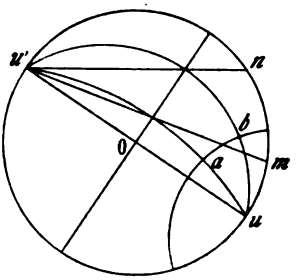


Fig. 513.

ces grands cercles (fig. 512). Si le petit cercle est perpendiculaire au plan de projection, l'angle entre les cercles méridiens mesurant l'arc $ab$ est obtenu comme l'indique la fig. 513 et représenté en vraie grandeur par l'arc $mn$.

XV. *Rotations.* Il s'agit maintenant de trouver la position qu'occupe un point quelconque $a$ de la projection après lui avoir imprimé une rotation $\alpha$ autour d'un certain axe. Les constructions précédentes fournissent aisément la solution (fig. 512 et 513). On mène un petit cercle perpendiculaire à l'axe de rotation passant par le point donné, puis on construit deux grands cercles, faisant entre eux l'angle $\alpha$, par la projection $u$ du pôle de l'axe de rotation; l'un d'eux passe par le point $a$ donné. L'intersection $b$ du petit cercle avec le deuxième grand cercle construit donne le point $b$ cherché.

XVI. *Construction pratique des projections.*

La projection stéréographique se prête parfaitement à la résolution graphique de divers problèmes, tels que la recherche des angles d'extinction, la construction des courbes d'extinction, la résolution des triangles sphériques etc., elle ne donne cependant des résultats satisfaisants que si elle est construite avec tout le soin désirable. Il est avantageux de faire les constructions sur carton bristol, l'emploi d'un crayon dur, tel que le n° HHH de la marque Koh-I-Noor est également recommandable.

Les angles seront construits à l'aide des longueurs de leurs cordes ou tangentes dont la valeur est donnée par des tables spéciales. Le rayon de 10 centimètres convient fort bien pour le cercle de base, c'est également celui adopté par divers auteurs pour les canevas

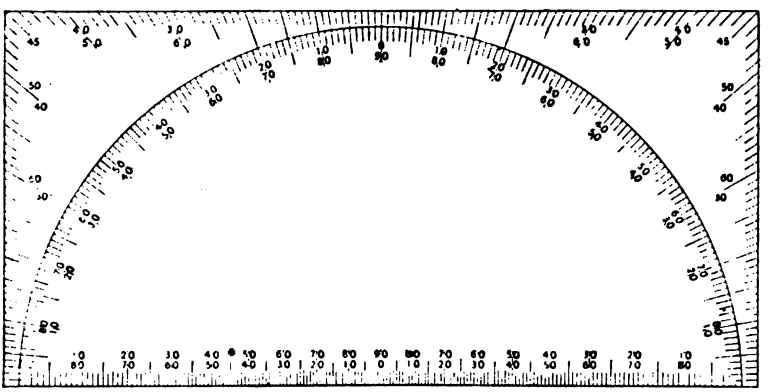


Fig. 514.

stéréographiques; avec ce rayon en outre les données des tables des cordes ou tangentes sont directement utilisables.

MM. E. de Fédorow[1], St. Penfield[2] et G. Wulff[3] ont proposé successivement divers canevas qui permettent d'abréger les constructions.

M. de Fédorow se sert des canevas représentés (fig. 282) qui sont surtout destinés à faciliter l'application de ces méthodes à la détermination des minéraux à l'aide de la platine théodolite. M. Penfield propose l'emploi de canevas ayant un cercle de base de 14 cent. de diamètre, et lui adjoint une série de rapporteurs divers pour exécuter les projections. Ce sont:

Le rapporteur n° I représenté par la fig. 514. C'est une feuille de carton sur laquelle on a imprimé une demi-circonférence divisée en

[1] E. de Fédorow, Zeitschr. f. Kryst. 27. 1897, 398.

[2] S. Penfield, Americ. Journ. of Science. Vol. XI. 1901.

[3] G. Wulff, Zeitschr. f. Kryst. 36. 1902, 14—18.

degrés. Une autre division inscrite sur le bord de la feuille donne les projections sur un diamètre du cercle de base, de points distants de 2 en 2 degrés situés sur un méridien perpendiculaire au plan de projection. L'échelle n° 3 (fig. 515) donne comme ce rapporteur, les projections des points situés sur un méridien vertical de l'hémisphère supérieur et une partie de l'hémisphère inférieur; une table qui n'est en somme qu'une table de tangentes prolonge cette échelle. L'échelle n° 1 donne les rayons des grands cercles inclinés sur le plan de projection, les angles d'inclinaison étant comptés à partir du cercle de base. L'échelle n° 3 donne les rayons des petits cercles perpendiculaires au plan de projection dont l'ouverture est comptée depuis le cercle de base. L'échelle n° 4 donne les parties décimales du diamètre du cercle de base.

Fig. 515.

Le rapporteur n° II est une lame de celluloïde sur laquelle sont tracés des petits cercles perpendiculaires au plan de projection, de degré en degré dans la moitié supérieure, de 5° en 5° dans celle inférieure.

Le rapporteur n° III est également une lame de celluloïde, portant imprimées les projections des cercles parallèles et perpendiculaires au plan de projection ainsi que les méridiens distants de 5 en 5 degrés.

Enfin le rapporteur n° IV porte les projections de cercles méridiens, distants de deux en deux degrés, passant tous par deux points situés aux extrémités d'un même diamètre.

Il est aisé de se rendre compte de l'usage que l'on peut faire de ces divers rapporteurs pour les constructions des projections; ils servent soit à fixer la position de points sur la projection, soit à relever des situations, mesurer des arcs etc.

Quant au canevas établi par M. G. Wulff, il est construit sur un cercle de base de 10 centimètres, et consiste en une projection stéréographique de cercles méridiens et parallèles distants de deux en deux degrés, afférents à deux pôles situés aux extrémités d'un diamètre du cercle de base. Ce canevas est imprimé sur un papier fort que l'on place au-dessous de la feuille de papier transparent sur laquelle on doit faire les constructions.

L'emploi est analogue à celui des rapporteurs n° II, III et IV de M. PENNFIELD.

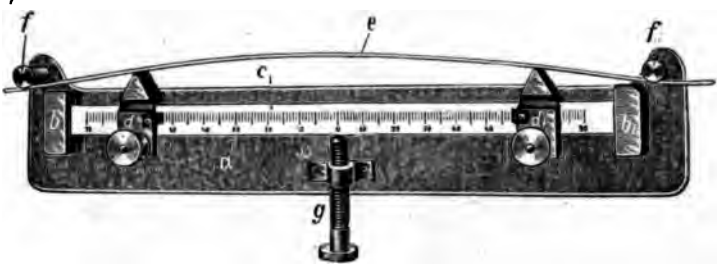
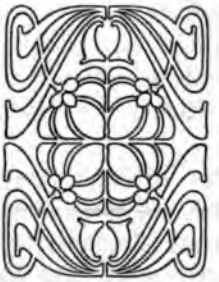



Fig. 516. Appareil pour tracer les cercles de grand rayon. (R. FUESS à Berlin.)

Enfin pour tracer les cercles de grand rayon, on peut employer avec avantage l'instrument proposé par M. DE FÉDOROW, et construit par la maison FUESS. Il se compose d'une lame flexible *e* dont on modifie la courbure par la pression d'une vis *g* (fig. 516).



549.1 .D931 C.1
Traite de technique mineralogi
Stanford University Libraries
3 6105 032 136 116

| | DATE DUE | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |